

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA**

**Facultad de Ingeniería Culiacán**

Programa de Maestría en Ciencias de la Ingeniería



**“Amortiguamiento de Rayleigh vs otros modelos en la respuesta de edificios de acero”**

**TESIS**

**Que para Obtener el Grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería**

**PRESENTA:**

**Jesús Eduardo Moreno Acosta**

**DIRECTOR DE TESIS:**

**Dr. Alfredo Reyes Salazar  
Dr. Edén Bojórquez Mora**

Culiacán, Sinaloa, julio del 2021



Dirección General de Bibliotecas  
Ciudad Universitaria  
Av. de las Américas y Blvd. Universitarios  
C. P. 80010 Culiacán, Sinaloa, México.  
Tel. (667) 713 78 32 y 712 50 57  
dgbuas@uas.edu.mx

## UAS-Dirección General de Bibliotecas

### Repositorio Institucional Buelna

#### Restricciones de uso

Todo el material contenido en la presente tesis está protegido por la Ley Federal de Derechos de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

Queda prohibido la reproducción parcial o total de esta tesis. El uso de imágenes, tablas, gráficas, texto y demás material que sea objeto de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente correctamente mencionando al o los autores del presente estudio empírico. Cualquier uso distinto, como el lucro, reproducción, edición o modificación sin autorización expresa de quienes gozan de la propiedad intelectual, será perseguido y sancionado por el Instituto Nacional de Derechos de Autor.

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-No Comercial  
Compartir Igual, 4.0 Internacional





# AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, me gustaría agradecer sinceramente a mi director y tutor de tesis, el Dr. Alfredo Reyes Salazar, por su confianza, por atender mis dudas, por compartir su conocimiento y por su gran entrega a este trabajo de investigación.

A los Drs. Federico Valenzuela Beltrán y Mario Daniel Llanes Tizoc, por haberme brindado su apoyo al dedicar parte de su tiempo a asesorarme y resolver mis dudas para realizar la presente investigación. A todos los doctores que me impartieron clases en este programa de maestría, por compartir su conocimiento y por prepararme para realizar este trabajo. A mis compañeros, por su apoyo y sus consejos.

Al Área de Posgrado en la Facultad de Ingeniería Culiacán de la Universidad Autónoma de Sinaloa, por haberme permitido ingresar a este programa de Maestría en Ciencias de la Ingeniería.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por haberme apoyado con su programa de becas.

Para ellos,

¡Muchas gracias por todo!

# DEDICATORIA

Dedico este trabajo principalmente a Dios, por haberme dado la vida y permitirme el haber llegado hasta este momento tan importante de mi formación profesional. A mi madre, por ser el pilar más importante y por demostrarme siempre su cariño y apoyo incondicional sin importar las circunstancias. A mis hermanos, quienes me han apoyado en cada proyecto que he emprendido además de ser un ejemplo a seguir para mí. Y a todas esas personas (profesores, amigos, compañeros) que me han apoyado en cada paso de carrera profesional y escolar.

A todos ellos,

¡Muchas gracias de todo corazón!

## RESUMEN

El modelo de amortiguamiento de Rayleigh se adopta usualmente en el análisis sísmico de edificios de acero para construir la matriz de amortiguamiento ( $C_R$ ), donde se usan comúnmente la matriz de rigidez inicial ( $K_i$ ) y la matriz de masa concentrada ( $M_{CC}$ ) y se fija la razón de amortiguamiento ( $\zeta$ ) en los dos primeros modos de vibrar para calcular los coeficientes de dicha matriz  $C_R$ . En este trabajo se calculan las respuestas sísmicas usando la matriz  $C_R$  y se comparan con las obtenidos al usar un modelo más preciso que consiste en la matriz de amortiguamiento de Wilson y Penzien ( $C_W$ ). Tres marcos, representativos de edificios de acero de baja, mediana y gran altura, y 20 registros sísmicos registrados en la zona donde se suponen ubicados los modelos, se usan en el estudio. El software Ruaumoko se emplea para realizar los análisis sísmicos paso a paso no lineales requeridos. Los resultados del estudio numérico indican que las fuerzas axiales, momentos flexionantes, desplazamientos de entrepiso y cortantes de entrepiso pueden subestimarse en promedio hasta en un 42%, 22%, 20% y 18%, respectivamente, al usar la matriz ( $C_R$ ). Al determinar  $C_R$  fijando la razón  $\zeta$  en los dos primeros modos de vibrar se introducen grandes fuerzas de amortiguamiento horizontales en los pisos, que pueden ser hasta 232% de las que se obtienen al usar  $C_W$ . Contrario a la creencia común, los modos asociados a rotaciones en los nodos y desplazamientos verticales pueden contribuir de manera significativa a la respuesta sísmica, la contribución puede ser de hasta un 50% en promedio para fuerzas axiales. Al usar el modelo  $C_R$ , la selección de las matrices que se usan para obtener los factores de la matriz  $C$  también es de suma importancia, el uso de las matrices  $M_{CC}$ - $K_i$  genera sobrestimaciones promedio de la fuerza axial de hasta 70% y subestimaciones del momento flector hasta 20% en comparación a usar las matrices de masa consistente ( $M_{CS}$ ) y de rigidez tangente ( $K_t$ ). Se puede mejorar la precisión al usar  $C_R$  con  $M_{CC}$ - $K_i$ , si se fija la razón  $\zeta$  en los modos 1 y 3, 1 y 7, y 1 y 10 en los modelos de baja, mediana y gran altura.

**Palabras Clave:** Respuesta sísmica, Modelo de amortiguamiento de Wilson y Penzien, Modelo de amortiguamiento de Rayleigh, Matriz de rigidez, Marcos de acero resistentes a momento.

# ABSTRACT

Rayleigh damping is usually adopted in seismic analysis of buildings to develop the damping matrix ( $C_R$ ) where the initial stiffness matrix ( $K_i$ ) and the lumped mass matrix ( $M_{CC}$ ) and the first two lateral vibration modes are commonly used to calculate the coefficients of such a matrix. In this investigation the seismic responses using the CR matrix are computed and compared with those obtained using the Wilson and Penzien damping matrix ( $C_W$ ). Three steel frames, representing steel building of low, mid and high elevations and twenty strong motion records are used in this study. Ruaumoko software is used to do the required step by step non linear seismic analysis. The numeric analysis results show that axial forces, bending moments, drifts, and inter-story shears can be underestimated, in average, up to 42%, 22%, 20%, 18%, respectably, if  $C_R$  matrix is used. If the two first horizontal vibration modes are selected to compute  $C_R$ , big inter-story damping forces are introduced, these forces are up to 232% compared with those obtained if  $C_W$  is used. Contrary to common belief, the high vibrations modes associated to joint rotations and vertical displacements, contribute significantly to the response, this contribution could be up to 50% in average for axial forces. When the CR model is used, the matrixes used to compute the C matrix terms is of utmost importance, using the  $M_{CC}-K_i$  matrixes produce average overestimations of the axial force up to 70% and underestimations of the bending moment up to 20% compared to those obtained when the consistent mass and the tangent stiffness matrixes are used instead. More accurate responses can be obtained if the modes 1 and 3, 1 and 7, 1 and 10 are used when the CR model with  $M_{CC}-K_i$  matrixes is considered.

Keywords: seismic response, Wilson and Penzien damping model, Rayleigh damping model, stiffness matrix, moment resistant frames.

# Índice

1	Introducción .....	1
2	Antecedentes .....	3
3	Marco Teórico .....	5
3.1	Planteamiento del Problema .....	5
3.2	Justificación .....	6
3.3	Objetivos .....	6
3.4	Hipótesis .....	7
4.	Metodología .....	8
4.1.	Modelos estructurales .....	8
4.2.	Modelos Matriciales .....	12
4.2.1.	Matriz de Masa .....	12
4.2.1.1	Matriz de Masa Concentrada.....	12
4.2.1.2	Matriz de Masa Consistente.....	13
4.2.2.	Matriz de Amortiguamiento .....	13
4.2.2.1	Modelo de amortiguamiento de Rayleigh .....	14
4.2.2.2	Modelo de amortiguamiento de Wilson y Penzien .....	15
4.3.	Cargas .....	17
4.3.1	Cargas sísmicas .....	17
4.3.2	Cargas Gravitacionales .....	19
4.3.3	Factores de escala .....	19
5.	Resultados .....	26
5.1	Modelo de Wilson y Penzien vs Modelo de Rayleigh .....	26
5.1.1	Comparación en términos de parámetros de respuesta local .....	27
5.1.2	Comparación en términos de parámetros de respuesta global .....	39
5.1.3	Comparación en términos de fuerzas de amortiguamiento .....	51
5.2	Contribución a la respuesta de los modos de vibrar superiores.....	53
5.2.1	Comparación en términos de parámetros de respuesta local .....	54
5.2.2	Comparación en términos de parámetros de respuesta global .....	57
5.3	Modelo de Rayleigh con matrices $M_{CC}-K_i$ contra modelo de Rayleigh con matrices $M_{CS}-K_t$ .....	61
5.3.1	Fuerza axial y momento flexionante.....	62
5.3.2	Cortantes y desplazamientos de entrepiso.....	66
5.4	Modelo de Wilson y Penzien vs Rayleigh usando el modo 1 y un modo superior al modo 2 .....	69
6.	Conclusiones .....	73
7.	Referencias .....	76



## Lista de Tablas

Tabla 4.1 Secciones de vigas y columnas MRMP de los Modelos 1 y 2 .....	10
Tabla 4.2 Secciones de vigas y columna MRMP del modelo 3. ....	11
Tabla 4.3 Registros de sismos fuertes .....	18
Tabla 4.4 Factores de escala para el Modelo 1, dirección E-O .....	22
Tabla 4.5 Factores de escala para el Modelo 1, dirección N-S .....	22
Tabla 4.6 Factores de escala para el Modelo 2, dirección E-O .....	23
Tabla 4.7 Factores de escala para el modelo 2, dirección N-S .....	24
Tabla 4.8 Factores de escala para el Modelo 3, dirección E-O .....	25
Tabla 4.9 Factores de escala para el Modelo 3, dirección N-S .....	25

## Lista de Tablas

Fig. 4.1 Planta y elevación del Modelo de 3 niveles.....	9
Fig. 4.2 Planta y elevación del Modelo de 9 niveles .....	9
Fig. 4.3 Planta y elevación del Modelo de 20 niveles .....	10
Fig. 4.4 GDL de un elemento genérico .....	12
Fig. 4.5 Modelo de amortiguamiento de Rayleigh .....	15
Fig. 4.6 Espectros de respuesta de pseudo-aceleración para las tres componentes de los 20 registros sísmico usados .....	21
Fig. 5.1 Razones de amortiguamiento de acuerdo al modelo de Rayleigh.....	27
Fig. 5.2 Valores individuales de $R_{AI}$ para el modelo 1 .....	29
Fig. 5.3 Valores individuales de $R_{AI}$ para el modelo 2.....	30
Fig. 5.4 Valores individuales de $R_{AI}$ para el modelo 3 .....	31
Fig. 5.5 Valores promedio de $R_{AI}$ .....	33
Fig. 5.6 Valores individuales de $R_{MI}$ para el modelo 1 .....	34
Fig. 5.7 Valores individuales de $R_{MI}$ para el modelo 2.....	36
Fig. 5.8 Valores individuales de $R_{MI}$ para el modelo 3 .....	37
Fig. 5.9 Valores promedio de $R_{MI}$ .....	38
Fig. 5.10 Valores individuales de $R_{VI}$ para el modelo 1 .....	40
Fig. 5.11 Valores individuales de $R_{VI}$ para el modelo 2.....	42
Fig. 5.12 Valores individuales de $R_{VI}$ para el modelo 3 .....	43
Fig. 5.13 Valores promedio de $R_{VI}$ .....	44
Fig. 5.14 Valores individuales de $R_{DI}$ para el modelo 1 .....	46
Fig. 5.15 Valores individuales de $R_{DI}$ para el modelo 2.....	47
Fig. 5.16 Valores individuales de $R_{DI}$ para el modelo 3 .....	49
Fig. 5.17 Valores promedio de $R_{DI}$ .....	50
Fig. 5.18 Valores promedio de $R_{FA}$ .....	52
Fig. 5.19 Valores promedio de $R_{A2}$ .....	55
Fig. 5.20 Valores promedio de $R_{M2}$ .....	57
Fig. 5.21 Valores promedio de $R_{V2}$ .....	58
Fig. 5.22 Valores promedio de $R_{D2}$ .....	60
Fig. 5.23 Valores promedio de $R_{A3}$ .....	63
Fig. 5.24 Valores promedio de $R_{M3}$ .....	65
Fig. 5.25 Valores promedio de $R_{V3}$ .....	67
Fig. 5.26 Valores promedio de $R_{D3}$ .....	69
Fig. 5.27 Valores promedio de $R_{A4}$ .....	71

# 1. Introducción.

Es bien conocido que la respuesta estructural de un edificio de acero está influenciada significativamente por la disipación de energía. Es mucho más relevante para edificios de acero ya que existen varias fuentes de disipación de energía. A pesar de que la disipación de energía constituye un fenómeno muy complejo, desde un punto de vista práctico, existe la necesidad de considerar su efecto en una forma simple. En ese sentido en varios reglamentos de construcción [1, 2, 3], la disipación de energía producida por todas las fuentes es considerada por un amortiguador viscoso equivalente con 5% del amortiguamiento crítico. Por lo tanto, no hay distinción entre la energía disipada de una fuente a otra. Ha sido mostrado que esta práctica puede introducir errores significativos cuando se calcula la respuesta sísmica [4].

En modelos puros, como los que se usan en experimentos de laboratorio para medir amortiguamiento para deformaciones por debajo del límite elástico, la disipación de energía viene mayormente de los efectos térmicos de las deformaciones elásticas repetitivas de las partículas que constituyen el material en adición a la fricción que existe en la frontera de dichas partículas. Por otro lado, en estructuras complejas como marcos de acero o concreto otras fuentes pueden contribuir a la disipación de energía. En edificios de acero, por ejemplo, sometidos a la acción de movimientos fuertes del suelo, en adición a la disipación de energía producida por el efecto térmico y la fricción de las partículas del material, la fluencia del material (la cual ocurre para grandes deformaciones) constituye una de las fuentes más importantes de disipación de energía. Otras fuentes que deberían ser consideradas como mecanismos de disipación de energía son la fricción en conexiones de acero, fricción debido a la apertura y cerrado de microgrietas, así como también a la fricción entre vigas principales y columnas de la estructura y elementos no estructurales como muros divisorios. Sin embargo, no es posible considerar individualmente cada uno de los mecanismos de disipación de energía citados en edificios reales. Debido a la complejidad de este problema, la disipación de energía es altamente idealizada para propósitos prácticos en los reglamentos sísmicos.

En marcos de acero, una aproximación razonable es modelar la disipación de energía generada por la deformación elástica repetida de las partículas del material y de la fricción entre las fronteras de las partículas por medio de un amortiguador viscoso lineal [5, 6, 7, 8, 9]. Es importante aclarar que este fenómeno ocurre, no solo para niveles bajos de deformación, sino que también para niveles moderados e incluso para grandes niveles de deformaciones. La disipación de energía producida por la fluencia del material ocurrida por grandes deformaciones se considera por la relación constitutiva entre fuerzas y deformaciones mientras que la energía viscosa es usualmente representada por el modelo de amortiguamiento de Rayleigh, donde la matriz de amortiguamiento de Rayleigh ( $C_R$ ) se expresa como una combinación de las matrices de masa ( $M$ ) y rigidez ( $K$ ) usando dos coeficientes de proporcionalidad ( $\alpha$  y  $\beta$ ), los cuales a su vez se derivan de asumir razones de amortiguamiento, usualmente en el primer y segundo modo. Aquí existen al menos dos opciones para seleccionar la matriz de rigidez: la matriz de rigidez inicial ( $K_i$ ) asociada a pequeñas deformaciones y la matriz de rigidez tangente ( $K_t$ ) asociada a deformaciones inelásticas. Aunque la matriz de masa concentrada ( $M_{cc}$ ) se usa comúnmente, la matriz de masa consistente ( $M_{cs}$ ) podría ser una mejor representación [10, 11].

A pesar de que la matriz de amortiguamiento de Rayleigh es ampliamente usada en el análisis sísmico de edificios de acero y es incluido en la mayoría del software desarrollado para este propósito, muchas imprecisiones se han observado cuando se usa. Como se mostrará más adelante, entre otros aspectos, esto resulta en fuerzas de amortiguamiento irreales extremadamente grandes. Uno de los principales objetivos de esta tesis es analizar algunos inconvenientes de usar este modelo comparando los resultados obtenidos con el Modelo de Rayleigh con los obtenidos usando un modelo de amortiguamiento más preciso, como lo es el propuesto por Wilson y Penzien ( $C_W$ ), el cual permite calcular la matriz de amortiguamiento fijando las razones de amortiguamiento en cualquier cantidad de modos de vibrar; éste permite calcular la matriz de amortiguamiento haciendo uso de las propiedades de ortogonalidad de los modos de vibrar [4, 12].

## 2. Antecedentes

Un número significativo de investigaciones se han desarrollado para evaluar el efecto del modelado de las matrices de masa y amortiguamiento en la respuesta sísmica de estructuras. Entre los primeros trabajos está el de Archer [13] quien estudio el efecto de una matriz de masa consistente para vigas, donde la distribución real de la masa fue tomada en cuenta, se concluyó que las frecuencias naturales obtenidas estaban en el límite superior de la solución exacta. Rea y otros [14] cuantificaron la capacidad de amortiguamiento de varios modelos de estructuras de acero consistentes en una plataforma de acero apoyada en columnas. Wilson y Penzien [15] propusieron 2 métodos para evaluar numéricamente la matriz de amortiguamiento. El primero relaciona las razones de amortiguamiento modal a los coeficientes de Caughey y el segundo consiste en expresar la matriz de amortiguamiento como la suma de unas series cada una de las cuales produce amortiguamiento en un modo específico. Crisp [16] hizo un análisis comparativo para diferentes modelos de amortiguamiento para cuantificar su efecto en las respuestas sísmicas no lineales de marcos de concreto reforzado. Malkus y Plesha [17] mostraron que, para una matriz de masa por cuadratura, las masas cero y/o negativas no destruyen las propiedades algebraicas esenciales del problema discreto de eigen-valores asociado a los elementos multidimensionales de orden superior. Stavrinidis y otros [18] presentaron una formulación matriz de masa basada en elemento finitos, mejorada con respecto a la matriz de masa consistente en términos de esfuerzo computacional, para barras unidimensionales, membranas bidimensionales y elementos viga de flexión pura. Leger y Dussault [19] presentaron un estudio paramétrico despreciando el efecto del modelado matemático de amortiguadores viscosos en la disipación de energía sísmica de sistemas de múltiples grados de libertad (MGDL), modelos de amortiguamiento proporcionales a la masa, proporcionales a la rigidez y amortiguamiento de Rayleigh fueron considerados. Hansson y Sandberg [20] propusieron una aproximación para construir la matriz de masas, para ambas matrices de masas, diagonal y mixta, expresándolas a través del uso de un parámetro variable. Gulkan y Alemdar [21] derivaron funciones de forma para segmentos de viga apoyados en una cimentación elástica generalizada, la cual puede ser usada para obtener expresiones analíticas exactas para los coeficientes de los elementos de la matriz de rigidez y coeficientes de masa consistentes.

Michaltsos and Konstantakopoulos [22] presentaron los resultados de análisis dinámicos de una torre de pared delgada considerando masas concentradas adicionales donde los efectos de inercia rotacional de las masas fueron tomadas en cuenta. Kowalsky Dwairi [23] evaluaron la precisión de usar el concepto de amortiguador viscoso equivalente cuando se aplica al diseño sísmico directo basado en desplazamientos. Archer y Whalen [24] propusieron una técnica de diagonalización para matrices de masas incluyendo grados de libertad traslacionales y rotacionales resultando en una matriz de masa diagonal que conserva las inercias de cuerpo rígido traslacionales y rotacionales que están presentes en la matriz de masa consistente. Val y Segal [25] estudiaron las diferencias entre las respuestas de sistemas de un grado de libertad (GDL) con amortiguamiento viscoso e histerético para movimientos de tierra de terremotos, dentro de los límites fluencia. Wu [26] discutió la matriz de masa de dinámica estructural para las aproximaciones por elementos lineales con las constantes Jacobianas. Se demostró que, usando la matriz de masa diagonal o consistente, los desplazamientos, velocidad, y las energías tienen las mismas razones de convergencia. Li and Wu [27] desarrollaron relaciones entre un amortiguador equivalente y la ductilidad de acuerdo al método de diseño directo basado en desplazamientos. Kowalsky y Dwairi [28] evaluaron el concepto de linealización equivalente de respuesta de sistemas no lineales mientras se aplica a diseño directo basado en desplazamientos. Fueron observados errores significativos en la aproximación de los desplazamientos inelásticos máximos debido a la sobrestimación de los valores de amortiguamiento equivalente. Nuevas relaciones de amortiguamiento equivalente, basadas en la ductilidad del sistema y desplazamiento máximo fueron propuestas. Zarejan y Medina [29] para resolver el problema asociado al uso del amortiguamiento tipo Rayleigh en estructuras inelásticas, el cual genera fuerzas de amortiguamiento irreales, propusieron una aproximación donde el amortiguamiento en cada elemento estructural es modelado con una combinación de un elemento elástico con amortiguamiento proporcional a la rigidez, y dos resortes en sus dos extremos sin amortiguamiento proporcional a la rigidez. Rodríguez y otros [30] propusieron expresiones simplificadas para estimar el amortiguamiento viscoso equivalente en columnas de concreto reforzado sometidas a cargas biaxiales. Jehel y otros [31] compararon los resultados de usar el amortiguamiento de Rayleigh con rigidez inicial con los de usar rigidez tangente y

brindaron herramientas analíticas para controlar las razones de amortiguamiento en análisis inelásticos. Zuo y otros [32] identificaron los errores introducidos por la matriz de masa concentrada y propusieron una aproximación para construir matrices de masas concentradas para elementos viga, las cuales contienen grados de libertad traslacionales y rotacionales. Deshpande y otros [33] presentaron una comparación de los resultados de la matriz de masa consistente y concentrada para estructura en cantiléver con un amplio rango de frecuencias. Puthanpurayil y otros [34] propusieron una nueva aproximación para modelar amortiguamiento formulando la matriz de amortiguamiento a nivel elemental, donde dos modelos de amortiguamiento discreto a nivel elemental fueron considerados para la aplicación de análisis dinámico no lineal. Ozel y otros [35] propusieron un elemento finito para estructuras de marcos de acero para calcular las matrices de masa y rigidez consistente, tomando en cuenta los efectos de conexiones semirrígidas, deformaciones de cortante e inercia rotacional. Carr y otros [36] describieron los problemas asociados al uso del modelo de amortiguamiento de Rayleigh en análisis no lineales tiempo-historia y recomendó un modelo de amortiguamiento viscoso elemental que refleja el fenómeno de amortiguamiento esperado en análisis dinámicos no lineales. Zand y Akbari [37] considerando siete modelos de amortiguamiento viscoso, evaluaron los efectos de los modelos en la respuesta sísmica de marcos de acero a momento y concéntricamente contraventados. Nielsen [38] encontró que el uso del amortiguamiento de Rayleigh puede ser problemático para estructuras cuya respuesta está en la región sensible a desplazamientos. Kshirsagar y otros [39] realizaron estudios experimentales y numéricos para evaluar las frecuencias naturales de las estructuras principales de equipos utilizados en actividades deportivas. En el análisis analítico, se utilizaron matrices de masas consistentes y las frecuencias naturales se compararon con las obtenidas con la Transformada Rápida de Fourier.

### **3. Marco teórico.**

#### **3.1. Planteamiento del problema.**

Las contribuciones al estado del arte de las investigaciones antes mencionadas respecto al tema tratado no están en duda. Sin embargo, hay muchos problemas que necesitan ser estudiados adicionalmente. Ciertamente muchos estudios, como los mencionados arriba, han

sido llevados a cabo con la meta de evaluar la precisión de las respuestas de estructuras usando modelos específicos de matrices de masa y amortiguamiento, pero una comparación de las respuestas considerando el modelo de Rayleigh con las de un modelo más preciso como el modelo de Wilson y Penzien, para edificios de acero de baja, media y gran altura idealizados como sistemas complejos de múltiples grados de libertad (MGDL) y varios parámetros de respuesta a nivel local y global, no han sido estudiados. Adicionalmente, la precisión de considerar la matriz de masa concentrada en relación a los resultados de la matriz de masa consistente, tampoco ha sido estudiada. Además, los efectos de obtener los coeficientes de la matriz de amortiguamiento de Rayleigh ( $C_R$ ) fijando la razón de amortiguamiento en modos de vibrar distintos del primer y segundo modos, o de considerar distintas matrices de rigidez ( $K_i$  o  $K_l$ ) en dicha matriz de amortiguamiento, no han sido estimados. Similarmente, estudios relacionados a las contribuciones de los modos de vibrar rotacionales, los cuales pueden producir fuerzas de amortiguamiento considerables, o aquellos asociados con vibraciones verticales, no son comunes. Algunos de estos problemas son abordados en esta investigación.

### 3.2. Justificación.

La matriz de masa concentrada, y la matriz de amortiguamiento de Rayleigh, en donde a su vez se usa la matriz de rigidez inicial, comúnmente se usan en el análisis sísmico de edificios de acero. Sin embargo, esto puede consistir en una aproximación inapropiada e introducir errores en la estimación de la respuesta. De aquí que la determinación de la respuesta sísmica de edificios de acero con marcos resistentes a momento (MRM) en una forma lo más realista posible, es altamente deseable. En ese sentido la determinación del efecto de usar distintas matrices de masa y amortiguamiento en la respuesta en términos de varios parámetros de interés, digamos desplazamientos y cortantes de entrepiso, así como también en términos de fuerzas en miembro individuales como fuerza axial y momento flector, es de suma importancia.

### 3.3. Objetivos

Las respuestas sísmicas no lineales de MRM de edificios de acero, idealizados como sistemas de MGDL-2D sometidos a varios movimientos fuertes de terremotos, se calculan con el fin



de estudiar algunos inconvenientes respecto al modelado de las matrices de masa y de amortiguamiento. Tres modelos de MRM, representando edificios de acero de baja, media y gran altura para diferentes intensidades de las excitaciones sísmicas usadas. Se consideran parámetros de respuesta local (fuerza axial y momentos flectores) así como también parámetros globales (desplazamientos y cortantes de entrepiso y cortante basal). En particular, parámetros como fuerzas de amortiguamiento de entrepiso también. Los objetivos específicos son:

Objetivo 1.- Comparar las respuestas sísmicas obtenidas con el modelo de amortiguamiento de Rayleigh con aquellas obtenidas al usar el modelo de amortiguamiento de Wilson y Penzien. Fuerzas de amortiguamiento de entrepiso también. La contribución a la respuesta sísmica de modos de vibrar rotacionales y modos asociados a vibraciones verticales también son calculadas.

Objetivo 2.- Encontrar el modo, diferente del segundo, en el cual el amortiguamiento debe ser fijado (además del primer modo) cuando se calcula la matriz de amortiguamiento de Rayleigh para obtener una respuesta precisa con respecto a la obtenida con el modelo de Wilson y Penzien.

Objetivo 3.- Comparar las respuestas sísmicas de edificios de acero obtenidas al usar las matrices  $K_i$  y  $M_{cc}$  en la matriz de amortiguamiento de Rayleigh, así como también  $M_{cc}$  en el término  $M\ddot{U}$  de la ecuación no lineal de equilibrio dinámico, con aquellos que resultan de usar las matrices  $K_i$  y  $M_{cs}$ .

### 3.4. Hipótesis.

Hipótesis 1. El usar el modelo de amortiguamiento de Rayleigh en el análisis de edificios de acero con MRM, introduce errores significativos en términos de varios parámetros de respuesta cuando se comparan con los resultados obtenidos al usar un modelo más preciso como el de Wilson y Penzien.

Hipótesis 2. Es posible obtener una respuesta razonablemente precisa al usar el modelo de Rayleigh siempre y cuando se fije el amortiguamiento en el primer modo y un modo superior al segundo. Dicho modo superior variara con la altura del edificio en cuestión

Hipótesis 3. El uso de las matrices  $K_t$  y  $M_{cs}$  en el cálculo de la matriz de  $C_R$ , así como el uso directo de  $M_{cc}$  en el término  $M\ddot{U}$  de la ecuación no lineal de equilibrio dinámico, conduce a la obtención de respuestas sísmicas estructurales distintas de las que se obtienen utilizando las matrices  $K_i$  y  $M_{cc}$ .

## 4. Metodología

Se usan tres edificios de acero modelados como sistemas MGD-2D, así como veinte registros sísmicos en esta investigación. El software Ruaumoko [40] se usa para analizar sísmicamente los modelos. En la construcción de la matriz de amortiguamiento de Rayleigh se asume 3% de amortiguamiento viscoso. Dentro del ambiente de Ruaumoko, el método de aceleración promedio constante se usa para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento dinámico. Los efectos P- $\Delta$  y P- $\delta$  se consideran en el análisis sísmico donde el paso de tiempo de integración usado es de 0.005 seg. Los miembros estructurales verticales y horizontales se modelan como miembros viga-columna y viga, respectivamente. Se usan tres grados de libertad (GDL) por nodo. Se consideran zonas de panel rígido en la intersección de vigas y vigas-columnas. El comportamiento histerético de los miembros es considerado ser bilineal con 3% de rigidez pos-elástica. La interacción entre carga axial y momento flexionante se expresa en términos de las superficies de interacción propuestas por Chen y Atsuta [41]. Muchos más detalles concernientes a los modelos estructurales, cargas de terremoto, así como también los modelos matriciales de masa y amortiguamientos se dan más adelante.

### 4.1. Modelos estructurales.

Los modelos de edificios de acero de 3, 9 y 20 niveles, los cuales fueron particularmente diseñados por el proyecto FEMA 355C [42, 43], representando edificios de baja, media y gran altura, respectivamente, se usan en esta tesis para abordar los problemas mencionados antes. Ellos fueron diseñados teniendo en cuenta los requerimientos del reglamento disponible para el área de Los Angeles en el momento en que se desarrolló el proyecto para las recomendaciones Post-Northridge [44]. Los marcos resistentes a momento perimetrales (MRMP) de estos edificios consisten en los modelos bidimensionales (2D) usados en esta

investigación. La elevación de dichos modelos puede verse en las figuras 4.1, 4.2 y 4.3. Los periodos fundamentales de vibración lateral de los modelos de 3, 9 y 20 niveles, los cuales serán llamados Modelos 1, 2 y 3, son 1.03s, 2.38s y 4.07, respectivamente. Las secciones transversales de vigas y columnas de los modelos son mostradas en las tablas 4.1 y 4.2. Información adicional correspondientes a los modelos está disponible en la literatura [42].

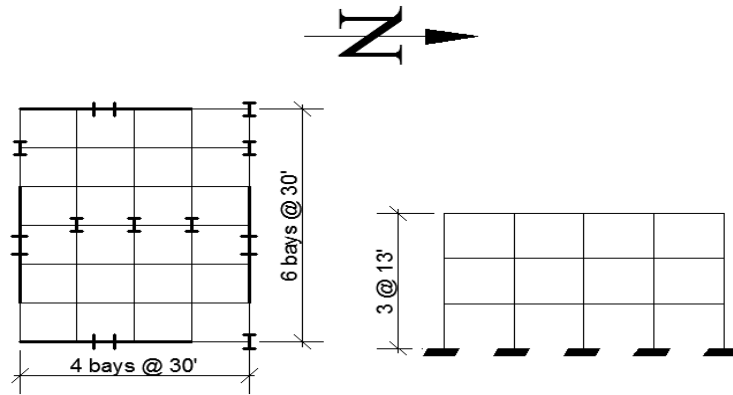


Fig. 4.1 Planta y elevación del Modelo de 3 niveles.

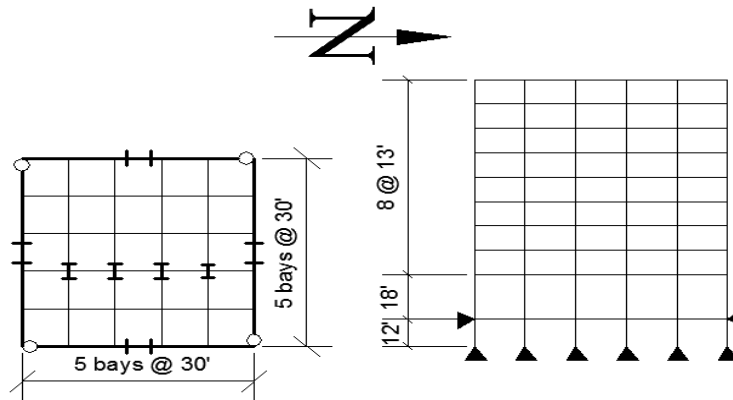


Fig. 4.2 Planta y elevación del Modelo de 9 niveles.

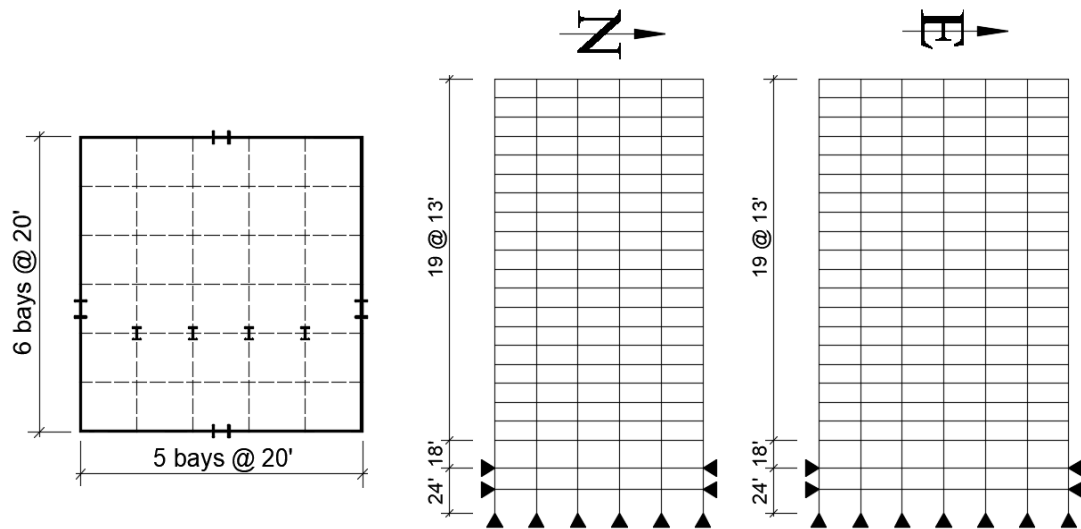


Fig. 4.3 Planta y elevación del Modelo de 20 niveles.

Tabla 4.1 Secciones de vigas y columnas MRMP de los Modelos 1 y 2.

Modelo	Nivel	Columna		Trabes
		Exterior	Interior	
3 niveles	1	W14×257	W14×311	W33×118
	2	W14×257	W14×311	W30×116
	3/Azotea	W14×257	W14×311	W24×68
9 niveles	Sotano-1	W14×370	W14×500	W36×160
	1	W14×370	W14×500	W36×160
	2	W14×370	W14×500	W36×160
	3	W14×370	W14×455	W36×135
	4	W14×370	W14×455	W36×135
	5	W14×283	W14×370	W36×135
	6	W14×283	W14×370	W36×135
	7	W14×257	W14×283	W30×99
	8	W14x257	W14x283	W27X84
9/Azotea	W14x233	W14x257	W24x68	

Tabla 4.2 Secciones de vigas y columna, MRMP del Modelo 3.

Nivel	Columnas		Trabes
	Exterior	Interior	
Sotano-1	15X15X2.00	W24X335	W14X22
Sotano-2	15X15X2.00	W24X335	W30X99
1	15X15X2.00	W24X335	W30X99
2	15X15X2.00	W24X335	W30X99
3	15X15X1.25	W24X335	W30X99
4	15X15X1.25	W24X335	W30X99
5	15X15X1.25	W24X335	W30X108
6	15X15X1.00	W24X229	W30X108
7	15X15X1.00	W24X229	W30X108
8	15X15X1.00	W24X229	W30X108
9	15X15X1.00	W24X229	W30X108
10	15X15X1.00	W24X229	W30X108
11	15X15X1.00	W24X229	W30X99
12	15X15X1.00	W24X192	W30X99
13	15X15X1.00	W24X192	W30X99
14	15X15X1.00	W24X192	W30X99
15	15X15X0.75	W24X131	W30X99
16	15X15X0.75	W24X131	W30X99
17	15X15X0.75	W24X131	W27X84
18	15X15X0.75	W24X117	W27X84
19	15X15X0.75	W24X117	W24X62
20/Sótano	15X15X0.50	W24X84	W21X50

## 4.2. Modelos matriciales.

### 4.2.1. Matriz de masas.

#### 4.2.1.1. Matriz de masa concentrada.

La respuesta estructural de un edificio de acero es influenciada significativamente por el modelo de la matriz de masa, porque, además de ser un componente en la matriz de amortiguamiento, directamente es parte de un término en la ecuación de equilibrio dinámico. La representación más simple de la matriz de masas es la concentrada, donde la masa de la estructura se concentra en los grados de libertad (GDL) traslacionales, los cuales se determinan usualmente por estática. Esto resulta en una matriz diagonal con valores distintos de cero asociados a dichos GDL traslacionales. Sin embargo, un valor finito de inercia rotacional puede ser estimado para los GDL rotacionales calculando el momento de inercia de la masa de una porción de las vigas con respecto a los nodos. Si se hace esto, valores distintos de cero también se obtiene para los términos de la matriz de masas diagonal asociados a los GDL rotacionales. Si los GDL traslacionales y rotacionales de un elemento genérico de un miembro uniforme de un edificio idealizado como un sistema 2D son los mostrados en la Fig. 4.4, entonces la matriz de masa concentrada de elemento ( $M_{cce}$ ) está dada por la ecuación (4.1).

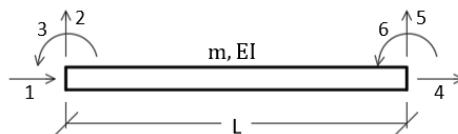


Fig. 4.4. GDL de un elemento genérico

$$M_{cce} = \frac{mL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

donde  $m$  y  $L$  son la masa uniformemente distribuida y la longitud del elemento, respectivamente. Debe de notarse que los valores diferentes de cero están asociados a los

GDLs 1, 2, 4 y 5 mostrados en la Fig. 4.4, los cuales corresponden a los desplazamientos traslacionales. Los subíndices  $cc$  y  $e$  en el símbolo  $M_{cce}$  representan las palabras *concentrada* y *elemento*, respectivamente. El símbolo  $M_{cc}$  será usado para denotar la matriz de masa concentrada de la estructura completa.

#### 4.2.1.2. Matriz de masa consistente.

Alternativamente, es posible calcular, de acuerdo al método de elemento finito junto con el principio de d'Alembert, el principio de trabajo de trabajo virtual y las funciones de interpolación apropiadas [45], una matriz conocida como matriz de masa consistente, que tiene la misma forma que la matriz de rigidez, de esta manera las fuerzas de inercia están asociadas a ambos, GDL traslacionales y rotacionales. La matriz resultante no es diagonal, con un ancho de banda igual al de la matriz de rigidez. Debido a que los efectos de la inercia rotacional están mejor representados al usar esta matriz, se espera que las respuestas sean más precisas cuando se comparan con las de la matriz de masa concentrada [40, 45, 46], se puede observar que la matriz de masa consistente a nivel de elemento ( $M_{cse}$ ) tiene la siguiente forma:

$$M_{cse} = \frac{mL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -3L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

El símbolo  $M_{cs}$  denota la matriz de masa consistente de la estructura completa. Es aceptado generalmente que la  $M_{cs}$  requiere un mayor esfuerzo computacional que la  $M_{cc}$ .

### 4.2.2. Matriz de amortiguamiento.

#### 4.2.2.1. Modelo de amortiguamiento de Rayleigh.

La mayoría de los softwares para el análisis dinámico no lineal de estructuras usan el amortiguamiento de Rayleigh para representar la energía disipada por un amortiguador viscoso. Dicho modelo se expresa matemáticamente como:

$$C_R = \alpha M + \beta K \quad (4.3)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes de proporcionalidad que se obtienen definiendo razones de amortiguamiento modal en dos modos ( $\zeta_i$  y  $\zeta_j$ ), usualmente la misma cantidad ( $\zeta_i = \zeta_j$ ). En suma, usuarios de software concerniente a análisis sísmico de edificios comúnmente usan los dos primeros modos para calcular la matriz  $C$ . Hay muchos aspectos asociados a este modelo de amortiguamiento que necesitan ser revisados:

- a). - Es claro que usar este modelo de amortiguamiento conducirá automáticamente a razones de amortiguamiento menores que  $\zeta_i$  y  $\zeta_j$  para los modos entre el *i-ésimo* y *j-ésimo*, mientras que los modos superiores a *j-ésimo* tendrán razones de amortiguamiento mayores a  $\zeta_i$  y  $\zeta_j$ ; de la misma manera los modos más altos tendrán razones de amortiguamiento irrealmente grandes (Fig. 4.5). De hecho, esta es una de las limitaciones principales de este modelo.
- b). - En libros de texto típicos acerca de dinámica estructural, se establece que, si los modos  $i$  y  $j$  se seleccionan apropiadamente, la contribución a la respuesta de los modos superiores será eliminada, debido a los grandes valores de amortiguamiento en dichos modos. Sin embargo, nada se establece con respecto a las grandes cantidades de amortiguamiento resultante en los modos superiores, lo cual a su vez produce grandes fuerzas de amortiguamiento ( $F_D$ ). Como se mencionó en los objetivos, estos problemas se abordan en esta tesis, se incluyen varios parámetros de respuesta, incluyendo fuerzas de amortiguamiento.

Varios problemas y alternativas asociadas al amortiguamiento de Rayleigh, derivadas de usar diferentes combinaciones de  $M_{cc}$ ,  $M_{cs}$ ,  $K_i$  y  $K_t$  en la Ecu. (4.3) han sido abordados por otros investigadores [31, 35, 36, 37]. Parece ser más razonable usar la matriz de rigidez tangente que usar la matriz de rigidez inicial ya que si esta última se usa, el amortiguamiento no cambiará conforme se reduce la rigidez, (tampoco las frecuencias de vibración) mientras se experimenta comportamiento inelástico, implicando que las fracciones de amortiguamiento crítico se incrementarán [40]. El uso de la matriz de rigidez tangente ha sido criticado en el sentido de que cuando la estructura se deforma en el rango inelástico uno no esperaría la reducción de amortiguamiento ya que se espera amortiguamiento adicional debido al comportamiento inelástico. Sin embargo, a pesar de que se espera amortiguamiento



adicional, este se representa por el comportamiento histerético del miembro, el cual no debería de considerarse dos veces incrementando el amortiguamiento viscoso.

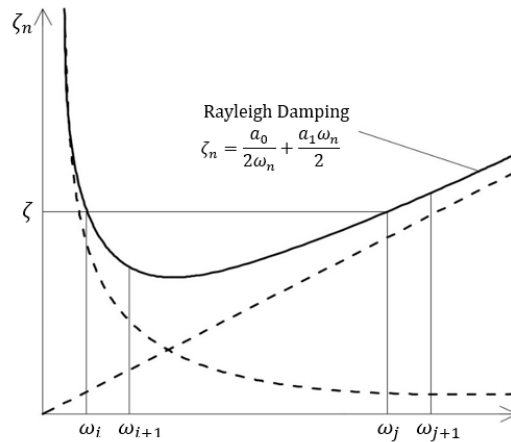


Fig. 4.5 Modelo de Amortiguamiento de Rayleigh.

#### 4.2.2.2. Modelo de amortiguamiento de Wilson y Penzien.

Wilson y Penzien [15] propusieron un método alternativo para obtener la matriz de amortiguamiento, el cual permite fijar las razones de amortiguamiento en cualquier número de modos. Dicho método se basa en la superposición de las matrices de amortiguamiento modal. A continuación, se deriva el antes mencionado modelo.

La transformación de la matriz de amortiguamiento  $c$  de coordenadas geométricas a coordenadas generalizadas está dada por:

$$\Phi^T C \Phi = c \quad (4.4)$$

donde  $c$  es una matriz diagonal con el  $n$ -ésimo elemento diagonal igual amortiguamiento modal generalizado:

$$c_n = \zeta_n (2m_n \omega_n) \quad (4.5)$$

Con  $\zeta_n$  conocida,  $c$  se puede conocer a partir de las ecuaciones 4.5 y la ecuación 4.4 se puede reescribir como:

$$C = (\Phi^T)^{-1} c \Phi^{-1} \quad (4.6)$$

Usar esta ecuación para calcular  $C$  puede parecer un proceso ineficiente porque parece requerir la inversión de dos matrices de orden  $N$ , el número de GDL. Sin embargo, la inversa de la matriz modal  $\Phi$  y de  $\Phi^T$  puede ser determinada con poco calculo debido a la propiedad de ortogonalidad de los modos.

Comenzando con la relación de ortogonalidad:

$$\Phi^T M \Phi = m \quad (4.7)$$

se puede demostrar que:

$$\Phi^{-1} = m^{-1} \Phi^T M \quad \Phi^{T^{-1}} = M \Phi m^{-1} \quad (4.8)$$

Debido a que  $m$  es una matriz diagonal de las masas modales con elementos  $m_n$ ,  $m^{-1}$  es conocida inmediatamente como una matriz diagonal con elementos  $= 1/m_n$ . Entonces  $\Phi^{T^{-1}}$  y  $\Phi^{-1}$  se pueden calcular fácilmente a partir de la ecuación 4.8.

Sustituyendo la ecuación 4.8 en la ecuación 4.6 se obtiene:

$$C = (M \Phi m^{-1}) c (m^{-1} \Phi^T M) \quad (4.9)$$

Como  $m$  y  $c$  son matrices diagonales definidas por las ecuaciones 4.7y 4.4 respectivamente, la ecuación 4.9 puede ser expresada como:

$$C = M \left( \sum_{n=1}^N \frac{2\zeta_n \omega_n}{m_n} \Phi_n \Phi_n^T \right) M \quad (4.10)$$

el n-ésimo termino en esta sumatoria es la contribución del n-ésimo modo con razón de amortiguamiento  $\zeta_n$  a la matriz de amortiguamiento  $C$ , si este término no es incluido, el valor del término de  $C$  resultante implica una razón de amortiguamiento igual a cero en el n-ésimo modo. Es razonable incluir en la ecuación 4.10 solo los primeros  $J$  modos que se espera que contribuyan significativamente a la respuesta. La falta de amortiguamiento en los modos  $J+1$  a  $N$  no crean problemas numéricos si se utiliza un procedimiento paso a paso incondicionalmente estable para integrar las ecuaciones de movimiento [47].

### 4.3. Cargas.

#### 4.3.1. Cargas sísmicas.

Para obtener resultados y conclusiones significativas y para representar el peligro sísmico del área, los modelos en consideración serán excitados por veinte sismos fuertes. Dichos terremotos fueron registrados en el sitio donde se localizan los edificios y fueron obtenidos del Programa Nacional de Movimientos Fuertes del Servicio Geológico de los Estados Unidos [48]. La Tabla 4.3 resume las características principales de los registros usados. Los modelos se someten a la componente vertical y una horizontal a la vez, además de las cargas gravitacionales. La deformación de cualquier modelo cae dentro del rango elástico cuando se somete a cualquiera de los registros. Para estudiar las respuestas sísmicas para tres posibles niveles de deformaciones, es decir elásticas, inelásticas moderadas, e inelásticas significativas, los registros se escalan de acuerdo a la media geométrica del espectro de pseudo-aceleración ( $Sa_{avg}$ ), la cual se obtiene “promediando” la pseudo-aceleración ( $S_a$ ) sobre un rango de periodos de vibración, de acuerdo a la Ec. 4.11.

$$Sa_{avg}(T_1, \dots, T_n) = (\prod_{i=1}^n S_a(T_i))^{1/n} \quad (4.11)$$

En la ecuación anterior,  $n$  es el número de periodos de vibración de interés. Esta medida de intensidad permite contemplar el alargamiento del periodo de vibración del primer modo debido al comportamiento inelástico y la posible influencia de los modos de vibrar superiores. El rango de periodos para calcular  $Sa_{avg}$  va desde  $0.2 T_1$  a  $1.5 T_1$ , con un incremento uniforme de 0.01 s, donde  $T_1$  es el periodo fundamental de la estructura. La justificación detrás del uso de este rango de periodos es que generalmente da buenos resultados en términos de la eficiencia y suficiencia de la medida de intensidad considerada. La variación de  $Sa_{avg}$  va desde 0.2g a 1.4g con incrementos de 0.2g para el edificio de 3 niveles, mientras que va desde 0.1g a 0.7g con incrementos de 0.1g para el modelo de 9 niveles. El rango correspondiente de variación para el modelo de 20 niveles es de 0.05g a 0.35g con incrementos de 0.05g.

Se señala que se intentó obtener un nivel de deformación inelástica significativa similar para los tres modelos. Para intensidades sísmicas más grandes, el desplazamiento máximo de entrepiso de cualquiera de los modelos se observó que estaba alrededor del 3.0% para

algunos registros sísmicos. A pesar de que para los edificios de 3 y 9 niveles se pueden obtener distorsiones mucho más grandes, el valor de 3.0% fue elegido para propósitos de comparación de los tres modelos, ya que se desarrollaron mecanismos plásticos en los nodos en el caso del edificio de 20 niveles para distorsiones mayores al 3.0%. Esto a su vez se debe al hecho de que mientras la longitud de las columnas es la misma para los 3 edificios, la longitud de las vigas de los modelos de 3 y 9 niveles, son 50% más largas que la de las vigas del modelo de 20 niveles, lo que resulta en rigidez de flexión mayor para el modelo de mayor altura y consecuentemente es el más propenso a desarrollar articulaciones plásticas. También se hace notar que, a pesar de que se obtuvieron las mismas distorsiones máximas, el número de niveles que alcanzan una distorsión igual o cercana al 3.0% disminuye al aumentar la altura del edificio, entonces la demanda de deformación inelástica relativa es más pequeña para el modelo de 3 niveles que para el de 9 niveles, en el cual a su vez es menor que para el modelo de 20 niveles.

Tabla 4.3. Registros de sismos fuertes.

Designación	Información de registro	Estación	Magnitud Mw	R(km)	PGA (in/s <sup>2</sup> )		PGA (g)	
					N-S	E-O	N-S	E-O
SLA1	"Northridge-01"	Sun Valley	6.69	5.59	172.64	106.81	0.45	0.28
SLA2	"Northridge-01"	Beverly Hills	6.69	9.44	188.40	171.20	0.49	0.44
SLA3	"Northridge-01"	LA - W 15th St	6.69	25.59	66.87	38.17	0.17	0.10
SLA4	"Northridge-01"	LA - Baldwin Hills	6.69	23.5	64.76	92.22	0.17	0.24
SLA5	"El Mayor-Cucapah_Mexico"	El Centro - MUS	7.2	27.81	76.61	71.92	0.20	0.19
SLA6	"El Mayor-Cucapah_Mexico"	El Centro - MGA	7.2	28.53	112.49	169.57	0.29	0.44
SLA7	"Landers"	Coolwater	7.28	19.74	161.08	109.53	0.42	0.28
SLA8	"Landers"	North Palm Springs	7.28	26.84	51.60	52.51	0.13	0.14
SLA9	"Landers"	Mission Creek Fault	7.28	26.96	50.79	48.73	0.13	0.13
SLA10	"Landers"	Desert Hot Springs	7.28	21.78	59.48	66.11	0.15	0.17
SLA11	"Loma Prieta"	Hollister	6.93	27.67	68.97	142.83	0.18	0.37
SLA12	"Loma Prieta"	Coyote Lake Dam	6.93	20.44	61.94	69.28	0.16	0.18
SLA13	"San Fernando"	LA - Hollywood	6.61	22.77	75.26	86.78	0.19	0.22

SLA14	"Chalfant Valley-02"	Bishop LADWP	-	6.19	14.38	95.98	67.86	0.25	0.18
SLA15	"Coalinga-01"	Parkfield		6.36	28.58	44.98	51.56	0.12	0.13
SLA16	"Coalinga-01"	Cantua Creek School		6.36	23.78	111.37	87.02	0.29	0.23
SLA17	"Imperial Valley-06"	Parachute Test Site		6.53	12.69	79.35	43.50	0.21	0.11
SLA18	"Parkfield-02_CA"	Coalinga - FS 39	-	6	22.45	17.24	30.56	0.04	0.08
SLA19	"Cape Mendocino"	Fortuna Fire Station		7.01	16.54	109.29	128.54	0.28	0.33
SLA20	"Joshua Tree_CA "	Thousand Palms PO		6.1	17.15	75.66	79.01	0.20	0.20

### 4.3.2. Cargas gravitacionales.

Como se mencionó arriba, las cargas gravitacionales serán aplicadas simultáneamente con las cargas sísmicas, las cargas gravitacionales son consideradas de acuerdo a lo estipulado en el reporte 355C de la Agencia Federal para Manejo de Emergencias [43], las cuales se enlistan a continuación:

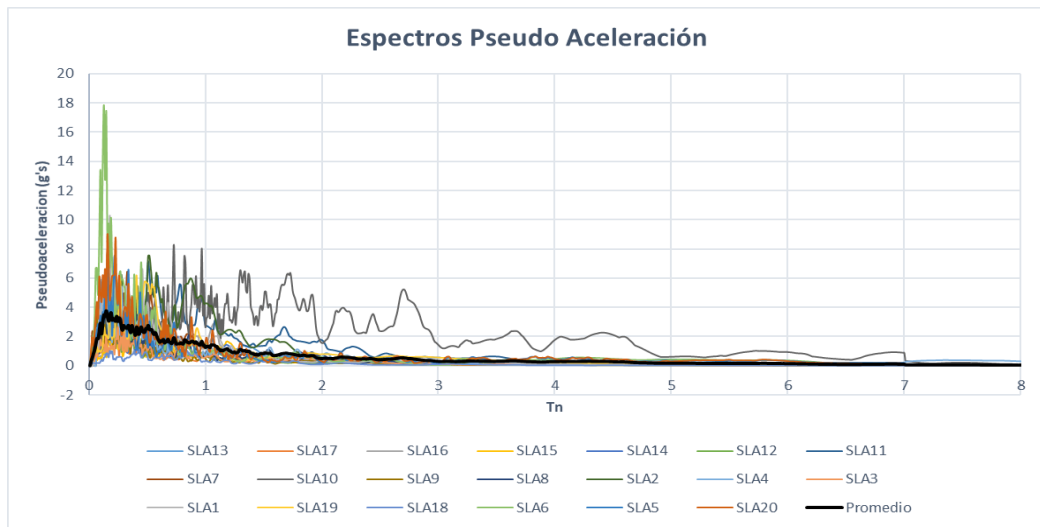
- a) La carga muerta en los pisos para calcular el peso es 4.5 kN/m<sup>2</sup>,
- b) La carga muerta en los pisos para calcular la masa es 4.04 kN/m<sup>2</sup>,
- c) La carga muerta en la azotea es de 3.9 kN/m<sup>2</sup>,
- d) La carga viva reducida en los pisos y azotea es 0.94 kN/m<sup>2</sup>.

A continuación, se enlistan las masas sísmicas de los modelos analizados:

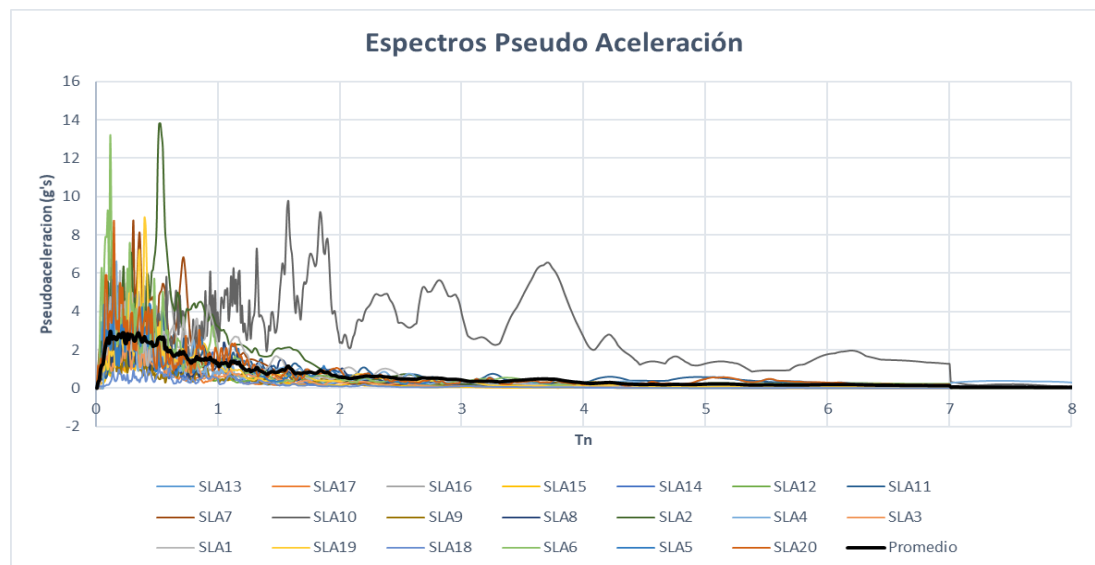
- a) La masa de la azotea del modelo de 3 niveles es 1023.09 kN – s<sup>2</sup>/m.
- b) La masa de los niveles 2 y 3 del edificio de 3 niveles es 945.6 kN – s<sup>2</sup>/m.
- c) La masa de la azotea del modelo de 9 niveles es 1054 kN – s<sup>2</sup>/m.
- d) La masa del nivel 2 del edificio de 9 niveles es 996.25 kN – s<sup>2</sup>/m.
- e) La masa de los niveles del 3 al 9 del edificio de 9 niveles es 979.22 kN – s<sup>2</sup>/m.
- f) La masa de la azotea del modelo de 20 niveles es 584.88 kN – s<sup>2</sup>/m.
- g) La masa del nivel 2 del edificio de 20 niveles es 564 kN – s<sup>2</sup>/m.
- h) La masa de los niveles del 3 al 20 del edificio de 20 niveles es 551.29 kN – s<sup>2</sup>/m.

### 4.3.3. Factores de escala.

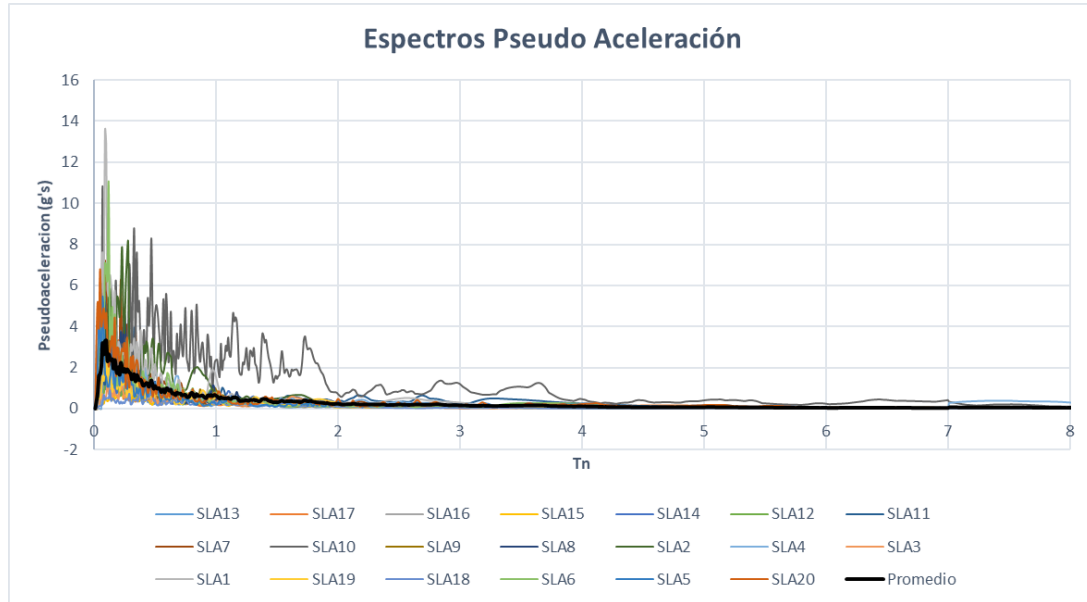
Con la ayuda de la aplicación Spectra.exe la cual es una extensión del programa Ruaumoko [40], se calcularon los espectros de respuesta de todos los registros en términos de pseudo-aceleración para las tres direcciones (Norte-Sur, Este-Oeste y Vertical). En la Figura 4.6 se pueden apreciar los espectros de respuesta para un 3% de amortiguamiento.



a)



b)



c)

Figura 4.6.- Espectros de respuesta de pseudo-aceleración para las tres componentes de los 20 registros sísmicos utilizados; (a) E-O, (b) N-S, (c) Vertical.

Una vez que se obtuvieron los espectros de respuesta, estos se escalaron de acuerdo a distintos valores de la media geométrica de la aceleración espectral ( $Sa_{avg}$ ), considerando los límites que marcan los periodos fundamentales de cada uno de los tres Modelos analizados. En las Tablas 4.4 y 4.5 se muestran los factores de escala para el Modelo 1, los cuales se obtuvieron para una  $Sa_{avg} = 0.2g$  a  $1.4g$  con incrementos de  $0.2g$ , mientras que en las Tablas 4.6 y 4.7 se observan los factores de escala para el Modelo 2, estos se calcularon para un  $Sa_{avg} = 0.1g$  a  $0.8g$  con incrementos de  $0.1g$ ; los factores de escala para el Modelo 3 se pueden apreciar en las Tablas 4.8 y 4.9, estos se obtuvieron para un  $Sa_{avg} = 0.05g$  a  $0.35g$  con incrementos de  $0.05g$ . Por lo que los factores correspondientes a la mayor intensidad sísmica corresponden a a  $Sa_{avg} = 1.4g, 0.8g$  y  $0.35g$  para los Modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

Tabla 4.4.- Factores de escala para el Modelo 1, dirección E-O.

Modelo 1										
Sismos	Factores de Escala E-O (Sa avg)							Duración	Dt	Pasos
	0.2g	0.4g	0.6g	0.8g	1.0g	1.2g	1.4g			
SLA1 ó SX1	0.21	0.42	0.63	0.84	1.05	1.26	1.47	18.55	0.01	1855
SLA2 ó SX2	0.12	0.25	0.37	0.50	0.62	0.74	0.87	9.78	0.01	978
SLA3 ó SX3	0.31	0.63	0.94	1.26	1.57	1.88	2.20	23.48	0.01	2348
SLA4 ó SX4	0.19	0.38	0.58	0.77	0.96	1.15	1.34	22.18	0.02	1109
SLA5 ó SX5	0.37	0.73	1.10	1.47	1.83	2.20	2.57	66.74	0.005	13348
SLA6 ó SX6	0.33	0.67	1.00	1.34	1.67	2.01	2.34	30.20	0.005	6040
SLA7 ó SX7	0.32	0.64	0.97	1.29	1.61	1.93	2.25	17.30	0.004	4325
SLA8 ó SX8	0.43	0.87	1.30	1.74	2.17	2.61	3.04	42.01	0.005	8402
SLA9 ó SX9	0.77	1.54	2.31	3.08	3.85	4.62	5.39	42.95	0.005	8590
SLA10 ó SX10	0.13	0.26	0.39	0.52	0.65	0.77	0.90	35.76	0.02	1788
SLA11 ó SX11	0.16	0.32	0.49	0.65	0.81	0.97	1.13	32.91	0.005	6582
SLA12 ó SX12	0.55	1.10	1.65	2.20	2.76	3.31	3.86	14.22	0.005	2844
SLA13 ó SX13	0.38	0.75	1.13	1.50	1.88	2.25	2.63	14.37	0.01	1437
SLA14 ó SX14	0.41	0.83	1.24	1.66	2.07	2.48	2.90	19.85	0.005	3970
SLA15 ó SX15	0.40	0.81	1.21	1.62	2.02	2.43	2.83	22.91	0.01	2291
SLA16 ó SX16	0.25	0.50	0.76	1.01	1.26	1.51	1.77	17.01	0.01	1701
SLA17 ó SX17	0.72	1.44	2.15	2.87	3.59	4.31	5.03	22.05	0.005	4410
SLA18 ó SX18	0.87	1.75	2.62	3.49	4.37	5.24	6.11	33.37	0.005	6674
SLA19 ó SX19	0.29	0.58	0.88	1.17	1.46	1.75	2.04	19.28	0.005	3856
SLA20 ó SX20	0.35	0.69	1.04	1.38	1.73	2.07	2.42	13.39	0.005	2678

Tabla 4.5.- Factores de escala para el Modelo 1, dirección N-S.

Modelo 1										
Sismos	Factores de Escala N-S (Sa avg)							Duración	Dt	Pasos
	0.2g	0.4g	0.6g	0.8g	1.0g	1.2g	1.4g			
SLA1 ó SY1	0.19	0.37	0.56	0.74	0.93	1.11	1.30	18.55	0.01	1855
SLA2 ó SY2	0.12	0.23	0.35	0.47	0.59	0.70	0.82	9.78	0.01	978
SLA3 ó SY3	0.29	0.57	0.86	1.14	1.43	1.71	2.00	23.48	0.01	2348
SLA4 ó SY4	0.21	0.41	0.62	0.82	1.03	1.23	1.44	22.18	0.02	1109
SLA5 ó SY5	0.32	0.65	0.97	1.30	1.62	1.95	2.27	66.74	0.005	13348



<b>SLA6 ó SY6</b>	0.29	0.57	0.86	1.15	1.43	1.72	2.00	30.20	0.005	6040
<b>SLA7 ó SY7</b>	0.19	0.38	0.57	0.76	0.95	1.14	1.33	17.30	0.004	4325
<b>SLA8 ó SY8</b>	0.36	0.73	1.09	1.45	1.81	2.18	2.54	42.01	0.005	8402
<b>SLA9 ó SY9</b>	0.70	1.40	2.09	2.79	3.49	4.19	4.88	42.95	0.005	8590
<b>SLA10 ó SY10</b>	0.15	0.29	0.44	0.59	0.74	0.88	1.03	35.76	0.02	1788
<b>SLA11 ó SY11</b>	0.28	0.57	0.85	1.13	1.42	1.70	1.99	32.91	0.005	6582
<b>SLA12 ó SY12</b>	0.45	0.91	1.36	1.82	2.27	2.72	3.18	14.22	0.005	2844
<b>SLA13 ó SY13</b>	0.73	1.47	2.20	2.93	3.66	4.40	5.13	14.37	0.01	1437
<b>SLA14 ó SY14</b>	0.54	1.08	1.62	2.16	2.70	3.23	3.77	19.85	0.005	3970
<b>SLA15 ó SY15</b>	0.49	0.97	1.46	1.95	2.43	2.92	3.41	22.91	0.01	2291
<b>SLA16 ó SY16</b>	0.31	0.62	0.93	1.24	1.56	1.87	2.18	17.01	0.01	1701
<b>SLA17 ó SY17</b>	0.80	1.60	2.40	3.20	4.00	4.80	5.60	22.05	0.005	4410
<b>SLA18 ó SY18</b>	0.78	1.57	2.35	3.13	3.91	4.70	5.48	33.37	0.005	6674
<b>SLA19 ó SY19</b>	0.25	0.50	0.74	0.99	1.24	1.49	1.74	19.28	0.005	3856
<b>SLA20 ó SY20</b>	0.30	0.61	0.91	1.22	1.52	1.83	2.13	13.39	0.005	2678

Tabla 4.6.- Factores de escala para el Modelo 2, dirección E-O.

<b>Modelo 2</b>											
<b>Sismos</b>	<b>Factores de Escala E-O (Sa avg)</b>								<b>Duración</b>	<b>Dt</b>	<b>Pasos</b>
	0.1g	0.2g	0.3g	0.4g	0.5g	0.6g	0.7g	0.8g			
<b>SLA1 ó SX1</b>	0.22	0.45	0.67	0.90	1.12	1.35	1.57	1.80	18.55	0.01	1855
<b>SLA2 ó SX2</b>	0.16	0.33	0.49	0.65	0.82	0.98	1.14	1.31	9.78	0.01	978
<b>SLA3 ó SX3</b>	0.27	0.54	0.81	1.08	1.35	1.62	1.89	2.16	23.48	0.01	2348
<b>SLA4 ó SX4</b>	0.15	0.29	0.44	0.59	0.73	0.88	1.03	1.17	22.18	0.02	1109
<b>SLA5 ó SX5</b>	0.44	0.88	1.32	1.75	2.19	2.63	3.07	3.51	66.74	0.005	13348
<b>SLA6 ó SX6</b>	0.46	0.92	1.38	1.84	2.30	2.76	3.22	3.69	30.20	0.005	6040
<b>SLA7 ó SX7</b>	0.57	1.14	1.71	2.28	2.86	3.43	4.00	4.57	17.30	0.004	4325
<b>SLA8 ó SX8</b>	0.55	1.10	1.65	2.21	2.76	3.31	3.86	4.41	42.01	0.005	8402
<b>SLA9 ó SX9</b>	1.01	2.01	3.02	4.02	5.03	6.04	7.04	8.05	42.95	0.005	8590
<b>SLA10 ó SX10</b>	0.07	0.14	0.22	0.29	0.36	0.43	0.51	0.58	35.76	0.02	1788
<b>SLA11 ó SX11</b>	0.17	0.33	0.50	0.67	0.84	1.00	1.17	1.34	32.91	0.005	6582
<b>SLA12 ó SX12</b>	0.80	1.60	2.40	3.20	4.00	4.81	5.61	6.41	14.22	0.005	2844
<b>SLA13 ó SX13</b>	0.53	1.05	1.58	2.11	2.63	3.16	3.69	4.22	14.37	0.01	1437
<b>SLA14 ó SX14</b>	0.53	1.07	1.60	2.13	2.67	3.20	3.73	4.26	19.85	0.005	3970
<b>SLA15 ó SX15</b>	0.57	1.13	1.70	2.26	2.83	3.39	3.96	4.52	22.91	0.01	2291
<b>SLA16 ó SX16</b>	0.38	0.75	1.13	1.51	1.89	2.26	2.64	3.02	17.01	0.01	1701

<b>SLA17 ó SX17</b>	0.68	1.36	2.05	2.73	3.41	4.09	4.77	5.45	22.05	0.005	4410
<b>SLA18 ó SX18</b>	0.97	1.94	2.91	3.88	4.86	5.83	6.80	7.77	33.37	0.005	6674
<b>SLA19 ó SX19</b>	0.27	0.54	0.80	1.07	1.34	1.61	1.88	2.15	19.28	0.005	3856
<b>SLA20 ó SX20</b>	0.44	0.87	1.31	1.75	2.19	2.62	3.06	3.50	13.39	0.005	2678

Tabla 4.7.- Factores de escala para el Modelo 2, dirección N-S.

<b>Modelo 2</b>											
<b>Sismos</b>	<b>Factores de Escala N-S (Sa avg)</b>								<b>Duración</b>	<b>Dt</b>	<b>Pasos</b>
	0.1g	0.2g	0.3g	0.4g	0.5g	0.6g	0.7g	0.8g			
<b>SLA1 ó SY1</b>	0.16	0.32	0.48	0.65	0.81	0.97	1.13	1.29	18.55	0.01	1855
<b>SLA2 ó SY2</b>	0.13	0.26	0.39	0.52	0.66	0.79	0.92	1.05	9.78	0.01	978
<b>SLA3 ó SY3</b>	0.21	0.41	0.62	0.82	1.03	1.24	1.44	1.65	23.48	0.01	2348
<b>SLA4 ó SY4</b>	0.16	0.32	0.48	0.64	0.79	0.95	1.11	1.27	22.18	0.02	1109
<b>SLA5 ó SY5</b>	0.37	0.74	1.11	1.49	1.86	2.23	2.60	2.97	66.74	0.005	13348
<b>SLA6 ó SY6</b>	0.42	0.83	1.25	1.67	2.09	2.50	2.92	3.34	30.20	0.005	6040
<b>SLA7 ó SY7</b>	0.45	0.89	1.34	1.78	2.23	2.67	3.12	3.56	17.30	0.004	4325
<b>SLA8 ó SY8</b>	0.44	0.88	1.32	1.76	2.20	2.65	3.09	3.53	42.01	0.005	8402
<b>SLA9 ó SY9</b>	0.62	1.24	1.86	2.49	3.11	3.73	4.35	4.97	42.95	0.005	8590
<b>SLA10 ó SY10</b>	0.06	0.11	0.17	0.22	0.28	0.33	0.39	0.45	35.76	0.02	1788
<b>SLA11 ó SY11</b>	0.28	0.57	0.85	1.13	1.42	1.70	1.98	2.27	32.91	0.005	6582
<b>SLA12 ó SY12</b>	0.60	1.19	1.79	2.38	2.98	3.57	4.17	4.77	14.22	0.005	2844
<b>SLA13 ó SY13</b>	0.87	1.73	2.60	3.46	4.33	5.19	6.06	6.92	14.37	0.01	1437
<b>SLA14 ó SY14</b>	0.66	1.32	1.97	2.63	3.29	3.95	4.61	5.27	19.85	0.005	3970
<b>SLA15 ó SY15</b>	0.77	1.54	2.31	3.08	3.85	4.62	5.39	6.16	22.91	0.01	2291
<b>SLA16 ó SY16</b>	0.44	0.87	1.31	1.74	2.18	2.62	3.05	3.49	17.01	0.01	1701
<b>SLA17 ó SY17</b>	0.78	1.56	2.35	3.13	3.91	4.69	5.48	6.26	22.05	0.005	4410
<b>SLA18 ó SY18</b>	0.88	1.75	2.63	3.50	4.38	5.25	6.13	7.00	33.37	0.005	6674
<b>SLA19 ó SY19</b>	0.30	0.61	0.91	1.21	1.52	1.82	2.12	2.43	19.28	0.005	3856
<b>SLA20 ó SY20</b>	0.37	0.74	1.11	1.48	1.85	2.22	2.59	2.95	13.39	0.005	2678

Tabla 4.8.- Factores de escala para el Modelo 3, dirección E-O.

Modelo 3									
Sismos	Factores de Escala E-O (Sa avg)						Duración	Dt	Pasos
	0.05g	0.1g	0.2g	0.25g	0.3g	0.35g			
SLA1 ó SX1	0.22	0.44	0.88	1.11	1.33	1.55	18.55	0.01	1855
SLA2 ó SX2	0.17	0.34	0.68	0.85	1.02	1.19	9.78	0.01	978
SLA3 ó SX3	0.25	0.50	0.99	1.24	1.49	1.74	23.48	0.01	2348
SLA4 ó SX4	0.11	0.22	0.44	0.55	0.66	0.77	22.18	0.02	1109
SLA5 ó SX5	0.27	0.54	1.08	1.35	1.62	1.89	66.74	0.005	13348
SLA6 ó SX6	0.31	0.62	1.24	1.55	1.87	2.18	30.20	0.005	6040
SLA7 ó SX7	0.44	0.89	1.77	2.22	2.66	3.10	17.30	0.004	4325
SLA8 ó SX8	0.70	1.40	2.80	3.50	4.20	4.90	42.01	0.005	8402
SLA9 ó SX9	1.28	2.56	5.12	6.40	7.68	8.96	42.95	0.005	8590
SLA10 ó SX10	0.17	0.34	0.67	0.84	1.01	1.18	35.76	0.02	1788
SLA11 ó SX11	0.19	0.38	0.76	0.95	1.14	1.33	32.91	0.005	6582
SLA12 ó SX12	0.91	1.82	3.65	4.56	5.47	6.38	14.22	0.005	2844
SLA13 ó SX13	0.41	0.82	1.64	2.05	2.46	2.88	14.37	0.01	1437
SLA14 ó SX14	0.53	1.06	2.11	2.64	3.17	3.70	19.85	0.005	3970
SLA15 ó SX15	0.60	1.19	2.38	2.98	3.58	4.17	22.91	0.01	2291
SLA16 ó SX16	0.32	0.64	1.29	1.61	1.93	2.26	17.01	0.01	1701
SLA17 ó SX17	0.54	1.07	2.14	2.68	3.21	3.75	22.05	0.005	4410
SLA18 ó SX18	1.08	2.16	4.31	5.39	6.47	7.55	33.37	0.005	6674
SLA19 ó SX19	0.29	0.59	1.18	1.47	1.76	2.06	19.28	0.005	3856
SLA20 ó SX20	0.27	0.55	1.10	1.37	1.65	1.92	13.39	0.005	2678

Tabla 4.9.- Factores de escala para el Modelo 3, dirección N-S.

Modelo 1									
Sismos	Factores de Escala N-S (Sa avg)						Duración	Dt	Pasos
	0.05g	0.1g	0.2g	0.25g	0.3g	0.35g			
SLA1 ó SY1	0.15	0.31	0.62	0.77	0.93	1.08	18.55	0.01	1855
SLA2 ó SY2	0.14	0.29	0.57	0.72	0.86	1.01	9.78	0.01	978
SLA3 ó SY3	0.18	0.36	0.71	0.89	1.07	1.25	23.48	0.01	2348
SLA4 ó SY4	0.09	0.18	0.36	0.46	0.55	0.64	22.18	0.02	1109
SLA5 ó SY5	0.35	0.70	1.39	1.74	2.09	2.43	66.74	0.005	13348

<b>SLA6 ó SY6</b>	0.45	0.91	1.81	2.27	2.72	3.17	30.20	0.005	6040
<b>SLA7 ó SY7</b>	0.47	0.94	1.87	2.34	2.81	3.27	17.30	0.004	4325
<b>SLA8 ó SY8</b>	0.49	0.97	1.95	2.43	2.92	3.41	42.01	0.005	8402
<b>SLA9 ó SY9</b>	0.48	0.97	1.93	2.41	2.90	3.38	42.95	0.005	8590
<b>SLA10 ó SY10</b>	0.10	0.20	0.39	0.49	0.59	0.68	35.76	0.02	1788
<b>SLA11 ó SY11</b>	0.22	0.44	0.89	1.11	1.33	1.55	32.91	0.005	6582
<b>SLA12 ó SY12</b>	0.61	1.21	2.42	3.03	3.63	4.24	14.22	0.005	2844
<b>SLA13 ó SY13</b>	0.70	1.39	2.78	3.48	4.17	4.87	14.37	0.01	1437
<b>SLA14 ó SY14</b>	0.69	1.38	2.76	3.45	4.14	4.83	19.85	0.005	3970
<b>SLA15 ó SY15</b>	0.94	1.88	3.75	4.69	5.63	6.56	22.91	0.01	2291
<b>SLA16 ó SY16</b>	0.51	1.02	2.03	2.54	3.05	3.56	17.01	0.01	1701
<b>SLA17 ó SY17</b>	0.62	1.24	2.49	3.11	3.73	4.36	22.05	0.005	4410
<b>SLA18 ó SY18</b>	1.12	2.24	4.48	5.60	6.72	7.84	33.37	0.005	6674
<b>SLA19 ó SY19</b>	0.35	0.71	1.41	1.77	2.12	2.47	19.28	0.005	3856
<b>SLA20 ó SY20</b>	0.35	0.71	1.42	1.77	2.13	2.48	13.39	0.005	2678

## 5. Resultados

### 5.1. Modelo de Wilson y Penzien vs modelo de Rayleigh.

La demanda sísmica en términos de parámetros de respuesta globales y locales, es decir cortantes de entrepiso, desplazamientos de entrepiso, cargas axiales y momentos flexionantes en vigas y columnas, se calculan asumiendo que la matriz de amortiguamiento está dada por el modelo de Rayleigh considerando un 3% de amortiguamiento viscoso en el primer y segundo modo de vibración lateral, y se comparan con las obtenidas con el modelo de Wilson y Penzien, considerando la misma cantidad de amortiguamiento viscoso en todos los modos de vibrar, incluyendo los rotacionales. Las fuerzas de amortiguamiento en los nodos también se comparan. Después, para poder cuantificar la contribución de los modos de vibrar rotacionales superiores, los resultados mencionados antes para el modelo de Wilson y Penzien se comparan con los del mismo modelo, pero se considera 3% de amortiguamiento viscoso solo en los modos laterales de vibrar y una cantidad relativamente grande (alrededor de 20%) en los modos de vibrar superiores. Las matrices de masa concentrada y de rigidez inicial se usan en ambos modelos de amortiguamiento, el modelo de Rayleigh y el modelo de Wilson y Penzien.

Las razones de amortiguamiento ( $\zeta_n$ ) implícitamente consideradas en el modelo de amortiguamiento de Rayleigh para el tercer modo y modos superiores pueden ser obtenidas como:

$$\zeta_n = \frac{\alpha}{2\omega_n} + \frac{\beta\omega_n}{2} \quad (5.1)$$

En la Ecu. 5.1,  $n$  denota el número de modo. Las razones de amortiguamiento que resultan de la Ecu. 5.1 se muestran en la Fig. 5.1 para los tres modelos. Se observa que los valores de  $\zeta_n$  que no se usaron para calcular los coeficientes de proporcionalidad (modos 1 y 2), no son consistentes con los que se observan en pruebas de vibración forzada en estructuras, donde se demuestra que las razones de amortiguamiento son aproximadamente las mismas para todos los modos de vibración natural [46, 47]. La precisión de esta práctica se evalúa en esta sección de la tesis.

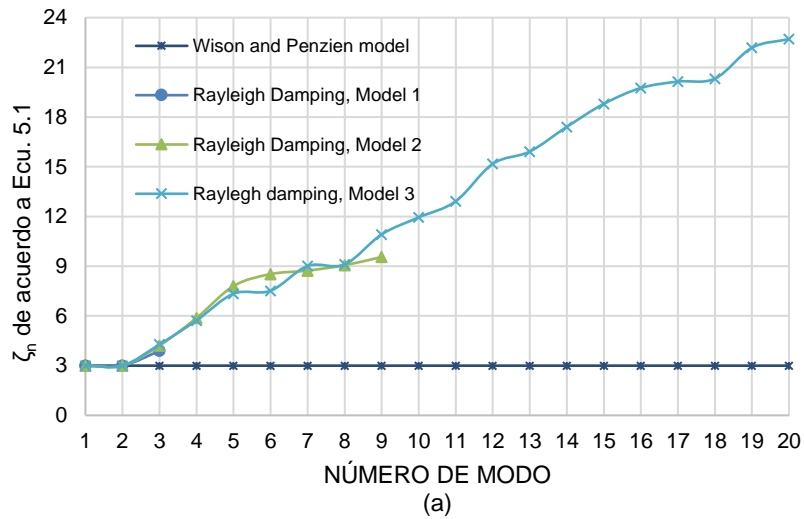


Fig. 5.1 Razones de amortiguamiento de acuerdo al modelo de Rayleigh.

### 5.1.1 Comparación en términos de parámetros de respuesta local.

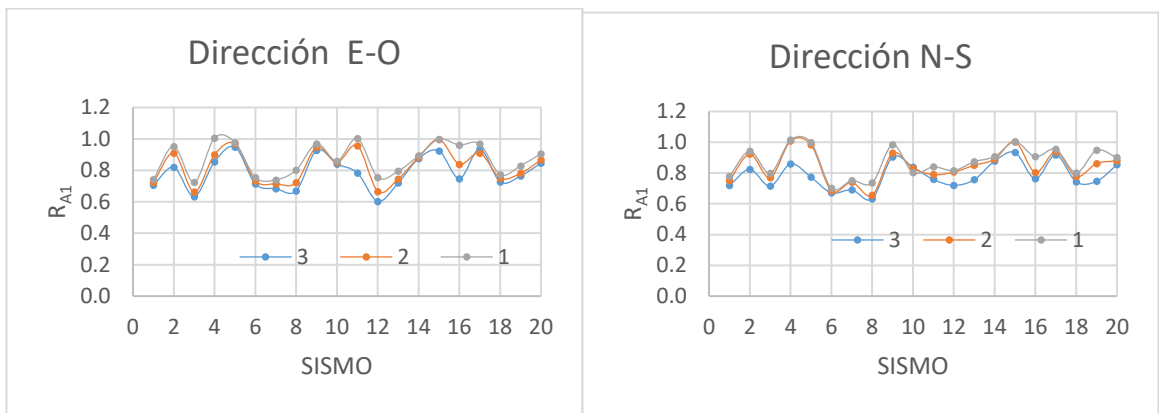
La comparación en términos de parámetros de respuesta local se discute primero. Para este fin, se usan las razones  $R_{AI}$  y  $R_{MI}$ , dadas por las Ecs. 5.2 y 5.3, para cargas axiales y momentos flexionantes en columnas, respectivamente. En la Ecu. 5.2 los parámetros  $A_R$  y  $A_W$  son las cargas axiales obtenidas con los modelos de Rayleigh y Wilson y Penzien,

respectivamente.  $B_R$  y  $B_W$  tienen significados similares, cuando se comparan momentos flexionantes.

$$R_{A1} = \frac{A_R}{A_W} \quad (5.2)$$

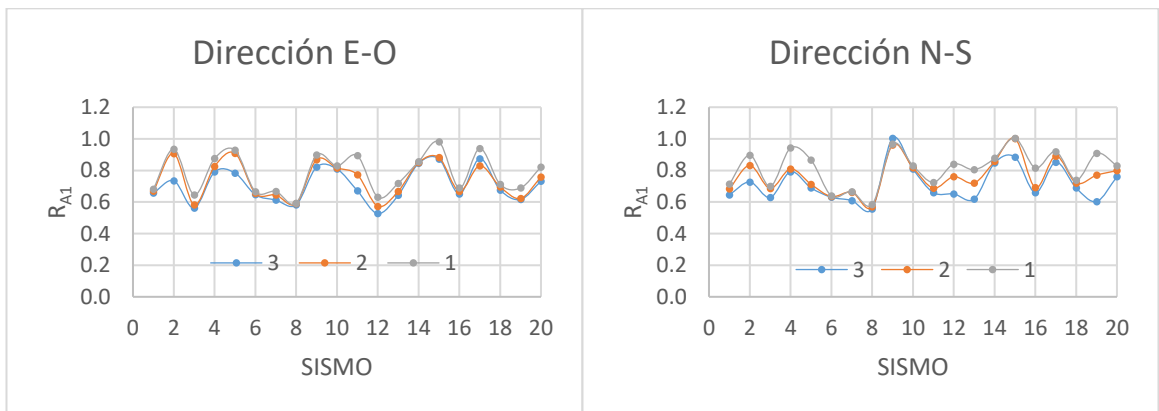
$$R_{M1} = \frac{M_R}{M_W} \quad (5.3)$$

Se construyeron gráficas de las razones  $R_{A1}$  y  $R_{M1}$  tanto para registros sísmicos individuales como para los promedios de todos los registros sísmicos correspondientes a columnas interiores y exteriores, así como también para vigas interiores y exteriores, para cada registro sísmico, intensidad sísmica, nivel, dirección estructural y modelo. Sin embargo, solo se presentan los resultados más relevantes para cada caso.



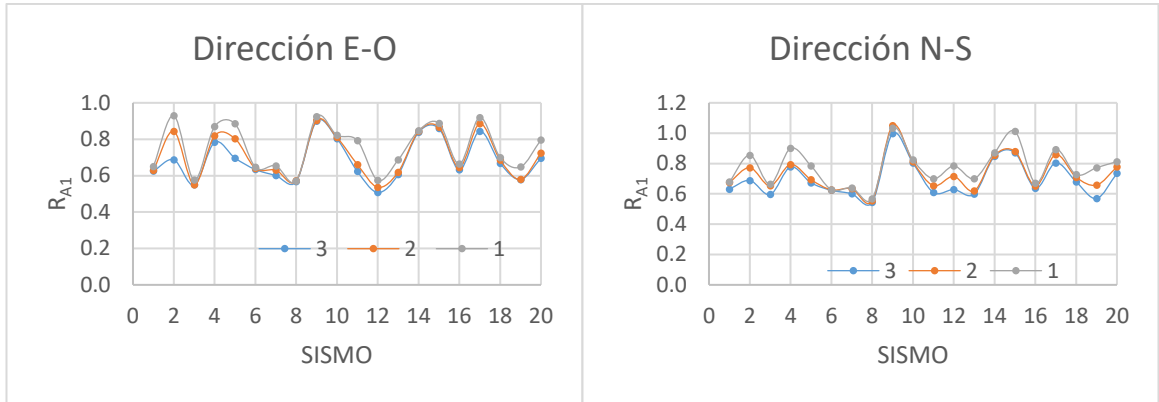
a)

b)



c)

d)

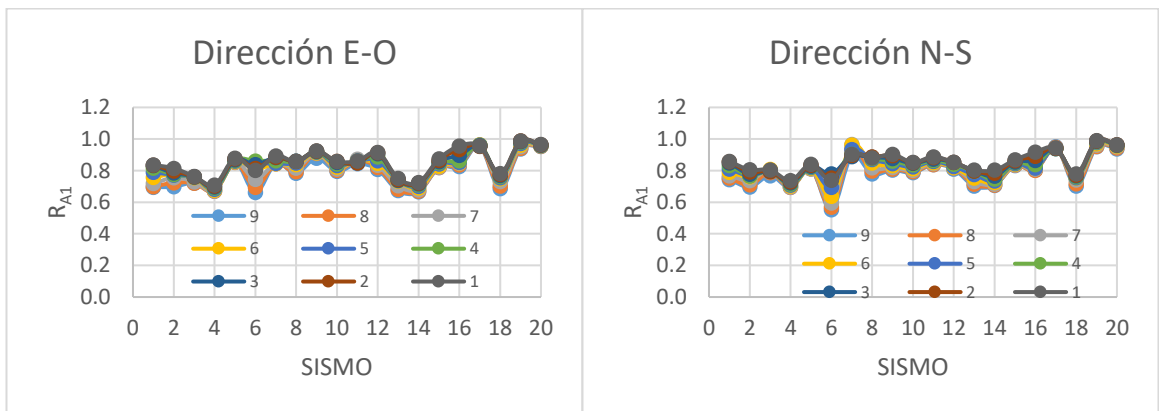


e)

f)

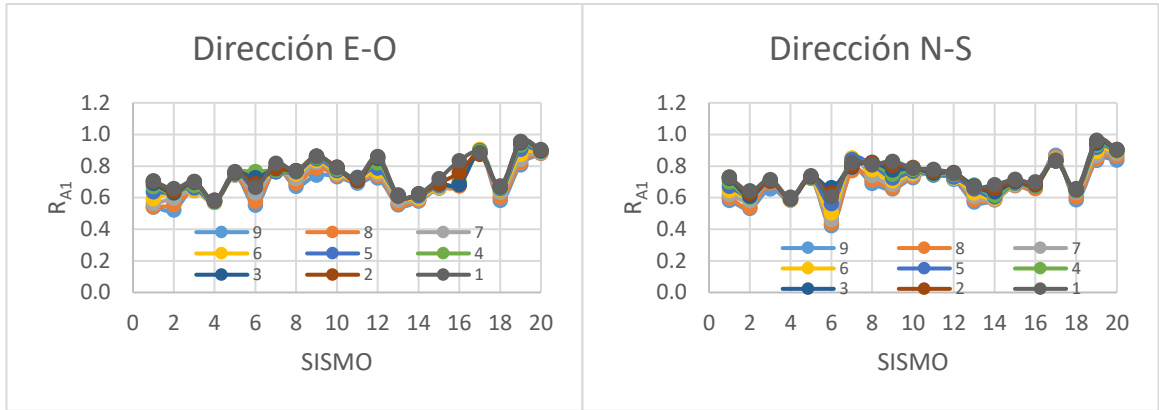
Fig. 5.2 Valores individuales de  $R_{AI}$  para el modelo 1, a), c) y e), dirección E-O, 0.2g, 0.8g y 1.4g, respectivamente, b), d) y f), dirección N-S, 0.2g, 0.8g y 1.4g, respectivamente.

En la Fig. 5.2 se muestran las gráficas para la razón  $R_{AI}$  para el modelo 1. Las gráficas corresponden a 3 intensidades sísmicas y a las dos direcciones estructurales (E-O y N-S). Las intensidades corresponden a tres niveles distintos de deformación, 0.2g para pequeñas deformaciones (a y b), 0.8g para deformaciones moderadas (c y d) y 1.4g para grandes deformaciones (e y f). En estas gráficas se puede observar que los valores son menores a la unidad para la gran mayoría de los registros y estos valores tienden a disminuir conforme aumenta intensidad sísmica, siendo los valores mínimos aproximados 0.6 para la intensidad de 0.2g y 0.5 para la de 1.4g. Estos valores indican que la carga axial se subestima hasta en un 50% cuando se usa el Modelo de Rayleigh para determinar la matriz de amortiguamiento.



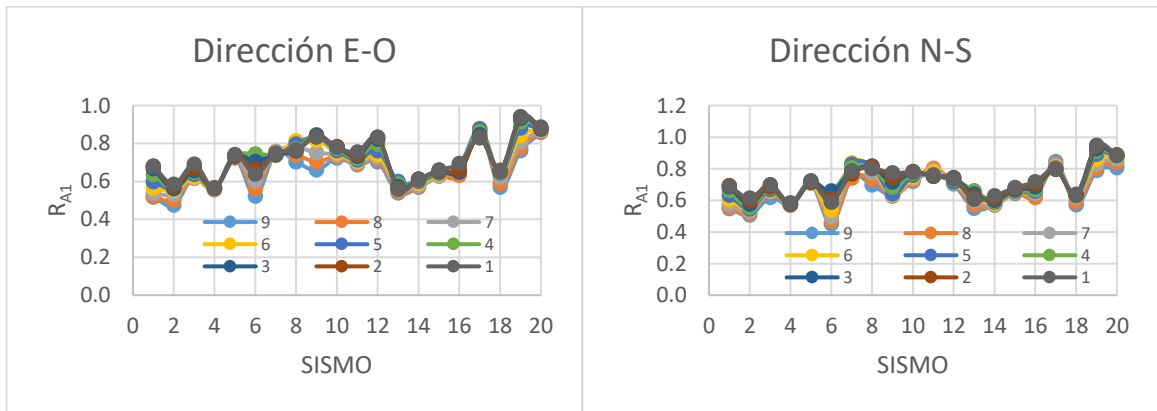
a)

b)



c)

d)



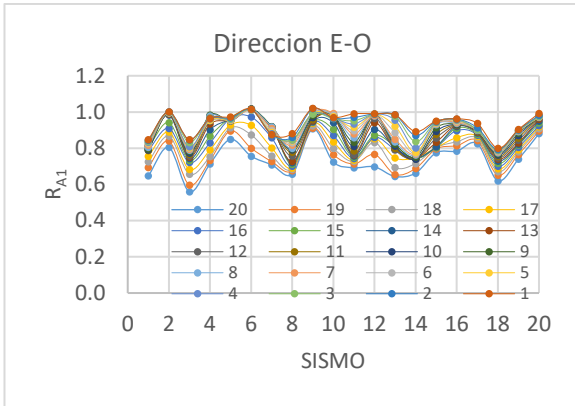
e)

f)

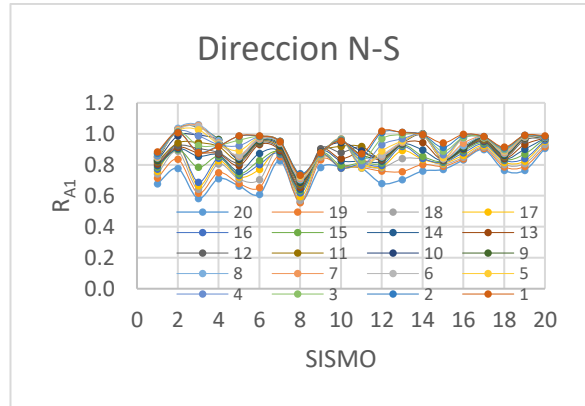
Fig. 5.3 Valores individuales de  $R_{AI}$  para el modelo 2, a), c) y e) dirección E-O, 0.1g, 0.5g y 0.8g, respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, 0.1g, 0.5g y 0.8g, respectivamente.

Al igual que para el modelo 1, en la Fig. 5.3 se muestran los valores de la razón  $R_{AI}$  para el modelo 2. Las intensidades para las cuales se muestran los resultados son 0.1g (pequeñas deformaciones), 0.5g (deformaciones moderadas) y 0.8g (grandes deformaciones). Las curvas a), c) y d) corresponden a la dirección E-O mientras que los incisos b), d) y f) a la dirección N-S. La tendencia de los resultados es similar a la del modelo 1, solamente que los valores de subestimación son mayores para el modelo 2, variando los valores máximos entre el 40% (0.1g) y el 60% (0.8g).

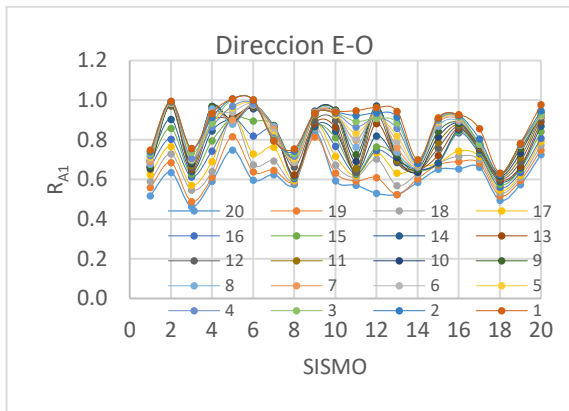




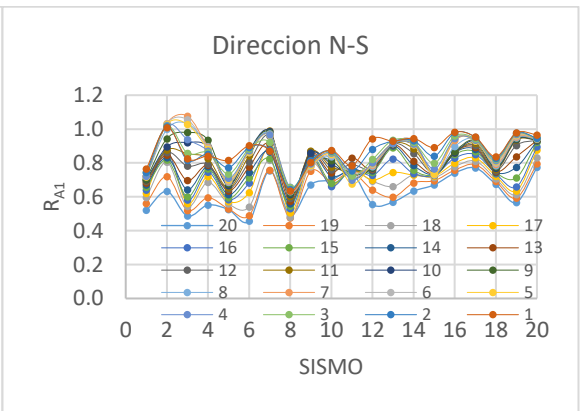
a)



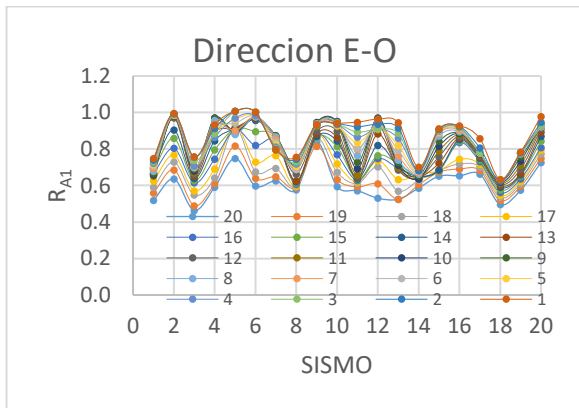
b)



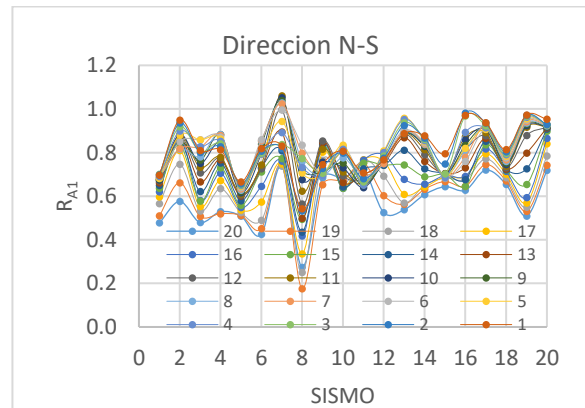
c)



d)



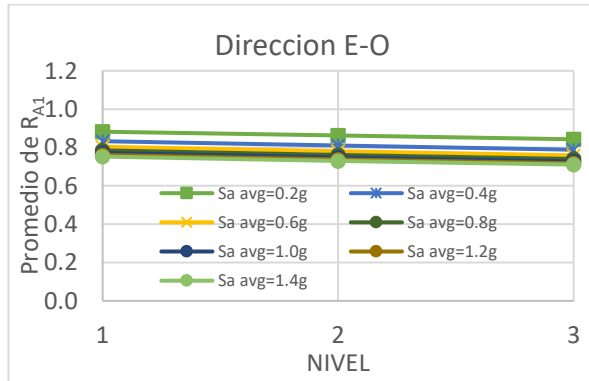
e)



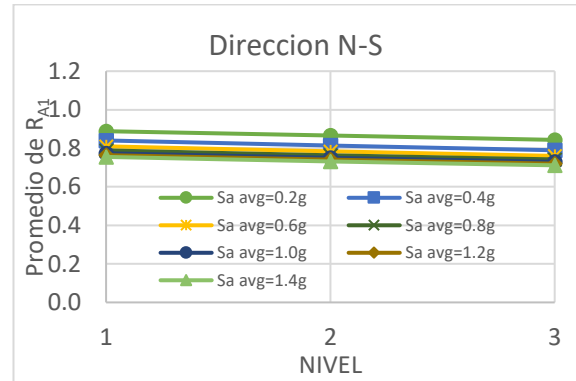
f)

Fig. 5.4 Valores individuales de  $R_{A1}$  para el modelo 3, a), c) y e) dirección E-O, 0.05g, 0.2g y 0.35g, respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, 0.05g, 0.2g y 0.35g, respectivamente.

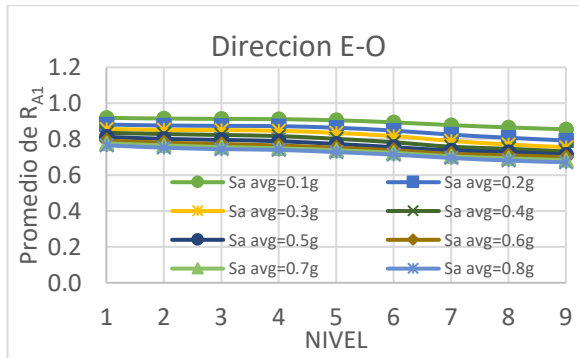
La Fig. 5.4 muestra los valores de la razón  $R_{A1}$  para el modelo 3. Al igual que para los dos modelos anteriores, se seleccionaron tres intensidades para reflejar las razones en tres niveles de deformación, las intensidades seleccionadas son 0.05g, 0.2g y 0.35g, estas corresponden deformaciones pequeñas, moderadas y grandes, respectivamente. Las subestimaciones máximas son menores que para los modelos 1 y 2 siendo de 40% para 0.05g y de hasta un 70% para 3.5g.



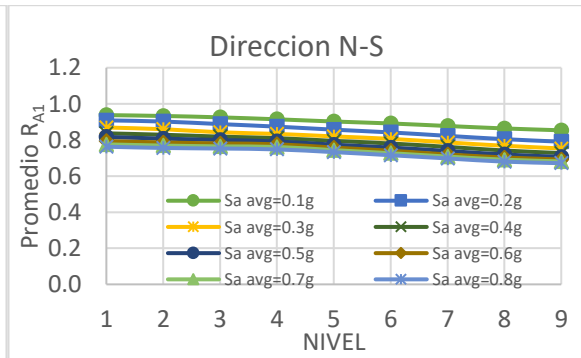
a)



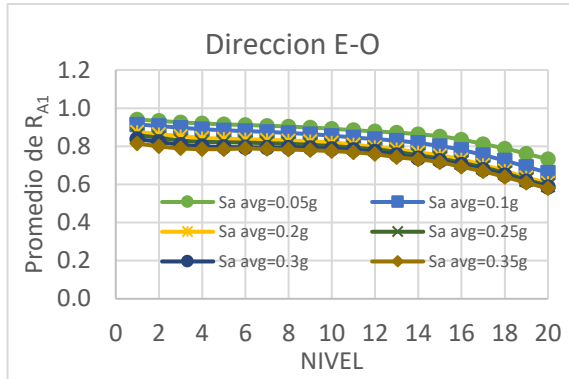
b)



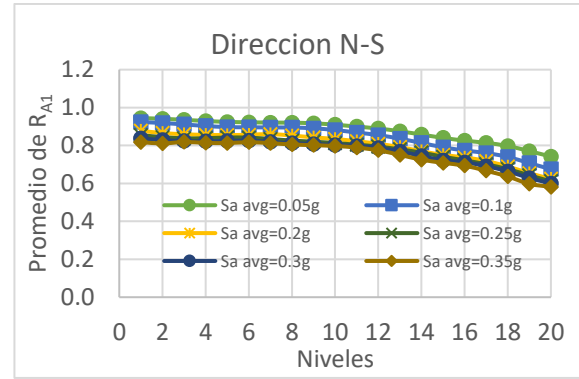
c)



d)



e)

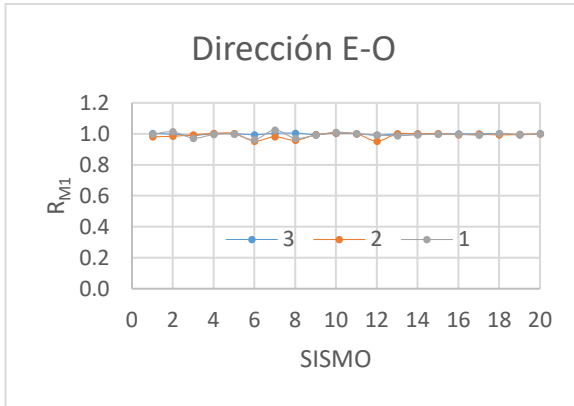


f)

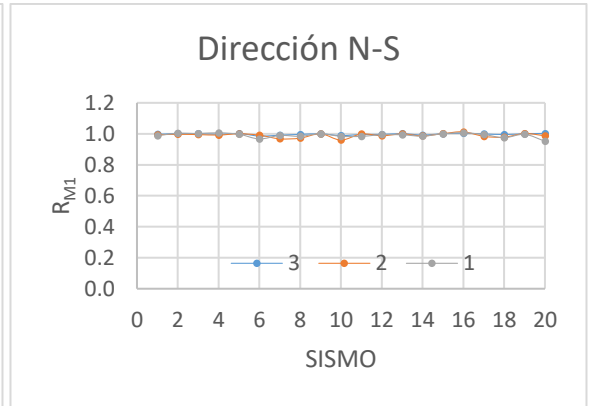
Fig. 5.5 Valores promedio de  $R_{A1}$ , a), c) y e) dirección E-O, modelos 1, 2 y 3, respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

Los valores promedio de  $R_{A1}$  se presentan en la Fig. 5.5 para los tres modelos. En estas gráficas se reafirma lo mostrado en las figuras de los registros individuales, en el sentido que el nivel de subestimación aumenta conforme aumenta la cantidad de niveles del edificio, así como también con la intensidad sísmica. También se observa que, para un modelo dado, el nivel de subestimación se incrementa a través de la altura del modelo. Los valores de subestimación máximos promedio (para  $S_a$  máxima), los cuales ocurren en la azotea, aumentan ligeramente con el periodo fundamental de la estructura, son de alrededor del 32%, 34% y 42% para los modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

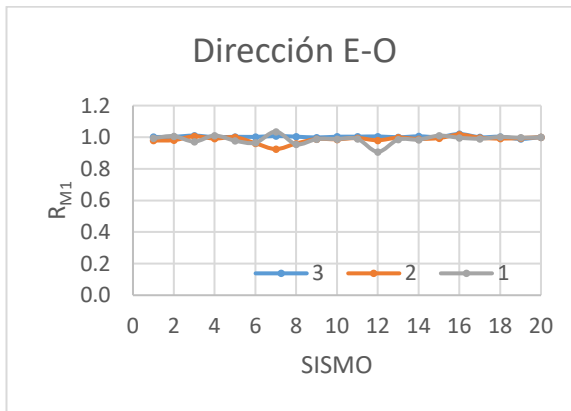
La razón para esta subestimación, es que el usar el modelo de amortiguamiento de Rayleigh para calcular la matriz  $C$  introduce grandes fuerzas de amortiguamiento en los modos superiores, produciendo una reducción de las deformaciones estructurales y consecuentemente de las cargas axiales, respecto a las obtenidas con el modelo de Wilson y Penzien, lo que resulta en valores del parámetro  $R_{A1}$  menores a la unidad.



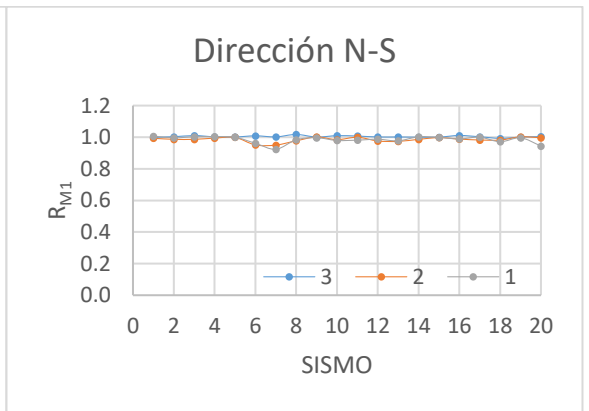
a)



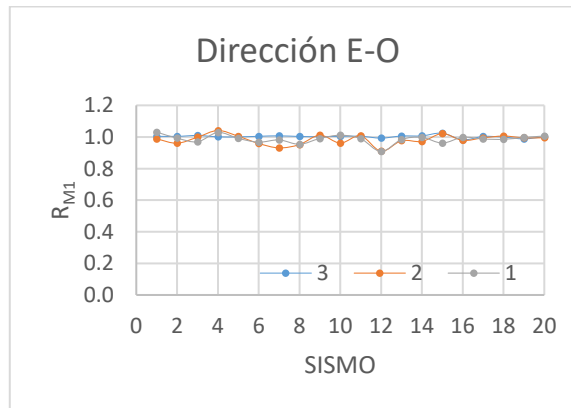
b)



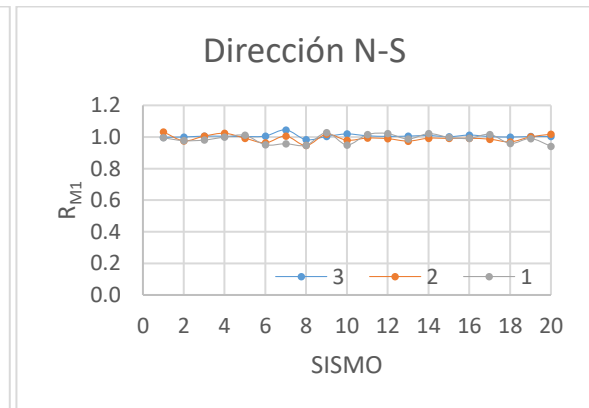
c)



d)



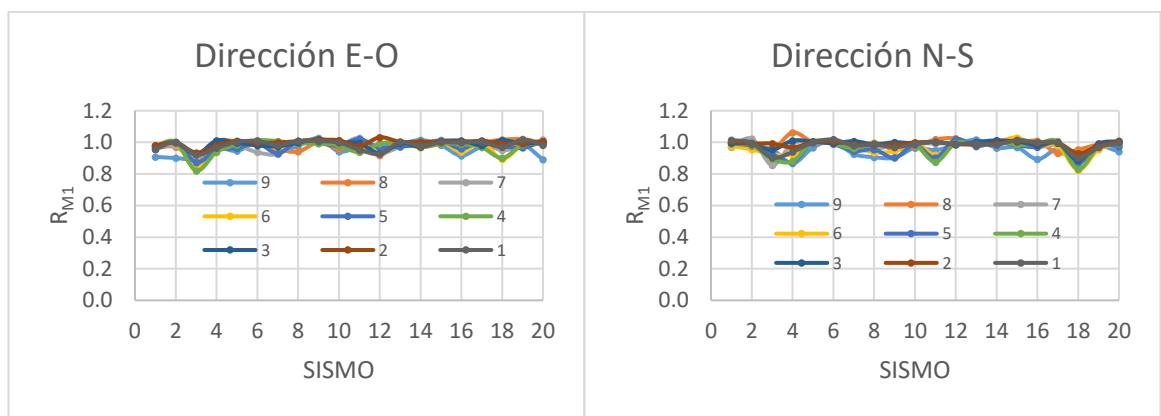
e)



f)

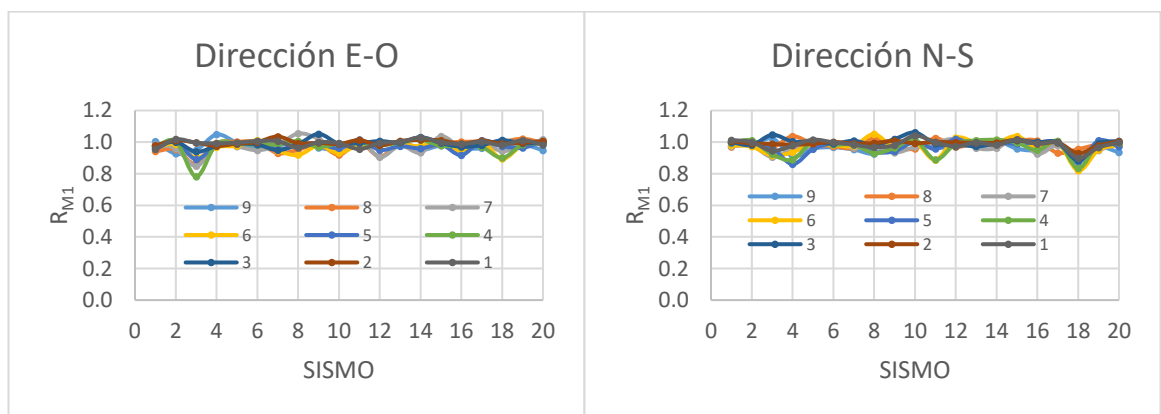
Fig. 5.6 Valores individuales en columnas de  $R_{M1}$  para el Modelo 1, a), c) y e) dirección E-O, 0.2g, 0.8g y 1.4g, respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, 0.2g, 0.8g, 1.4g, respectivamente.

En las gráficas de la fig. 5.6 se presentan los resultados de la razón  $R_{M1}$  para el modelo 1 y cada uno de los registros sísmicos. Los resultados mostrados son para los mismos casos considerados para la razón  $R_{AI}$  (mismas intensidades sísmicas y direcciones estructurales). La mayor parte de los valores son cercanos a la unidad lo que indica que no existe una diferencia apreciable entre el uso del modelo de Rayleigh en comparación con el modelo de Wilson y Penzien en términos de momento flexionante para el modelo 1. Sin embargo, vale la pena mencionar que existen algunos registros individuales en los que existe una subestimación de aproximadamente un 10%.



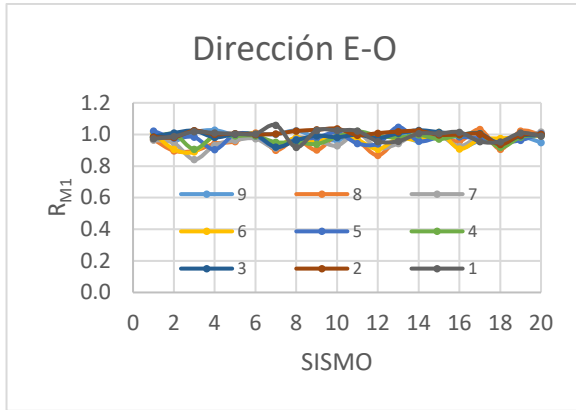
a)

b)

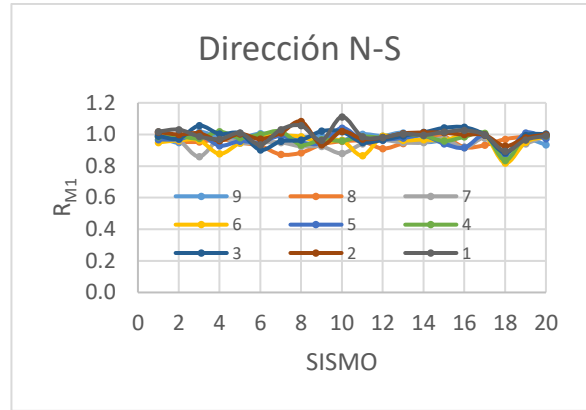


c)

d)



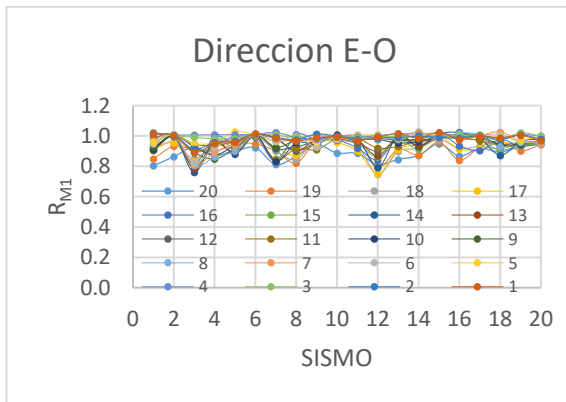
e)



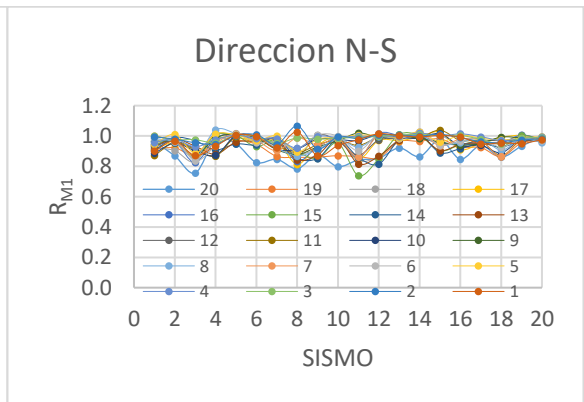
f)

Fig. 5.7 Valores individuales en columnas de  $R_{MI}$  para el Modelo 2, a), c) y e) dirección E-O, 0.1g, 0.4g y 0.8g, respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, 0.1g, 0.4g, 0.8g, respectivamente.

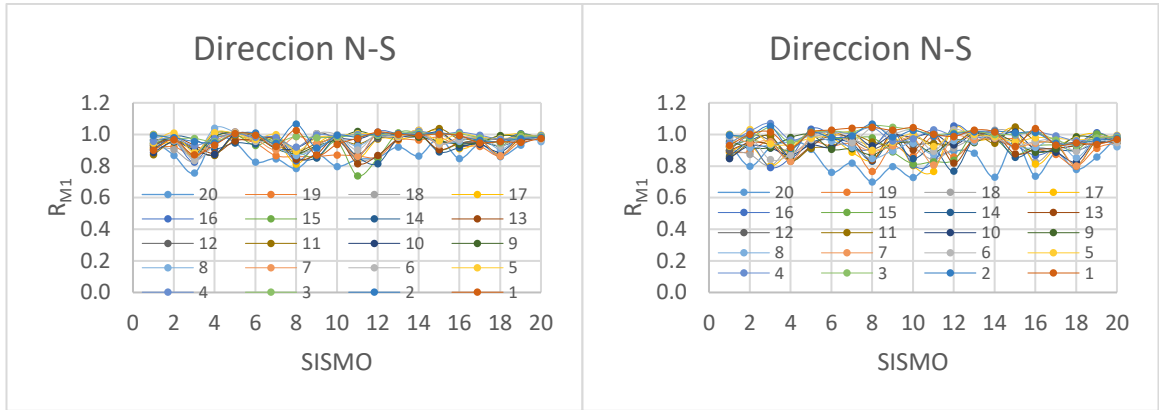
La fig. 5.7 muestra los valores de  $R_{MI}$  para el modelo 2. Como se puede observar, en este modelo, a diferencia del modelo 1, la razón es menor a la unidad para la mayoría de los registros usados, existiendo subestimaciones de hasta un 22% para algunos registros. Es importante mencionar que el aumento de intensidad sísmica tiene poca o nula influencia en esta subestimación, siendo muy similar en los 3 casos presentados (0.1g, 0.4g y 0.8g).



a)

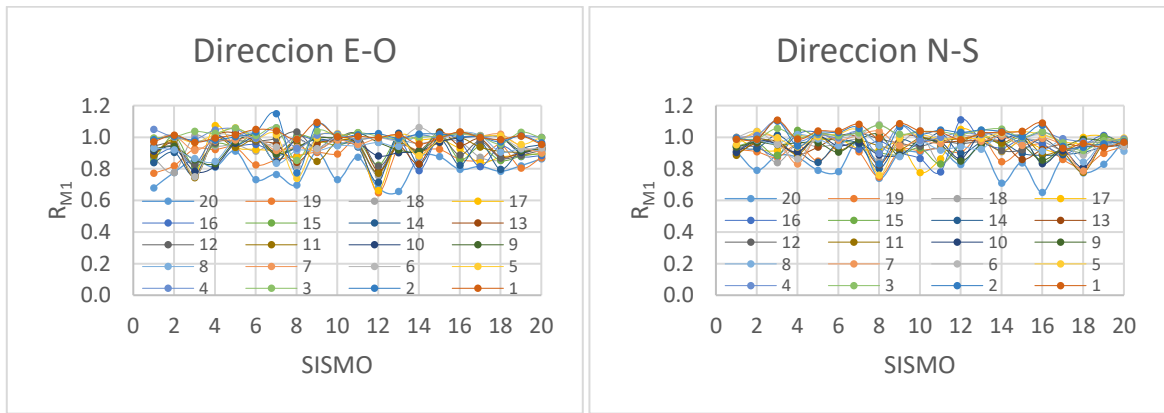


b)



c)

d)

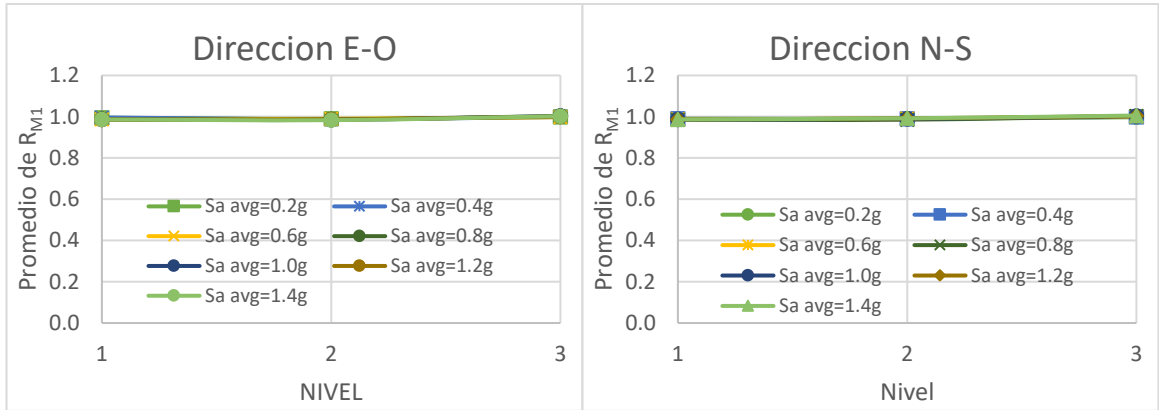


e)

f)

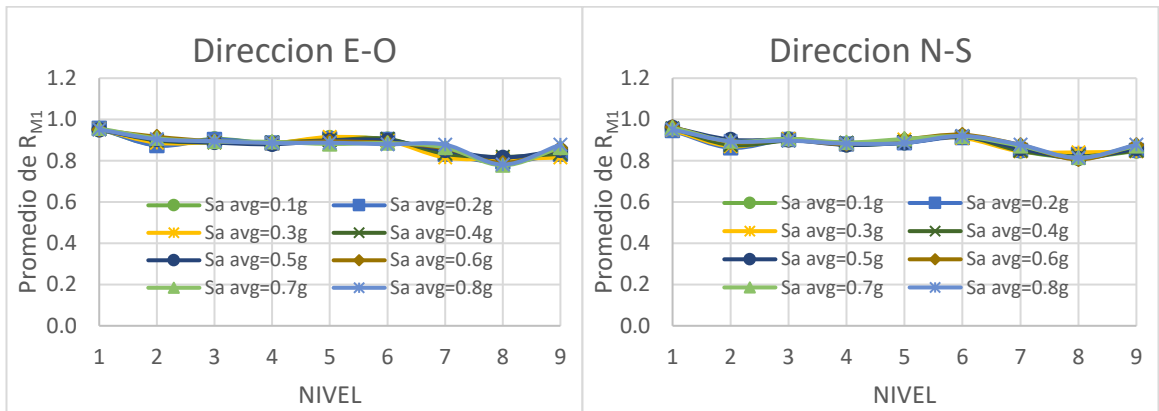
Fig. 5.8 Valores individuales en columnas de  $R_{MI}$  para el Modelo 3, a), c) y e) dirección E-O, 0.05g, 0.2g y 0.35g, respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, 0.05g, 0.2g, 0.35g, respectivamente.

En la Fig. 5.8 los resultados mostrados corresponden al modelo 3 para las intensidades 0.05g (a y b), 0.2g (c y d) y 0.35g (e, f). En estas gráficas se puede observar que los momentos flexionantes son generalmente subestimados al usar el modelo de Rayleigh en comparación con usar el modelo de Wilson y Penzien, esta subestimación llega a ser de hasta un 38% aproximadamente para algunos registros individuales. Vale la pena señalar que, a pesar de que en su mayoría la respuesta es subestimada, existen algunos registros para los cuales la respuesta es, por el contrario, sobrestimada, siendo esta sobrestimación de alrededor del 10%.



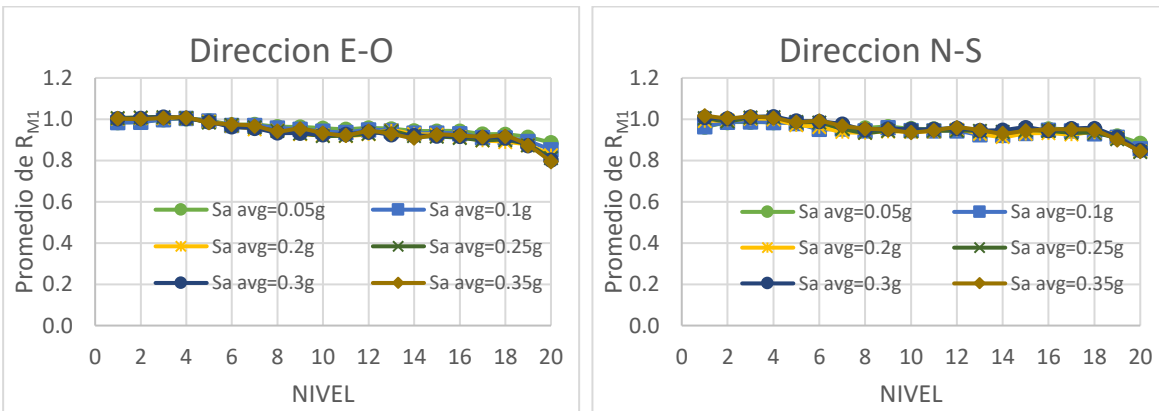
a)

b)



c)

d)



e)

f)

Fig. 5.9 Valores promedio en columnas de  $R_{M1}$ , a), c) y e) dirección E-O, modelos 1, 2 y 3, respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, modelos 1, 2 y 3, respectivamente.



Los valores promedios correspondientes a  $R_{MI}$  se presentan en la Fig. 5.9. Se puede observar que, como se mencionó anteriormente, los momentos flexionantes son subestimados.—La subestimación, a pesar de ser menor que para las cargas axiales, sigue siendo significativa, en promedio es de alrededor del 22% y 20% para los modelos de 9 y 20 niveles. Así como para el caso de cargas axiales, los niveles de subestimación para un modelo dado, aumentan conforme su altura, sin embargo, diferente a las cargas axiales, las subestimaciones no varían con la intensidad sísmica.

Es importante mencionar que para la razón  $R_{MI}$  se construyeron graficas tanto para columnas como para vigas de los 3 modelos, sin embargo, las gráficas de las vigas no se incluyen porque las razones son muy similares a las razones para columnas, por lo tanto, se considera que no aportan información relevante adicional a la ya mostrada en esta sección.

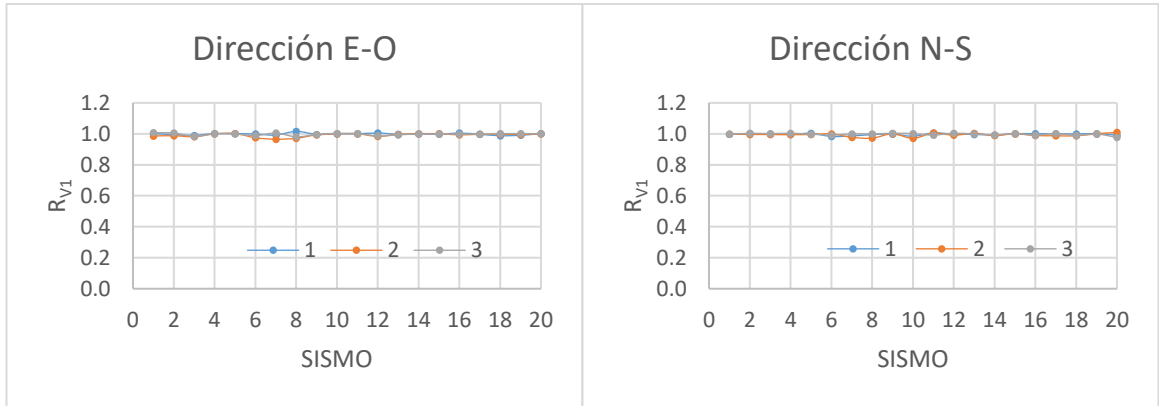
### 5.1.2 Comparación en términos de parámetros de respuesta global.

Las respuestas sísmicas en términos de cortantes de entrepiso y desplazamientos de entrepiso relativos también, usando el modelo de amortiguamiento de Rayleigh y comparadas con los resultados obtenidos al usar el modelo de Wilson y Penzien. Al igual que para carga axial y momento flexionante, se obtuvieron graficas individuales y promedios para cada registro sísmico, intensidad sísmica, nivel dirección estructural y modelo. Sin embargo, no todas las gráficas son presentadas, solo los resultados en términos de los promedios y valores por nivel para registros individuales son discutidos. Se muestra que los cortantes de entrepiso también son subestimados cuando se usa el modelo de amortiguamiento de Rayleigh; sin embargo, las subestimaciones son mucho menores que para momentos flexionantes y cargas axiales.

Para la comparación de los cortantes de entrepiso se usa la razón  $R_{VI}$ , la cual está definida por la ecuación Ecu. 5.4:

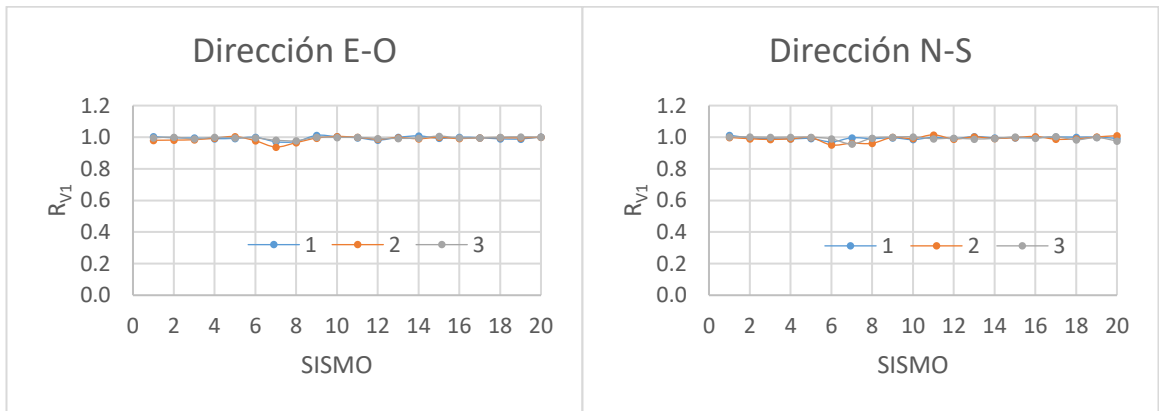
$$R_{VI} = \frac{V_{R1}}{V_{W1}} \quad (5-4)$$

donde los términos  $V_{RI}$  y  $V_{WI}$  denotan los cortantes de entrepiso obtenidos usando el modelo de amortiguamiento de Rayleigh y el modelo de Wilson y Penzien respectivamente.



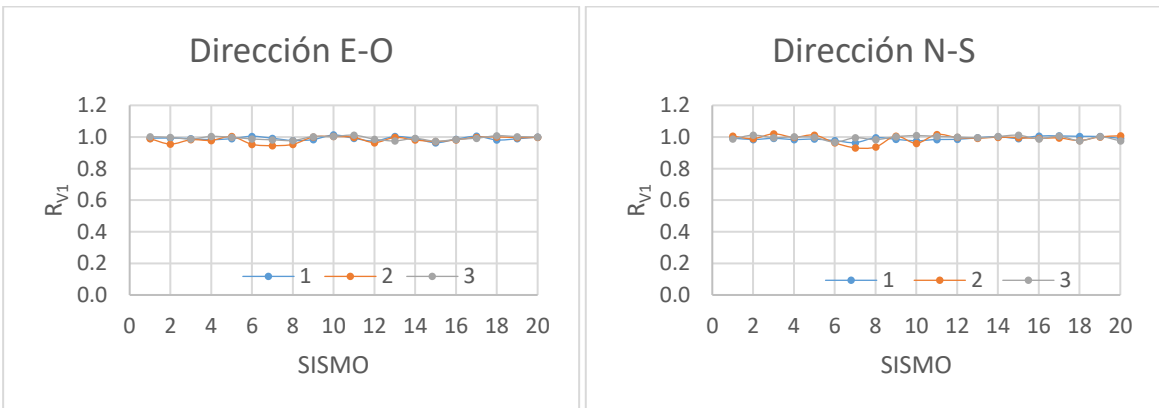
a)

b)



c)

d)

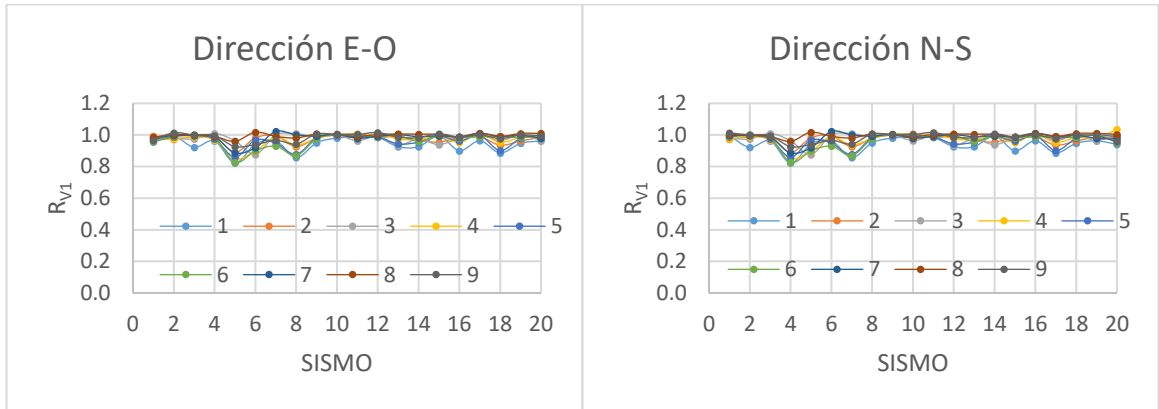


e)

f)

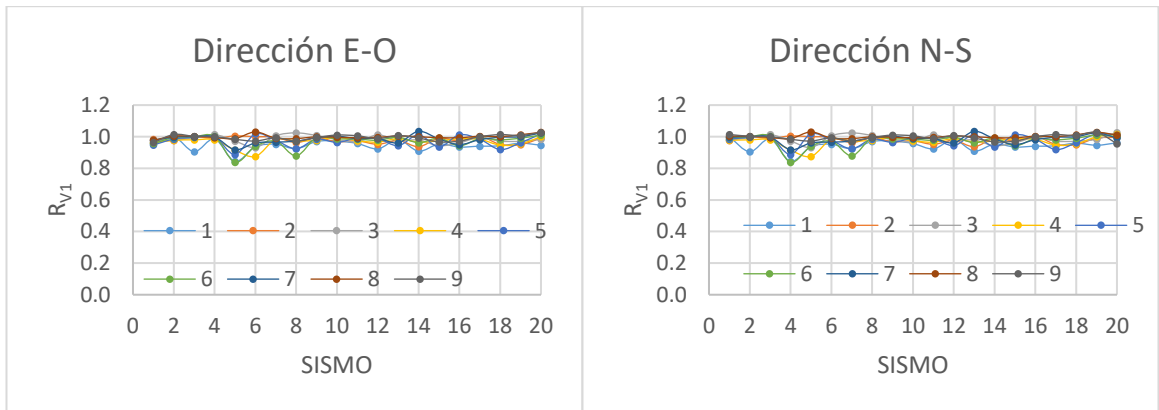
Fig. 5.10 Valores individuales  $R_{VI}$  para el Modelo 1, a), c) y e) dirección E-O, 0.2g, 0.8g y 1.4g, respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, 0.2g, 0.8g, 1.4g, respectivamente.

En la Fig. 5.10 se muestran los valores de  $R_{V1}$  para el modelo 1. En estas gráficas se puede observar que para el parámetro “cortante de entrepiso” del modelo 1, el valor de la respuesta se estima de manera precisa para la mayoría de los registros considerados en este estudio cuando se usa el Modelo de Rayleigh). Es importante aclarar que a pesar de lo mencionado anteriormente existen registros para los cuales si existe una subestimación (aunque pequeña para este modelo) del cortante de entrepiso cuyo valor máximo es de aproximadamente 8%.



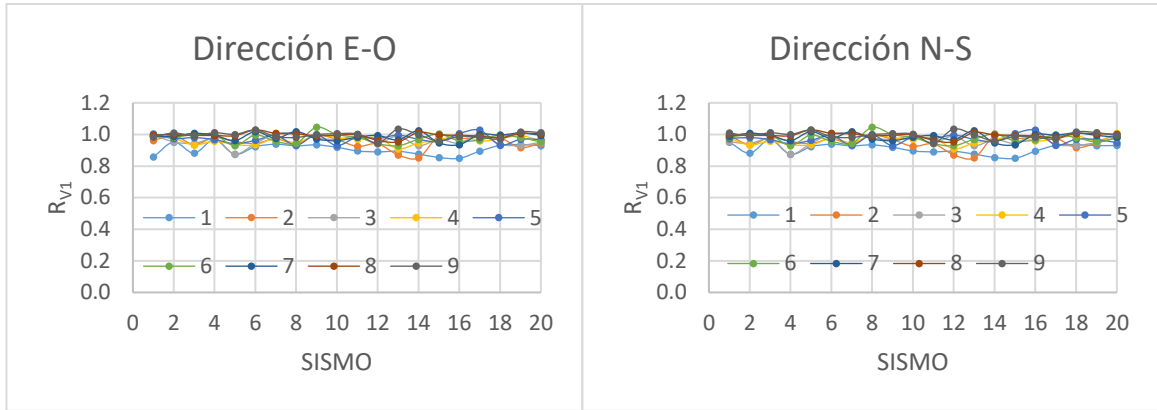
a)

b)



c)

d)

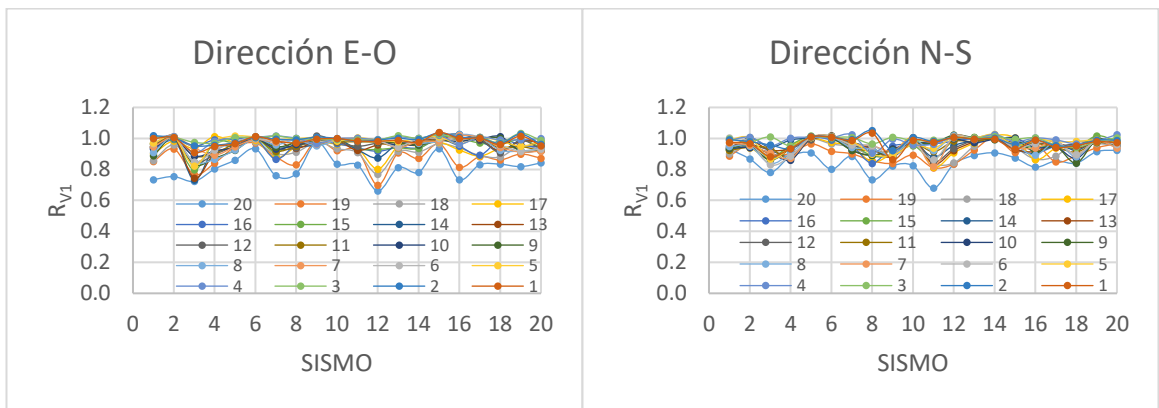


e)

f)

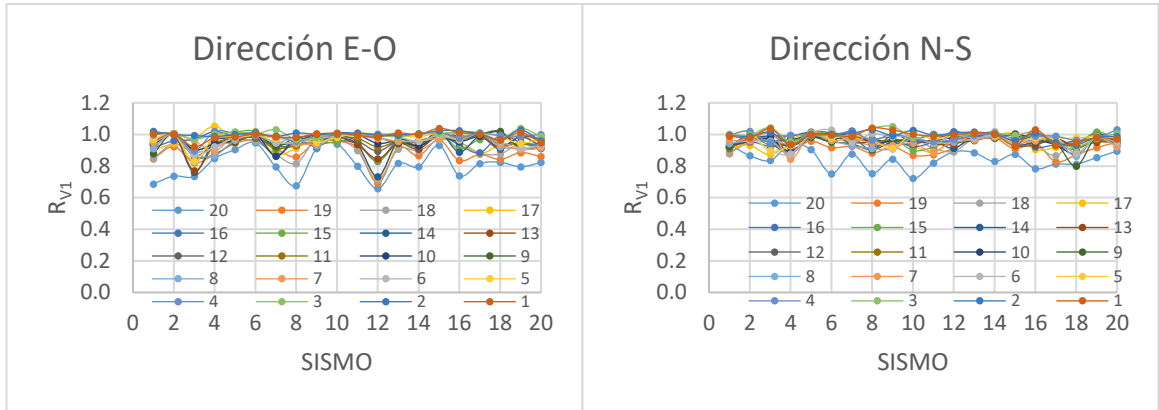
Fig. 5.11 Valores individuales  $R_{VI}$  para el Modelo 2, a), c) y e) dirección E-O, 0.1g, 0.4g y 0.8g, respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, 0.1g, 0.4g, 0.8g, respectivamente.

Los valores de  $R_{VI}$  para el modelo 2 se muestran en la fig. 5.11. En estas graficas se muestra que para un modelo de media altura (9 niveles en este caso) la subestimación del cortante de entrepiso es mayor en comparación a edificios de pequeña altura y ocurre para la mayor parte de los registros, alcanzando valores de hasta 18% para algunos registros individuales.



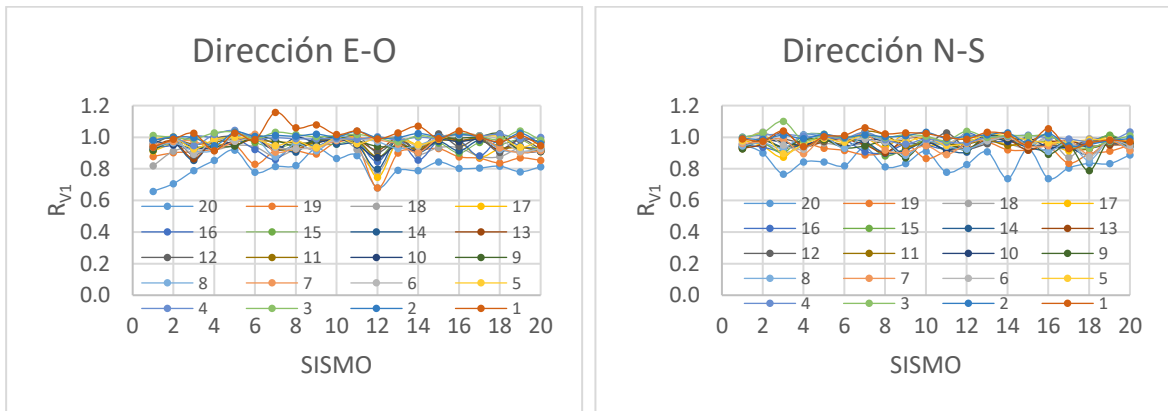
a)

b)



c)

d)

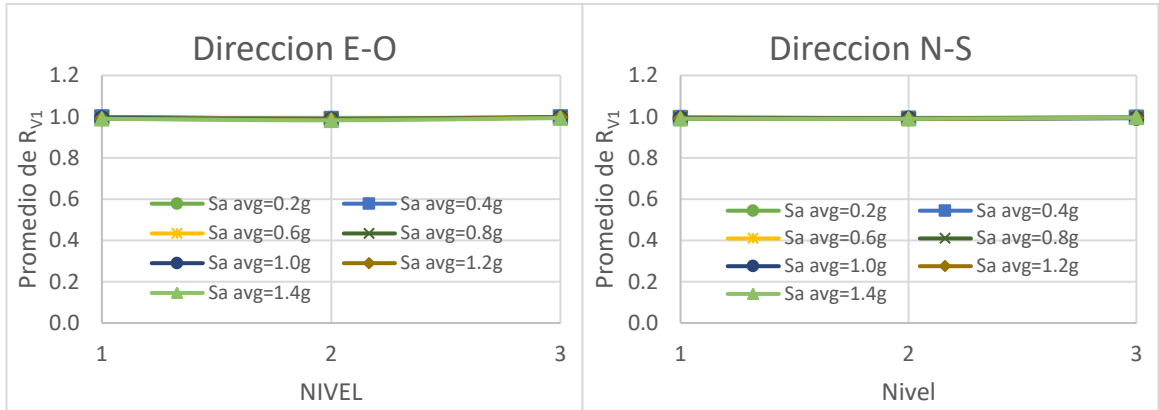


e)

f)

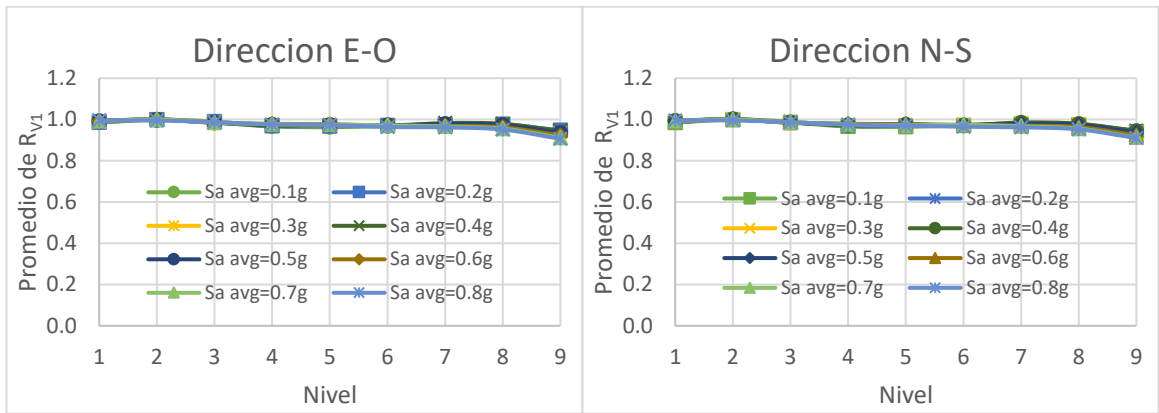
Fig. 5.12 Valores individuales  $R_{VI}$  para el Modelo 3, a), c) y e) dirección E-O, 0.05g, 0.2g y 0.35g, respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, 0.05g, 0.2g, 0.35g, respectivamente.

En la fig. 5.12 se presentan los valores para el modelo 3 de  $R_{VI}$ . En esta figura es posible observar que el uso del modelo de Rayleigh, en comparación al uso del modelo de Wilson y Penzien, conduce a la subestimación del cortante de entrepiso en modelos de gran altura como el aquí estudiado, el cual consta de 20 niveles sobre el nivel de suelo. Esta subestimación ronda valores del 20% para la mayoría de los registros, pero debe mencionarse que para algunos registros esta subestimación alcanza valores de hasta un 38%.



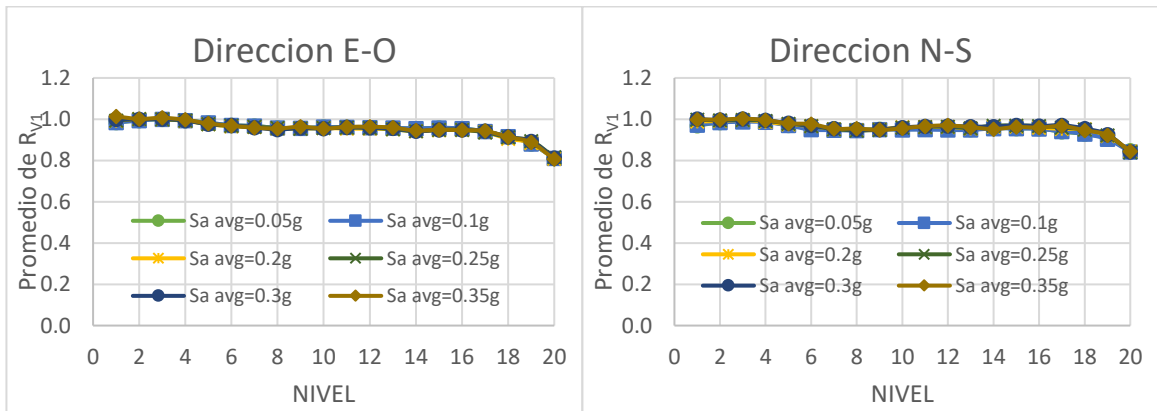
a)

b)



c)

d)



e)

f)

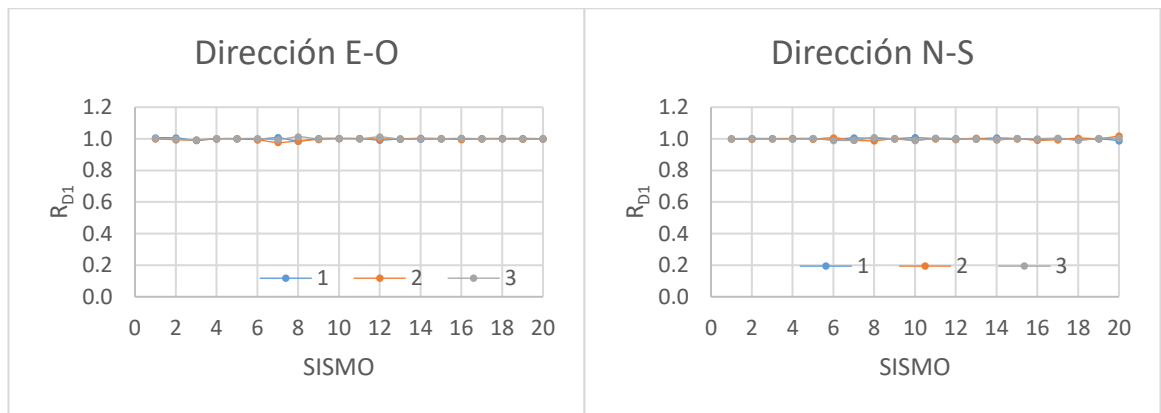
Fig. 5.13 Valores promedio de  $R_{V1}$ , a), c) y e), dirección E-O, modelos 1, 2 y 3, respectivamente, b), d) y f), dirección N-S, modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

En la Fig. 5.13 se presentan los valores promedios de  $R_{VI}$  para los tres modelos estudiados. Como se puede ver en las gráficas, dicha subestimación no depende de la intensidad sísmica; los valores máximos están alrededor del 2%, 9% y 22% para los modelos de 3, 9 y 20 niveles respectivamente, indicando que los valores de subestimación aumentan a medida que aumenta la altura del edificio. También se observa que, para un modelo dado, los valores tienden a incrementarse a través de la altura del edificio.

Para la evaluación de los desplazamientos relativos se usa la razón  $R_{DI}$  la cual se define según la Ecu. 5.5:

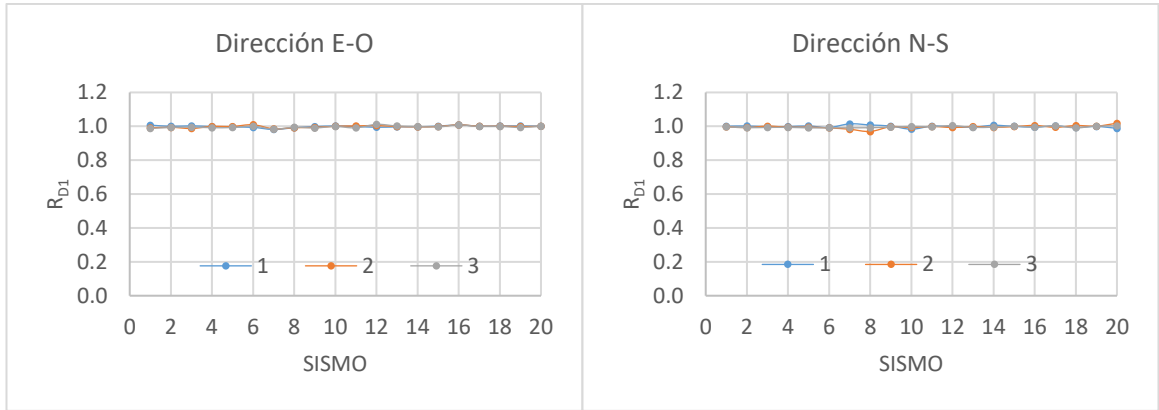
$$R_{DI} = \frac{D_{R1}}{D_{W1}} \quad (5-5)$$

donde los términos  $D_{RI}$  y  $D_{WI}$  son los desplazamientos relativos de entrepiso calculados usando el modelo de amortiguamiento de Rayleigh y el modelo de Wilson y Penzien, respectivamente. Se construyeron gráficas con valores individuales, así como promedios para cada registro, modelo e intensidad sísmica, así como también para cada nivel. A continuación, se presentan los resultados más relevantes para  $R_{DI}$ .



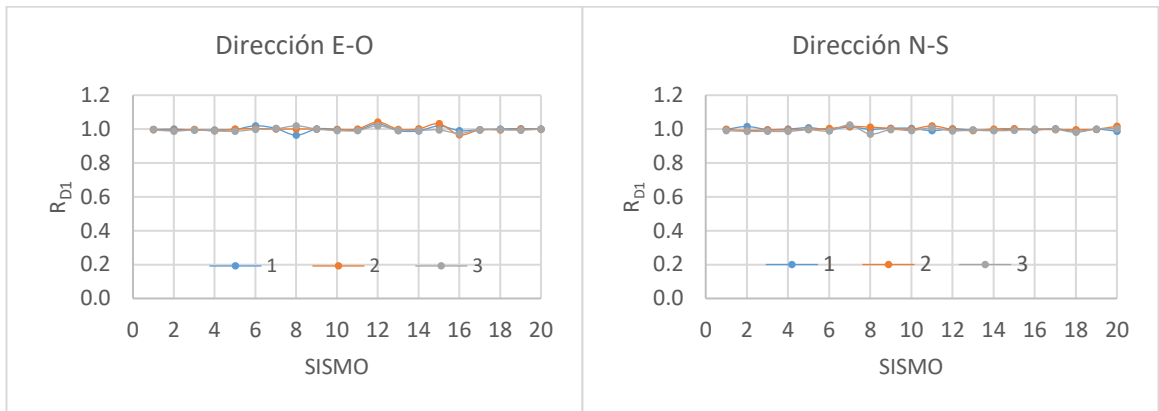
a)

b)



c)

d)



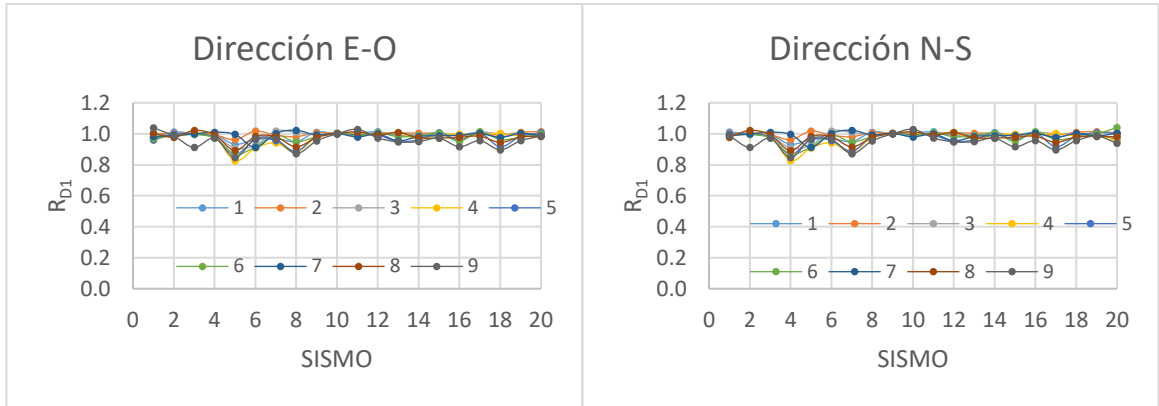
e)

f)

Fig. 5.14 Valores individuales  $R_{D1}$  para el Modelo 1, a), c) y e) dirección E-O, 0.2g, 0.8g y 1.4g, respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, 0.2g, 0.8g, 1.4g, respectivamente.

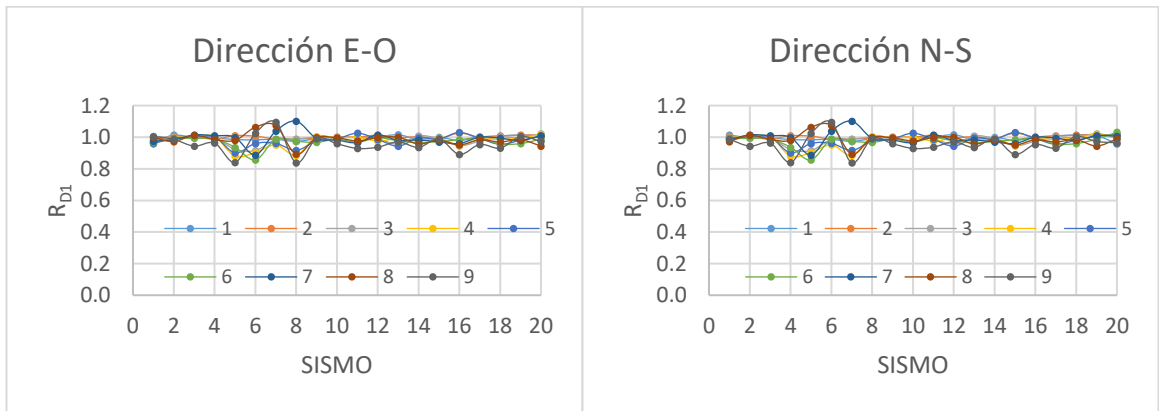
En la figura anterior se aprecia que, para el modelo 1, los valores de  $R_{D1}$  son prácticamente igual a uno para todos los casos, lo que indica que no existe una diferencia apreciable al usar cualquiera de los modelos de amortiguamiento antes mencionados para estimar los desplazamientos de entrepiso en edificios de pequeña altura como el modelo 1 (3 niveles) aquí usado.





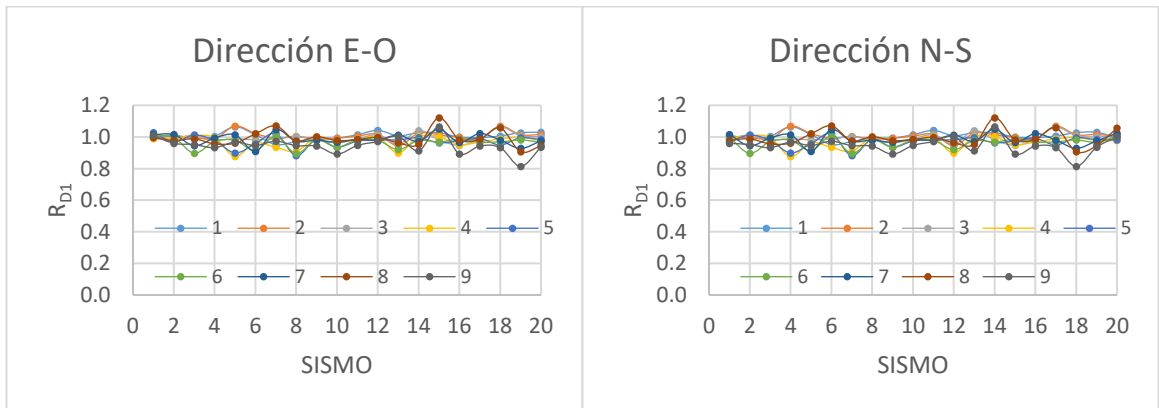
a)

b)



c)

d)

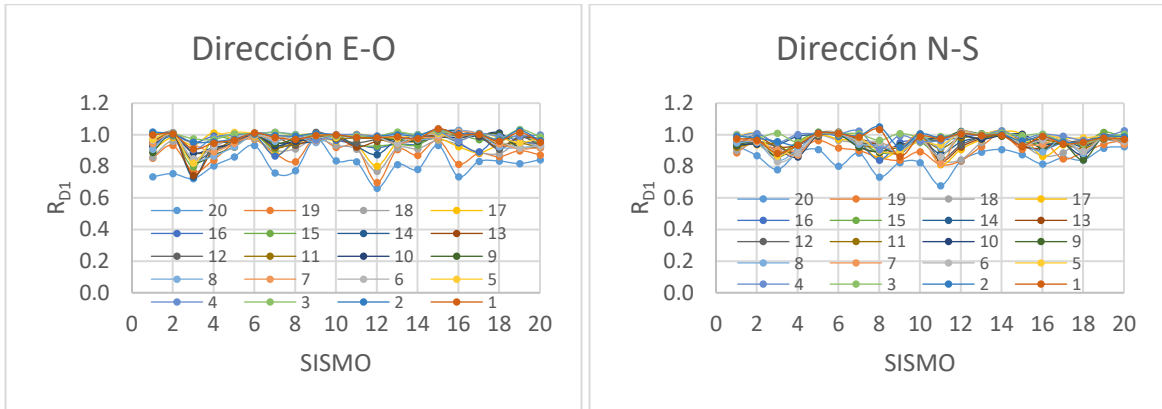


e)

f)

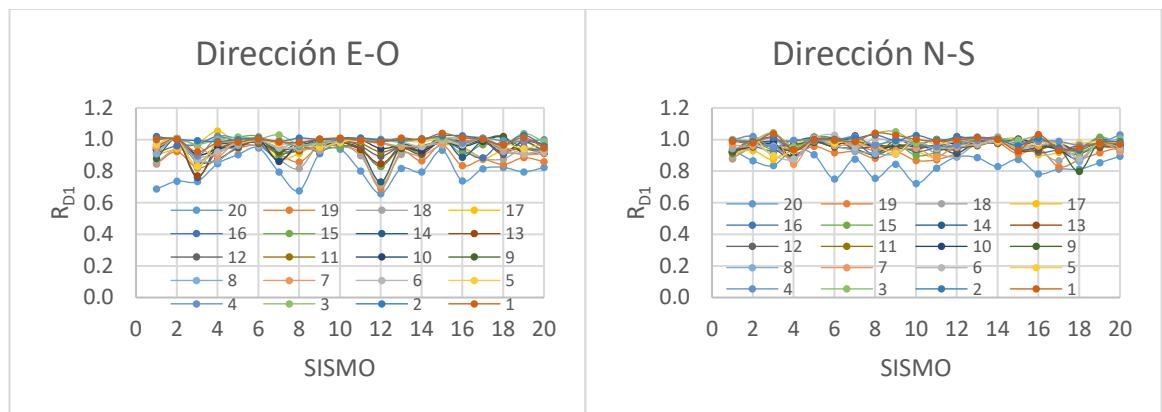
Fig. 5.15 Valores individuales  $R_{DI}$  para el Modelo 2, a), c) y e) dirección E-O, 0.1g, 0.4g y 0.8g, respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, 0.1g, 0.4g, 0.8g, respectivamente.

Los valores de  $R_{DI}$  para el modelo 2 se presentan en la fig. 5.15, para tres intensidades sísmicas (0.1g, 0.4g y 0.8g), elegidas para mostrar la variación de los valores de  $R_{DI}$  con el nivel de deformación. Estas graficas muestran que para algunos registros existe una subestimación de los desplazamientos relativos de entrepiso, esta subestimación alcanza un valor máximo de 20%.



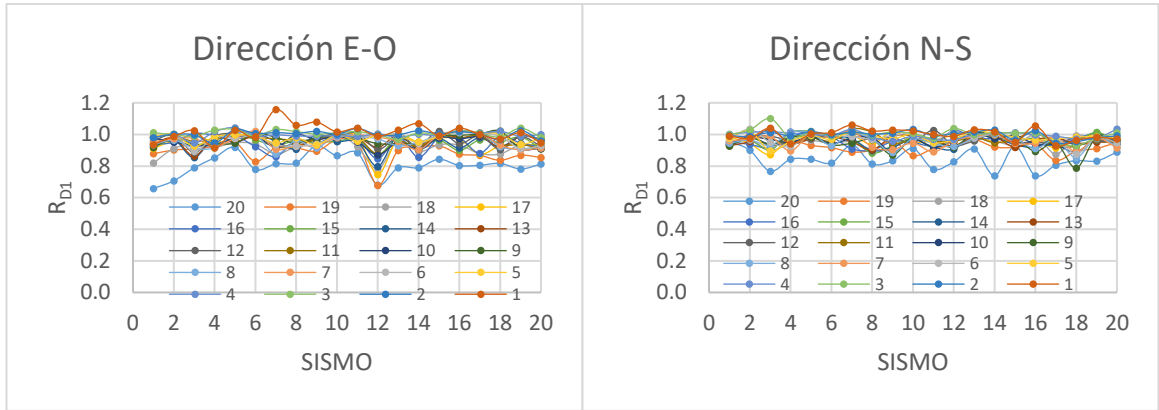
a)

b)



c)

d)

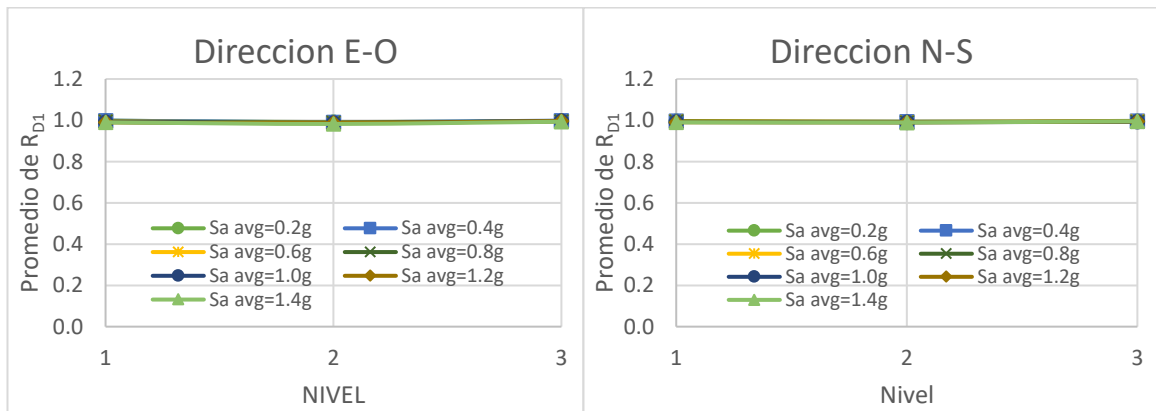


e)

f)

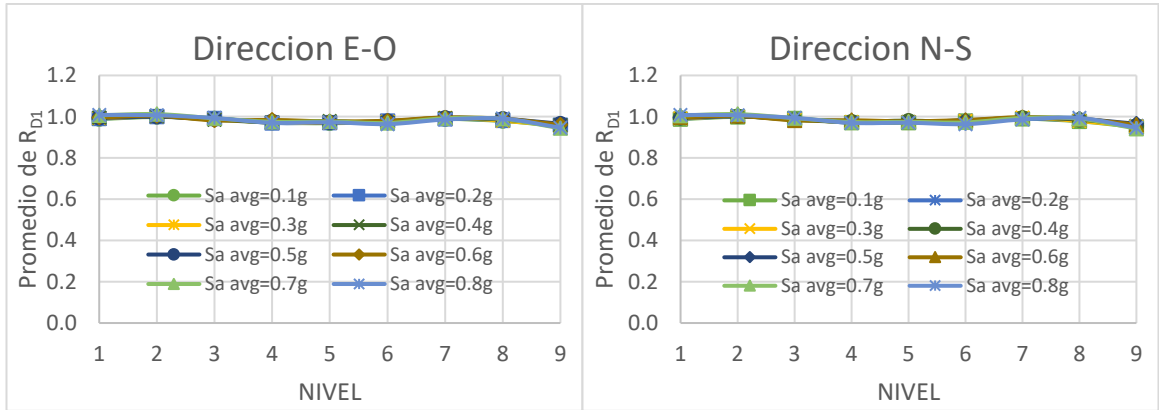
Fig. 5.16 Valores individuales  $R_{D1}$  para el Modelo 3, a), c) y e) dirección E-O, 0.1g, 0.4g y 0.8g respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, 0.1g, 0.4g, 0.8g respectivamente.

Para el modelo 3 la subestimación de los valores de desplazamientos relativos de entrepiso es mayores que para el modelo 2, esto se aprecia en las gráficas de la fig. 5.16. los valores máximos son de aproximadamente 38% para algunos registros individuales.



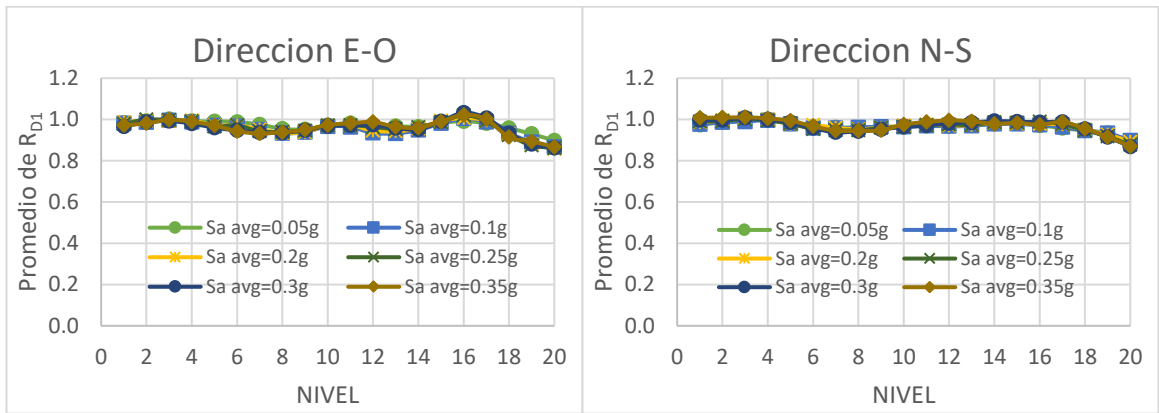
a)

b)



c)

d)



e)

f)

Fig. 5.17 Valores promedio de  $R_{D1}$ , a), c) y e) dirección E-O, modelos 1, 2 y 3 respectivamente, b), d) y f) dirección N-S, modelos 1, 2 y 3 respectivamente.

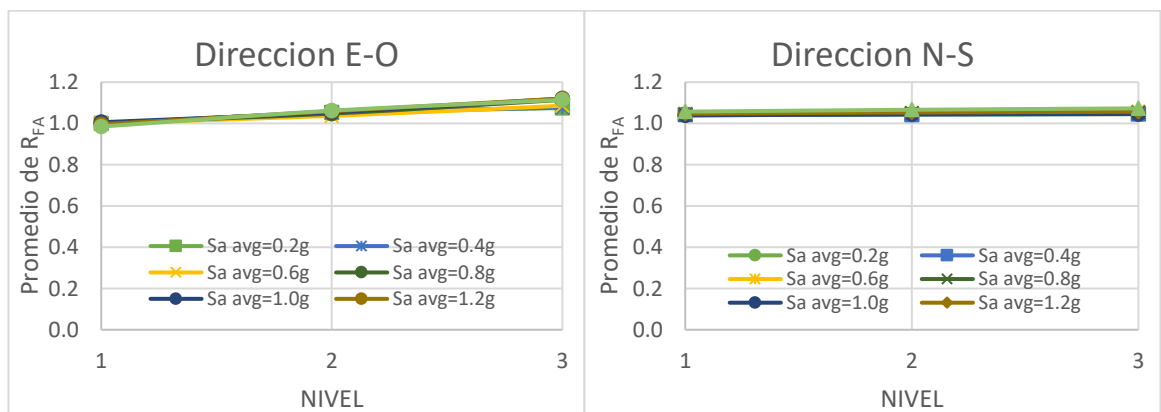
Los promedios para la razón  $R_{D1}$  en la fig.5.17, donde se observa que la subestimación de los desplazamientos de entrepiso aumenta conforme aumenta la altura del edificio y al igual que en caso del cortante de entrepiso, esta subestimación es más grande en los niveles de azotea, los valores máximos de subestimaciones son de alrededor del 1%, 5% y 20% para los modelos 1, 2 y 3 respectivamente. Estas subestimaciones son menores que las obtenidas para cortantes.

### 5.1.3 Comparación en término de fuerzas de amortiguamiento.

Es creencia general que la magnitud de las fuerzas de amortiguamiento en edificios ordinarios es pequeña, por lo que los errores introducidos al usar la matriz de amortiguamiento de Rayleigh no tienen un efecto significativo en la respuesta. Además, usuarios de software de análisis sísmico asumen que, si cierta cantidad de amortiguamiento viscoso se fija en dos modos para obtener la matriz de amortiguamiento, digamos 3% del amortiguamiento crítico en los modos 1 y 2, realmente se tendrá 3% de amortiguamiento crítico. La precisión de esta percepción se discute en esta parte de la tesis. Para lograr esto, para cada nivel de un modelo dado, las fuerzas de amortiguamiento horizontal, promediadas primero para todos los registros y después para todos los nodos del nivel en cuestión, se calculan considerando el modelo de amortiguamiento de Rayleigh y se comparan con las que se obtienen al usar el modelo de Wilson y Penzien.

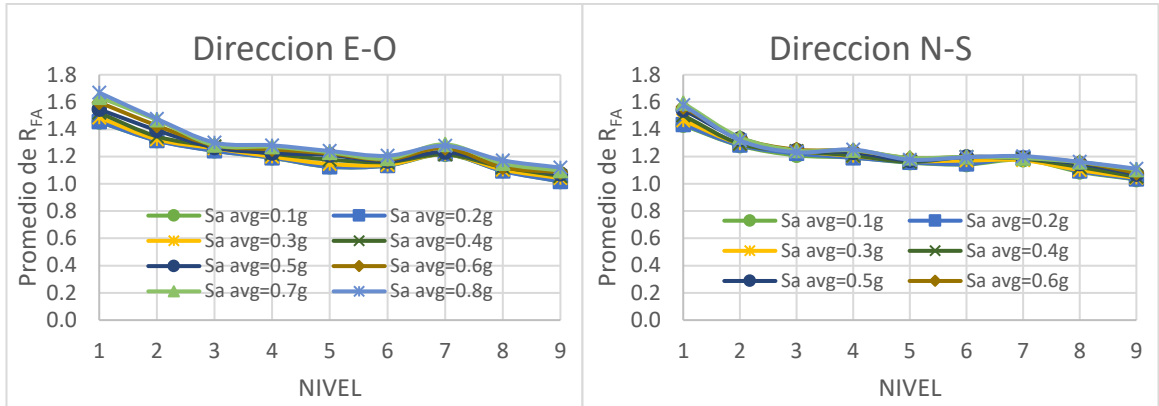
Para hacer la comparación se usa la razón  $R_{FA}$ , definida por la ecuación 5.6. El numerador y denominador de la ecuación 5.6 tiene significado similar a los de las ecuaciones 5.4 y 5.5, pero para fuerzas de amortiguamiento:

$$R_{FA} = \frac{F_{AR}}{F_{AW}} \quad (5.6)$$



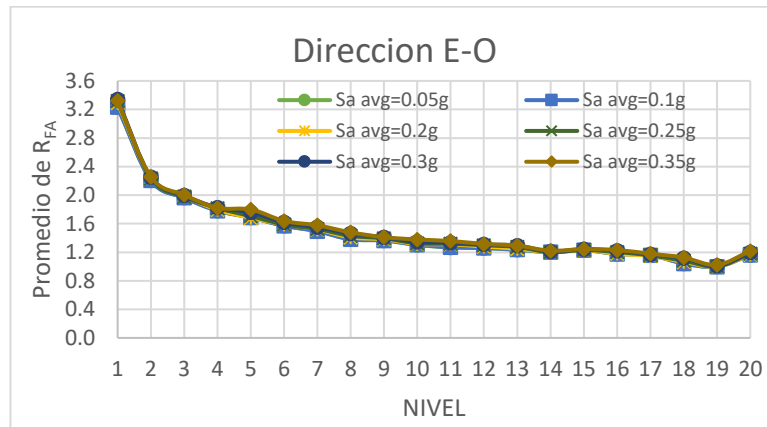
a)

b)

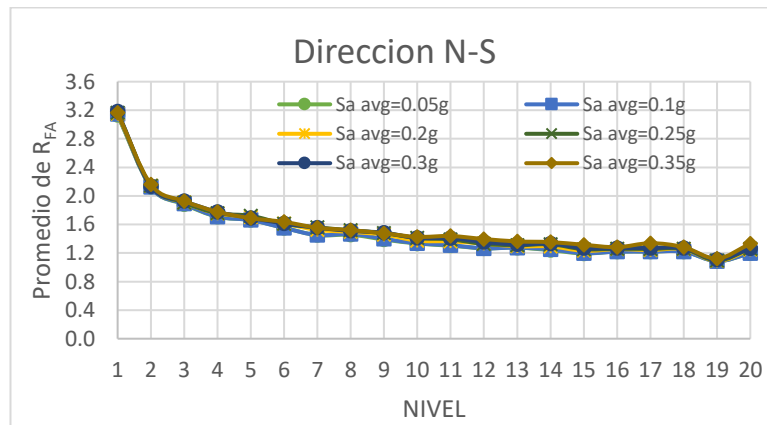


c)

d)



e)



f)

Fig. 5.18 Valores promedio de  $R_{FA}$ , a), c) y e), dirección E-O, modelos 1, 2 y 3, respectivamente, b), d) y f), dirección N-S, modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

Los valores promedio de  $R_{FA}$  se presentan en la fig. 5.18, para los modelos de 3, 9 y 20 niveles. Los resultados indican que los valores promedio de  $R_{FA}$  pueden ser mucho mayores a la unidad, implicando que las fuerzas de amortiguamiento son sobreestimadas si se usa el modelo de Rayleigh en los análisis sísmicos de edificios. Para el modelo 1, los valores aumentan a lo largo de la altura, pero prácticamente no varían con la intensidad sísmica. En contraste, para los otros dos modelos, los valores promedio de  $R_{FA}$  tienden a disminuir a través de la altura del modelo. Los valores máximos de sobrestimación observados aumentan significativamente con el periodo fundamental del edificio, estos son de alrededor del 11%, 67% y 232% para los modelos 1, 2 y 3, respectivamente. Se concluye que las fuerzas de amortiguamiento resultado de usar el modelo de Rayleigh pueden introducir errores considerables en la respuesta.

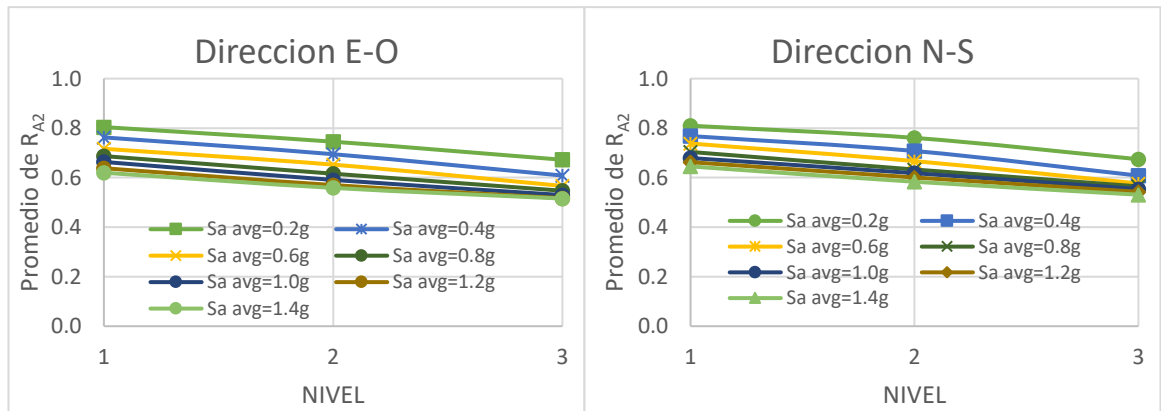
## 5.2. Contribución a la respuesta de los modos de vibrar superiores.

Como se mencionó en la sección 4.2.2 de este documento, en libros de texto acerca de dinámica estructural [45, 46, 47], se establece que, si los dos modos usados para calcular los coeficientes de la matriz de amortiguamiento de Rayleigh se seleccionan apropiadamente, todos los modos que contribuyen significativamente a la respuesta serán considerados y las respuestas de los modos superiores será efectivamente eliminada debido a las grandes cantidades de amortiguamiento en dichos modos. A pesar de que no se explica en las referencias antes mencionadas, los autores creen que estas afirmaciones son válidas para el caso de comportamiento elástico y para los modos de vibrar laterales. Sin embargo, nada se dice de los efectos de los modos superiores asociados a rotaciones en los nodos ( $RN$ ) o del efecto de los modos asociados a desplazamientos verticales ( $DV$ ), los cuales pueden contribuir a la respuesta sísmica, particularmente en términos de respuesta local, como lo es la carga axial en columnas. En esta sección de la tesis se estudia la contribución de los modos superiores asociados a  $RN$  y  $DV$  en términos de los mismos parámetros considerados en secciones anteriores.

## 5.2.1 Comparación en término de parámetros de respuesta local.

Para medir la contribución de los modos más altos, para el caso de cargas axiales, se usa el parámetro  $R_{A2}$ , el cual se define en la Ec 5.7. En dicha ecuación  $A_W(3,20)$  representa la carga axial en columnas cuando se considera el modelo de Wilson y Penzien, donde se usa un 3% de amortiguamiento viscoso en todos los modos asociados a vibración lateral y se asume 20% de amortiguamiento viscoso en los modos restantes (asociados a rotaciones de nodo locales y desplazamientos verticales);  $A_W(3,3)$  representa las cargas axiales cuando 3% de amortiguamiento viscoso se usa en todos los modos. Se asume implícitamente que en dicha ecuación el 20% de amortiguamiento elimina la contribución de los modos asociados a rotaciones y desplazamientos verticales.

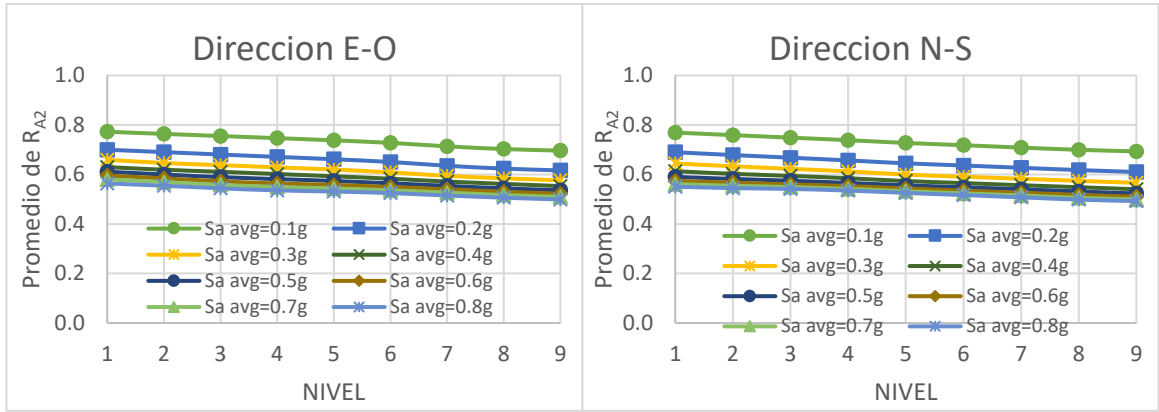
$$R_{A2} = \frac{A_W(3,20)}{A_W(3,3)} \quad (5.7)$$



a)

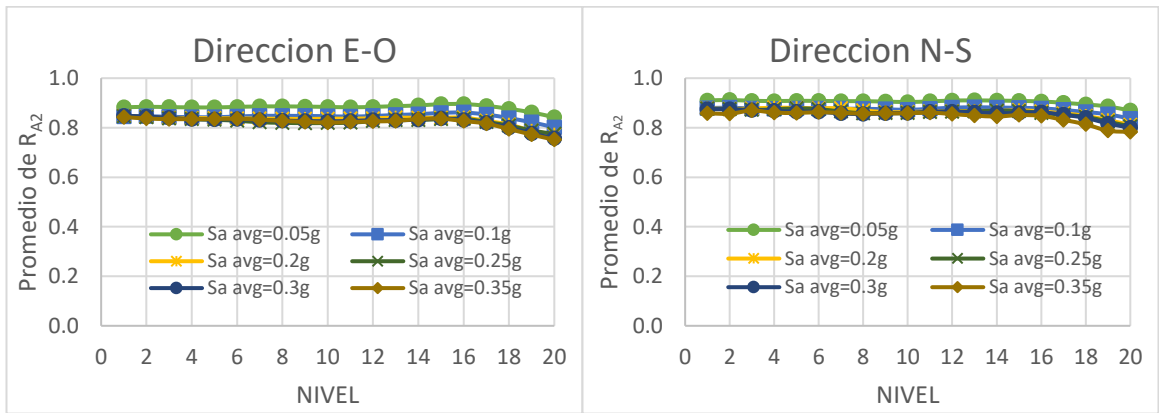
b)





c)

d)



e)

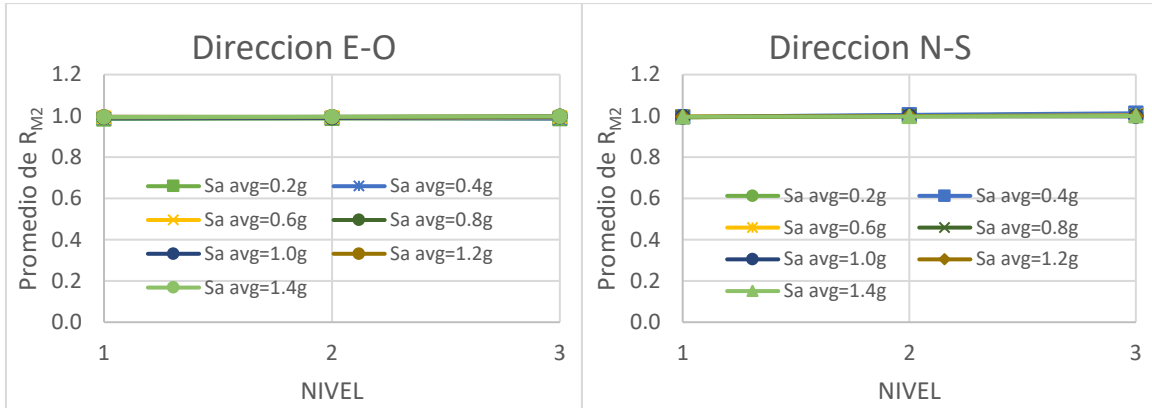
f)

Fig. 5.19 Valores promedio de  $R_{A2}$ , a), c) y e), dirección E-O, modelos 1, 2 y 3, respectivamente, b), d) y f), dirección N-S, modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

Los valores de  $R_{A2}$  promediados para todos los registros, para columnas exteriores se muestran en la Fig. 5.19 para los modelos 1, 2, y 3, para las direcciones N-S y E-O. Las gráficas muestran que los valores promedio de  $R_{A2}$  pueden ser mucho menores que la unidad indicando una contribución a la respuesta sísmica significativa de los modos asociados a RN y VD. Se observa que dicha contribución, para un modelo dado, tiende a incrementarse con el número de niveles y con la intensidad sísmica. Los valores promedio mínimos de  $R_{A2}$  son 0.53, 0.49 y 0.78, implicando contribuciones promedio de 47%, 51% y 22% para los modelos 1, 2 y 3, respectivamente. Los valores para columnas interiores también fueron calculados, pero no se muestran, estos valores son muy similares a los de columnas exteriores solamente que son un poco menores las contribuciones.

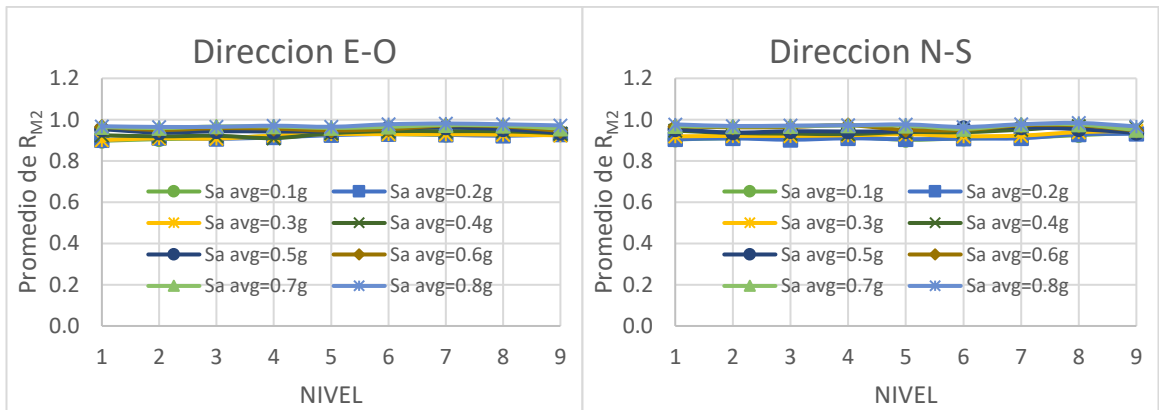
Para cuantificar la contribución de los modos superiores para el caso de momento flexionante en columnas, se usa el parámetro  $R_{M2}$ , el cual se define en la Ec. 5.8. En dicha ecuación los parámetros  $M_W(3,20)$   $M_W(3,3)$  tienen un significado similar a los parámetros de la Ec. 5.7 pero para momentos flexionantes.

$$R_{M2} = \frac{M_W(3,20)}{M_W(3,3)} \quad (5.8)$$



a)

b)



c)

d)

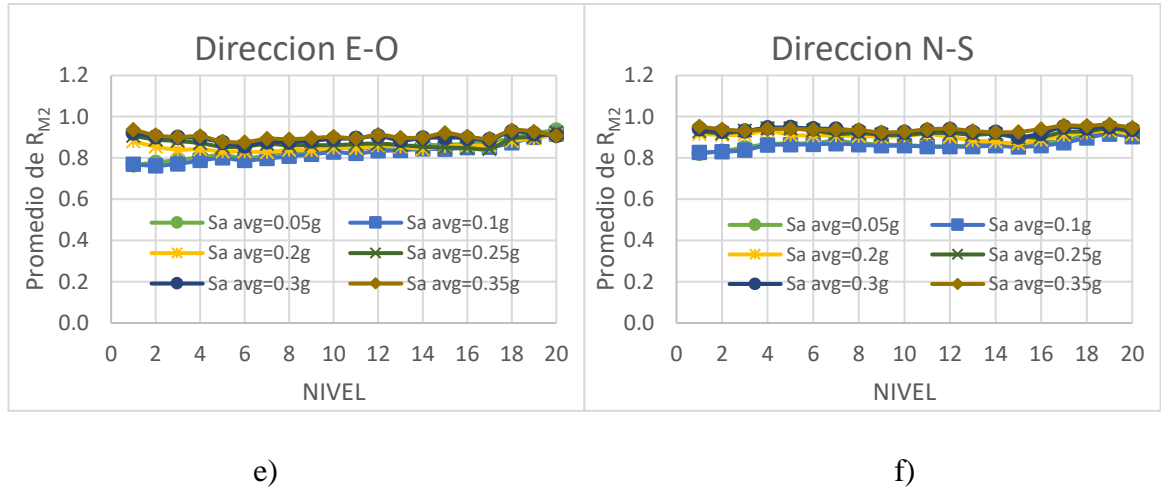


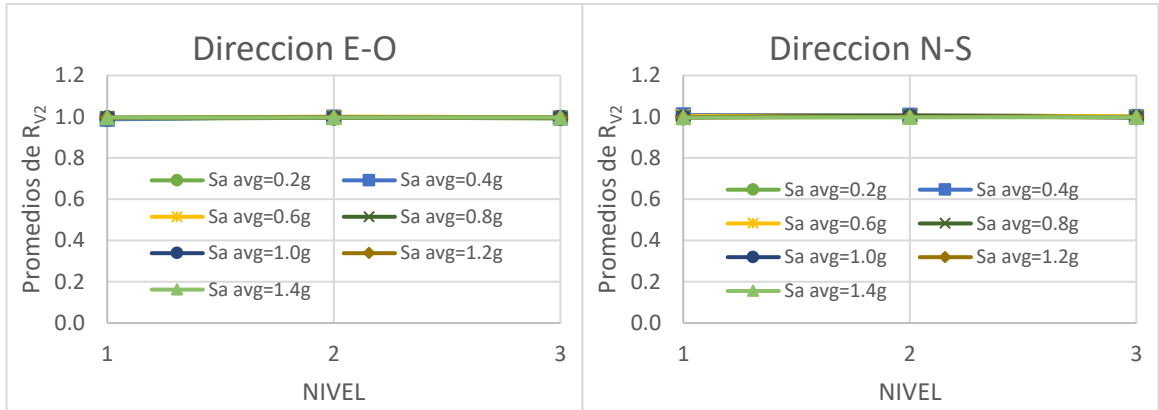
Fig. 5.20 Valores promedio de  $R_{M2}$ , a), c) y e), dirección E-O, modelos 1, 2 y 3, respectivamente, b), d) y f), dirección N-S, modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

En la fig. 5.20 se puede observar que al igual que para carga axial, para el caso del momento flexionante, existe una contribución de los modos superiores en la estimación de este parámetro de respuesta, a pesar de que la subestimación es menor que para el caso anterior, los valores de subestimación son de 22%, 10% aproximadamente para los modelos 3 y 2, respectivamente. Para el modelo 1 la razón  $R_{M2}$  tiene valores muy cercanos a la unidad lo que indica que, para este modelo y parámetro, la contribución de los modos superiores es poco relevante.

### 5.2.2 Comparación en término de parámetros de respuesta global.

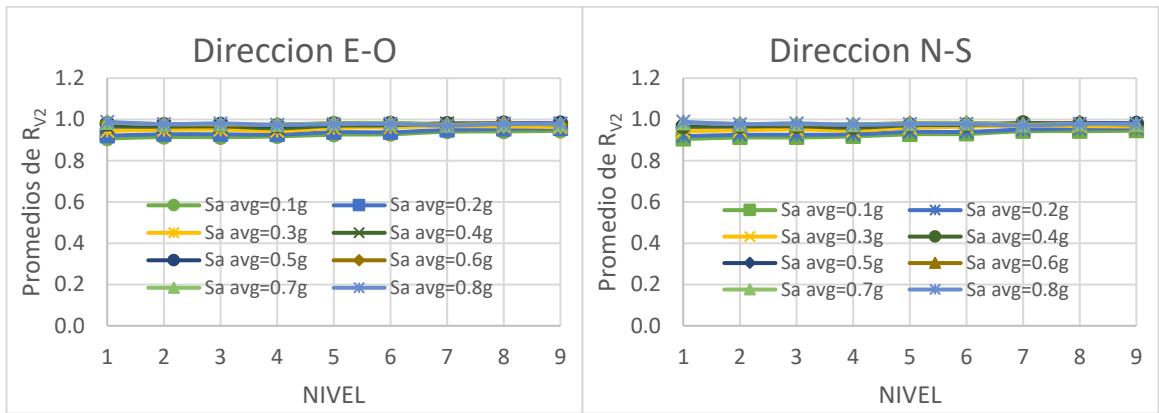
De la misma manera que para los parámetros de respuesta local, se cuantificó la contribución de los modos superiores para el caso de parámetros de respuesta global. Se presentan en primer lugar los resultados para cortantes de entrepiso, para ello se usó la razón  $R_{V2}$ , la cual queda definida de acuerdo a la ecuación 5.9, los parámetros que se usan en esta ecuación tienen un significado similar a los usados en la ecuación 5.8 pero en este caso representan los valores de cortantes de entrepiso.

$$R_{V2} = \frac{V_W(3,20)}{V_W(3,3)} \quad (5.9)$$



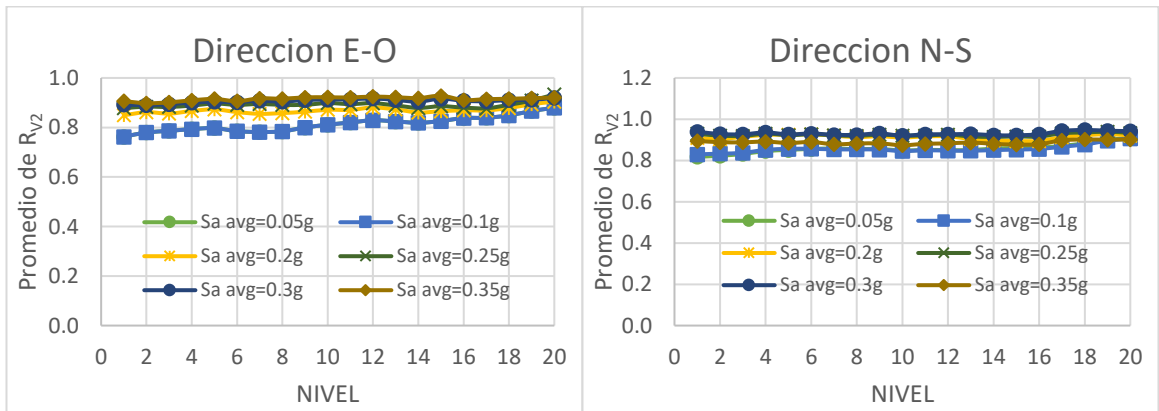
a)

b)



c)

d)



e)

f)

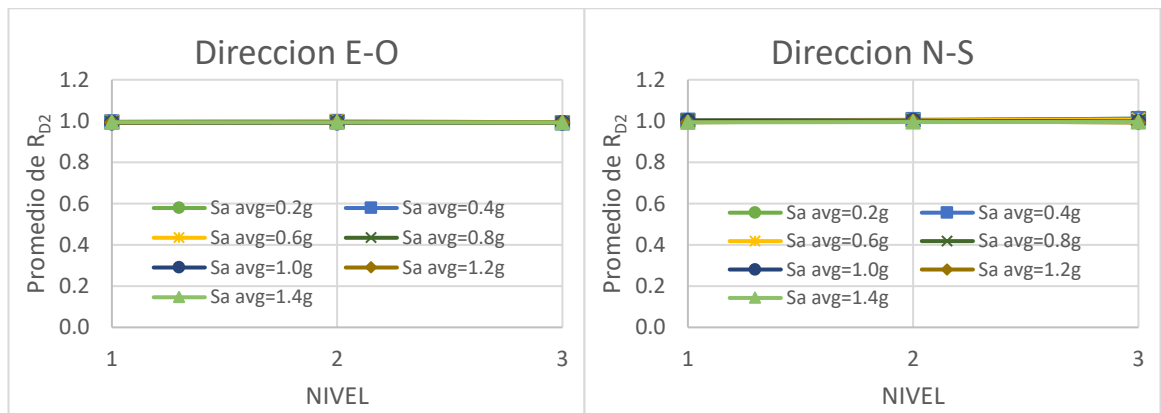
Fig. 5.21 Valores promedio de  $R_{V2}$ , a), c) y e), dirección E-O, modelos 1, 2 y 3, respectivamente, b), d) y f), dirección N-S, modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

La fig. 5.21 muestra los valores de la razón  $R_{V2}$  para los modelos 1, 2 y 3 y las direcciones E-O y N-S. En las gráficas se observa que la influencia de los modos superiores aumenta conforme aumenta la altura del edificio, llegando a ser de hasta un 25% aproximadamente en el modelo 3, del 10% en el modelo 2, mientras que en el modelo 1 la subestimación es prácticamente nula.

Para cuantificar la contribución de los modos superiores en función de los desplazamientos de entrepiso se usa la razón  $R_{D2}$  la cual queda definida por la ecuación 5.10:

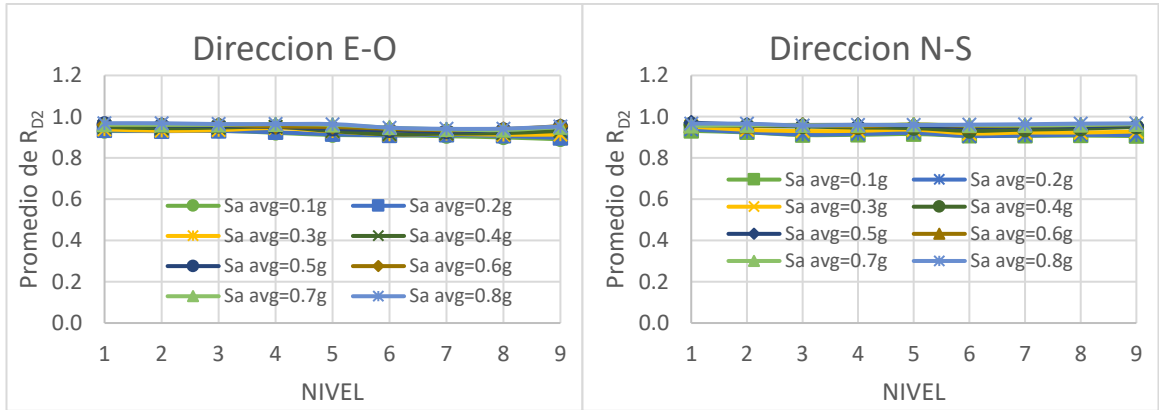
$$R_{D2} = \frac{D_W(3,20)}{D_W(3,3)} \quad (5.10)$$

donde los parámetros  $D_W(3,20)$  y  $D_W(3,3)$  tienen un significado a los usados en la ecuación 5.9, pero en este caso se usan desplazamientos de entrepiso.



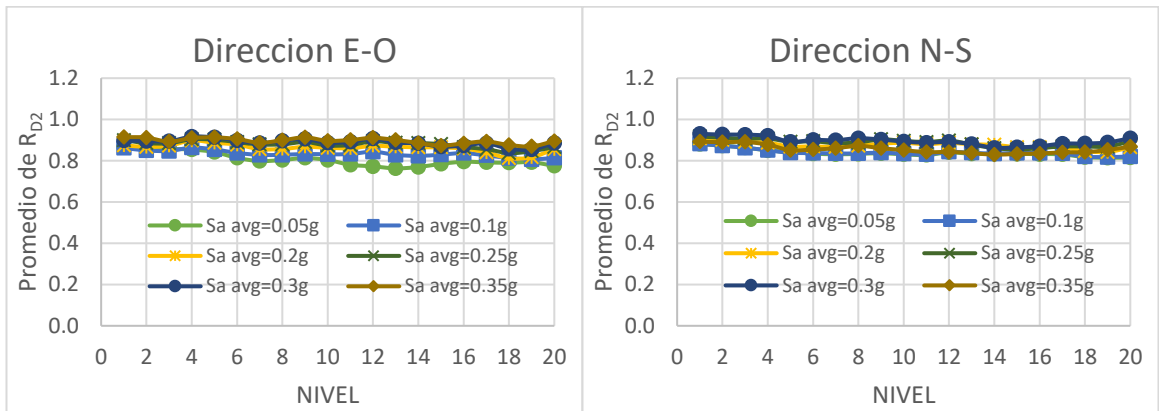
a)

b)



c)

d)



e)

f)

Fig. 5.22 Valores promedio de  $R_{D2}$ , a), c) y e), dirección E-O, modelos 1, 2 y 3, respectivamente, b), d) y f), dirección N-S, modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

Como se muestra en la fig. 5.22, los valores de  $R_{D2}$  son menores para el modelo 3 en comparación a los otros 2 modelos, en el caso específico del modelo 1 los valores son muy cercanos a la unidad, esto indica que no existe un aporte significativo de los modos superiores a la respuesta en términos de desplazamiento de entrespiso para este modelo. Para los modelos 2 y 3 la contribución máxima de los modos superiores es de 8% y 20%, respectivamente, los valores máximos de contribución corresponden a los niveles de azotea para ambos modelos.

### 5.3 Modelo de Rayleigh con matrices $M_{CC}$ y $K_t$ contra modelo de Rayleigh con matrices $M_{CS}$ y $K_t$ .

Se mencionó antes que debido a que los efectos de la inercia rotacional se representan mejor cuando se usa la matriz  $M_{CS}$ , se espera que las respuestas sísmicas sean más precisas que las que se obtienen si se usa la matriz  $M_{CC}$ . De manera similar, a pesar de que la matriz de rigidez inicial ( $K_i$ ) se usa comúnmente en la construcción de la matriz de amortiguamiento de Rayleigh, se espera que el uso de la matriz de rigidez tangente ( $K_t$ ) de resultados más precisos por las siguientes razones:

- a) Si se usa  $K_i$  en lugar de  $K_t$  los elementos ( $C_{ii}$ ) de la matriz  $C$  no cambiarán conforme se reduce la rigidez de la estructura por un comportamiento inelástico, por lo tanto, lo mismo pasará con las razones de amortiguamiento modal ( $C_n$ ). La implicación de esto es que, como la magnitud de las frecuencias de vibración ( $\omega_n$ ) se reduce después de la fluencia, las fracciones de amortiguamiento crítico ( $\zeta_n = \frac{C_n}{2M_n\omega_n}$ ) se incrementarán. Este incremento se compensa parcialmente al usar  $K_t$  en vez de  $K_i$ .
- b) Los valores de  $\zeta_n$  en todos los modos de vibrar de la estructura son aproximadamente los mismos. El uso del modelo de amortiguamiento de Rayleigh resulta en valores muy grandes de amortiguamiento en los modos más altos. La reducción de amortiguamiento por usar la matriz  $K_t$  con respecto a usar la matriz  $K_i$  compensa parcialmente los grandes valores de amortiguamiento en los modos superiores.
- c) La disipación de energía producida por los efectos térmicos de las deformaciones elásticas repetitivas de los granos del material y de la fricción entre los bordes de los granos mencionados anteriormente, la cual se modela como un amortiguador viscoso, también ocurre después de la fluencia del material. En este sentido, es más razonable usar  $K_t$  que  $K_i$  en la ecuación (4.3), ya que se espera la reducción de los elementos de la matriz  $C$  debido al “reblandecimiento estructural” (reducción de la rigidez) producido por el comportamiento inelástico.

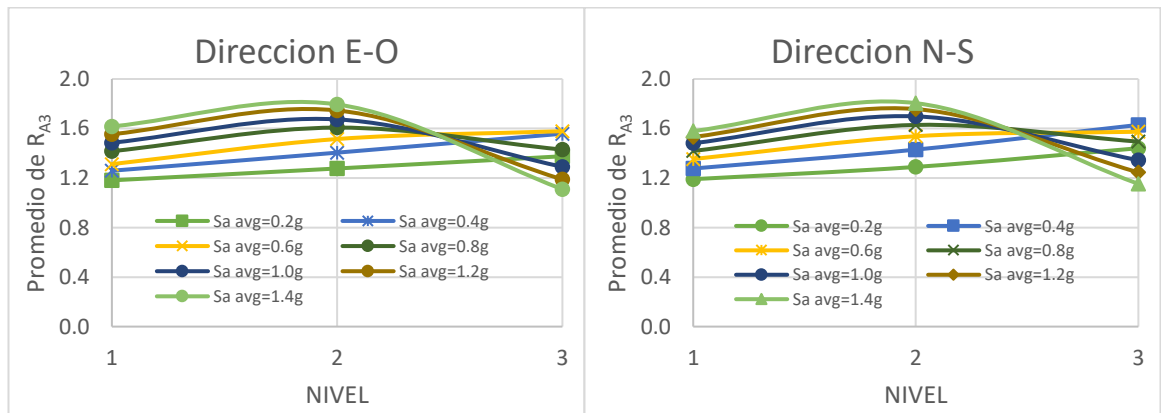
Entonces, es razonable decir que las respuestas sísmicas que se obtienen con las matrices  $M_{CS}$  y  $K_t$  son más precisas que las que se obtienen cuando se usan las matrices  $M_{CC}$  y  $K_i$ . Las respuestas calculadas para estos dos conjuntos de matrices se comparan entre sí en esta

sección de la tesis. La comparación se hace en términos de los parámetros de respuesta usados anteriormente en otras secciones. Se consideran los modos 1 y un modo superior para calcular los coeficientes de la matriz  $C$ .

### 5.3.1 Fuerza axial y momento flexionante.

En esta sección se comparan las cargas axiales y momentos flectores en vigas y columnas de los modelos que resultan de considerar las matrices  $M_{CC}$  y  $K_i$  con las que se obtienen al usar las matrices  $M_{CS}$  y  $K_t$ . La comparación se hace primero para cargas axiales. Se consideran columnas interiores y exteriores, desde la base hasta los niveles de azotea de los modelos. La razón  $R_{A3}$  dada por la Ec. 5.11 se usa para hacer la comparación, donde  $A_{MCCKi}$  y  $A_{MCSKi}$  representan las cargas axiales en las columnas de los marcos cuando se usan los conjuntos de matrices  $M_{CC}-K_i$  y  $M_{CS}-K_t$ , respectivamente:

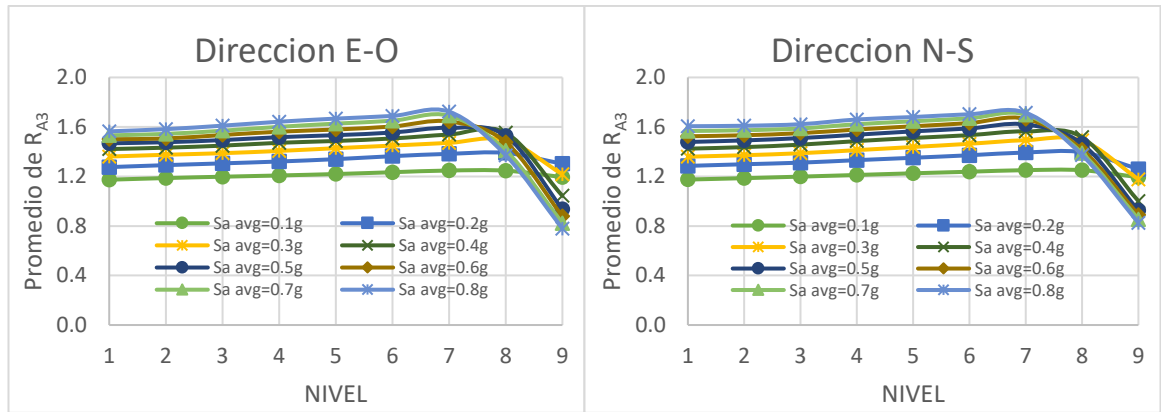
$$R_{A3} = \frac{A_{MCCKi}}{A_{MCSKi}} \quad (5.11)$$



a)

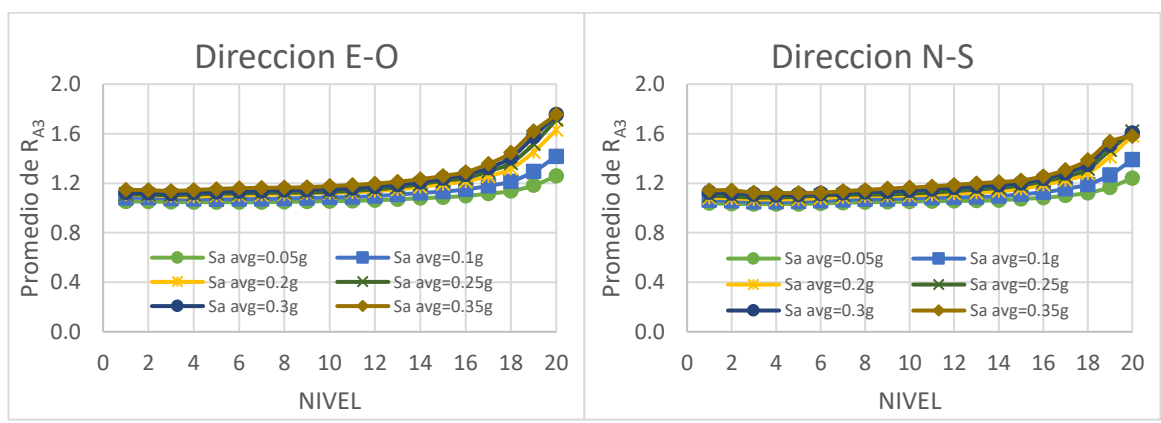
b)





c)

d)



e)

f)

Fig. 5.23 Valores promedio de  $R_{A3}$ , a), c) y e), dirección E-O, modelos 1, 2 y 3, respectivamente, b), d) y f), dirección N-S, modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

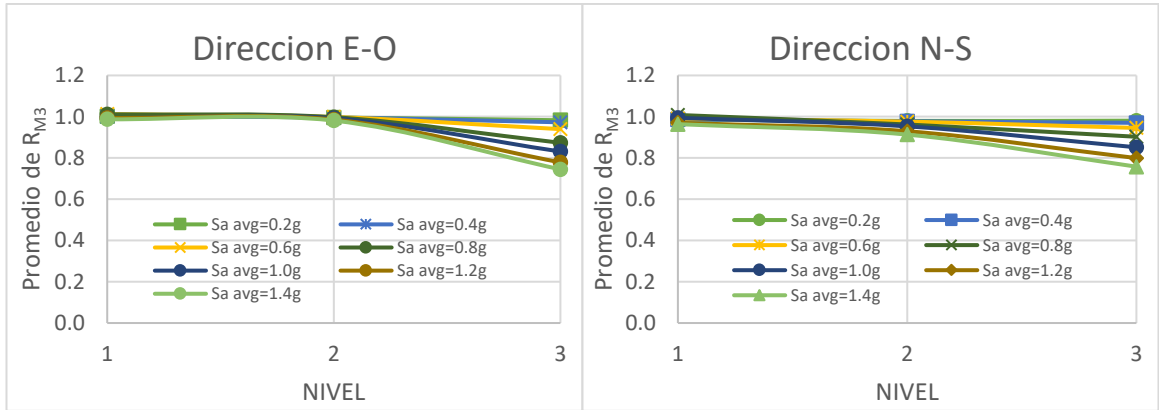
Los valores promedio de  $R_{A3}$  para columnas exteriores se presentan en la fig 5.23 para los tres modelos. Se puede observar que las cargas axiales pueden ser sobrestimadas considerablemente si se usan las matrices  $M_{CC}$  y  $K_i$ . Valores de hasta 1.8 se pueden ver para el modelo 1, indicando una sobrestimación de aproximadamente un 80%. Aun cuando el marco se deforma en el rango elástico ( $S_{avg} = 0.2g$ ), se observan sobrestimaciones de hasta un 50%. Las sobrestimaciones máximas claramente tienden a disminuir conforme se incrementa la altura del edificio; los valores promedio máximos son de alrededor del 80%, 70% y 60% para los modelos 1, 2 y 3, respectivamente. También se puede ver que, exceptuando el nivel se azotea del modelo 1 y los 2 niveles superiores del modelo 2, la magnitud de la sobrestimación aumenta con la intensidad sísmica. A pesar de que no se

muestran, se presentan sobrestimaciones mayores al 160% para algunos registros individuales, particularmente para el modelo 1.

También se estimaron los valores promedio de  $R_{A3}$  para columnas interiores, pero los resultados no se muestran. Sin embargo, vale la pena mencionar que, a diferencia del caso de columnas exteriores, la carga axial en columnas interiores se puede subestimar significativamente si se usan las matrices  $M_{CC}$  y  $K_i$  en el análisis sísmico. Los niveles máximos de subestimación son de alrededor de 20%, 24% y 17% para los modelos 1, 2 y 3, respectivamente. Algunas razones para esto se discuten a continuación: (1) las columnas interiores, a diferencia de columnas exteriores, están conectadas a una viga en el extremo izquierdo y a otra en el extremo derecho, así que se espera que la interacción entre vigas y una columna interior sea muy diferente a la de vigas y una columna exterior; (2) las cargas axiales en columnas se derivan de la contribución de cargas gravitacionales ( $A_G$ ), de la componente vertical ( $A_V$ ) y de la componente horizontal ( $A_H$ ); se espera que  $A_G$  sea mayor para columnas interiores que para columnas exteriores mientras que  $A_H$  se espera que sea menor para columnas interiores que para columnas exteriores; (3) en columnas interiores las contribuciones de  $A_H$  y  $A_V$  pueden estar en fase entre ellas durante algunos periodos de tiempo, pero pueden estar fuera de fase para otros intervalos de tiempo. Estas fases (en fase y fuera de fase) pueden ser muy diferentes a las de columnas exteriores.

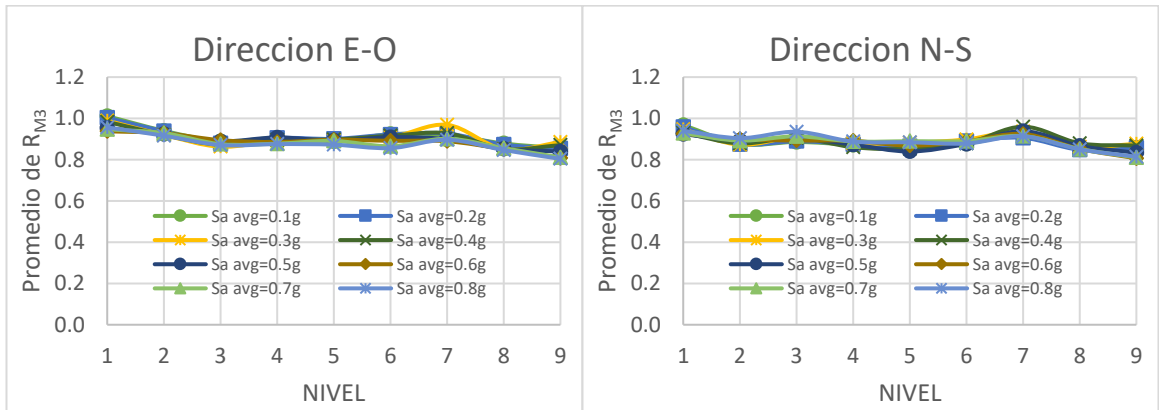
Ahora se comparan los momentos flectores en columnas interiores y exteriores, así como también en vigas internas y externas, para todas las ubicaciones estructurales. Para esta meta, se usa el parámetro  $R_{M3}$ , el cual se define por la Ec. 5.12, donde  $M_{MCCKi}$  y  $M_{MCSKt}$  tienen significados similares a  $A_{MCCKi}$  y  $A_{MCSKt}$  de la Ec. 5.11 pero ahora se estudian los momentos flexionantes:

$$R_{M3} = \frac{M_{MCCKi}}{M_{MCSKt}} \quad (5.12)$$



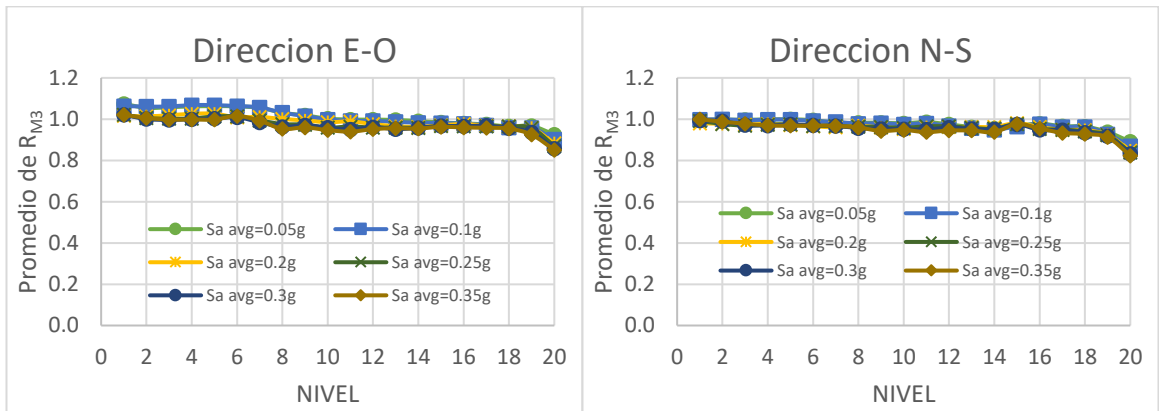
a)

b)



c)

d)



e)

f)

Fig. 5.24 Valores promedio de  $R_{M3}$ , a), c) y e), dirección E-O, modelos 1, 2 y 3, respectivamente, b), d) y f), dirección N-S, modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

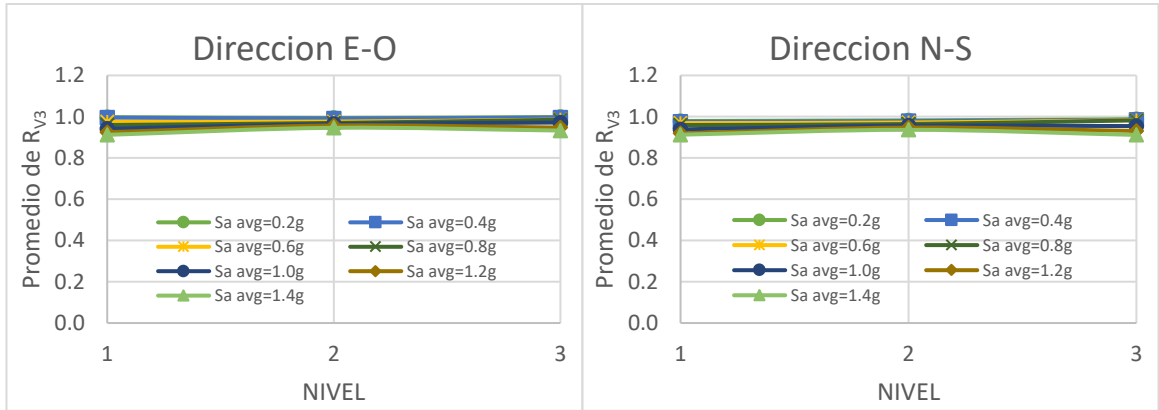
Los valores promedio de  $R_{M3}$  para columnas exteriores se presentan en la fig.5.24 se puede ver que, a diferencia del caso de cargas axiales en columnas exteriores, los momentos flexionantes en columnas exteriores pueden ser considerablemente subestimados si se adoptan las matrices  $M_{CC}$  y  $K_t$  en la simulación numérica. Para un modelo dado, esta subestimación tiende a incrementar a lo largo de la altura y con la intensidad sísmica; sin embargo, esta tiende a disminuir al aumentar la altura del edificio. Los máximos niveles de subestimación son de alrededor del 20%, 20% y 18% para el modelo 1, 2 y 3, respectivamente. Los errores que se introducen en términos de momentos flectores en columnas interiores, así como también en vigas internas y externas también fueron calculados, pero los resultados no se muestran. Sin embargo, es importante decir que el nivel de subestimación es mucho menor que el de momentos flexionantes en columnas exteriores, así que se puede establecer que los momentos flexionantes en columnas interiores y en vigas, son estimados de manera precisa cuando se usan las matrices  $M_{CC}$  y  $K_i$  en el análisis.

### 5.2.1 Cortantes y desplazamientos de entrepiso.

Las respuestas sísmicas en términos de cortantes y desplazamientos de entrepiso también se comparan para los dos conjuntos de matrices. Al igual que para fuerza axial y momento flexionante, se construyeron graficas con valores individuales y promedios para cada registro individual, intensidad sísmica, nivel, dirección estructural y modelo. Sin embargo, solo se presentan graficas para los valores promedio de cada parámetro. Para los cortantes de entrepiso se definió el termino  $R_{V3}$  según la Ec. 5.13:

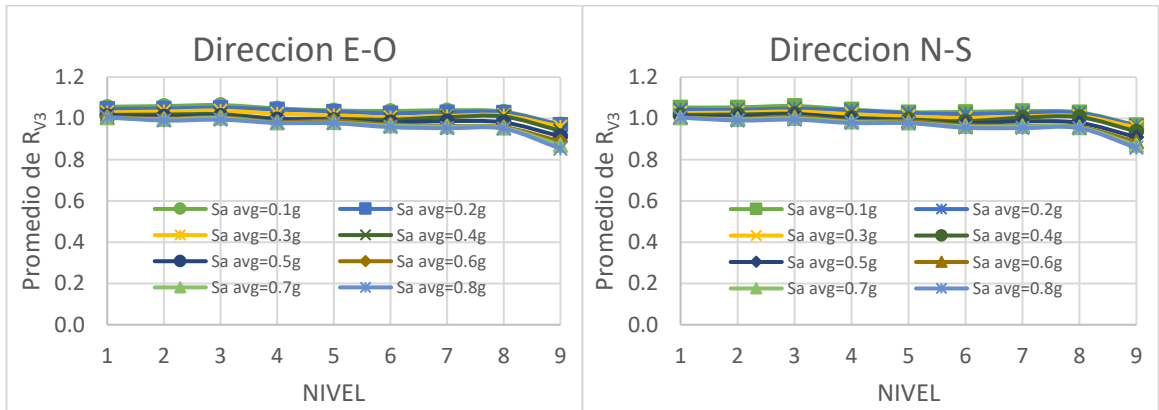
$$R_{V3} = \frac{V_{MCCKi}}{V_{MC,SKt}} \quad (5.13)$$

donde los términos  $V_{MCCKi}$  y  $V_{MCSKi}$  representa los cortantes de entrepiso cuando se usan los conjuntos de matrices  $M_{CC}-K_i$  y  $M_{CS}-K_t$ , respectivamente.



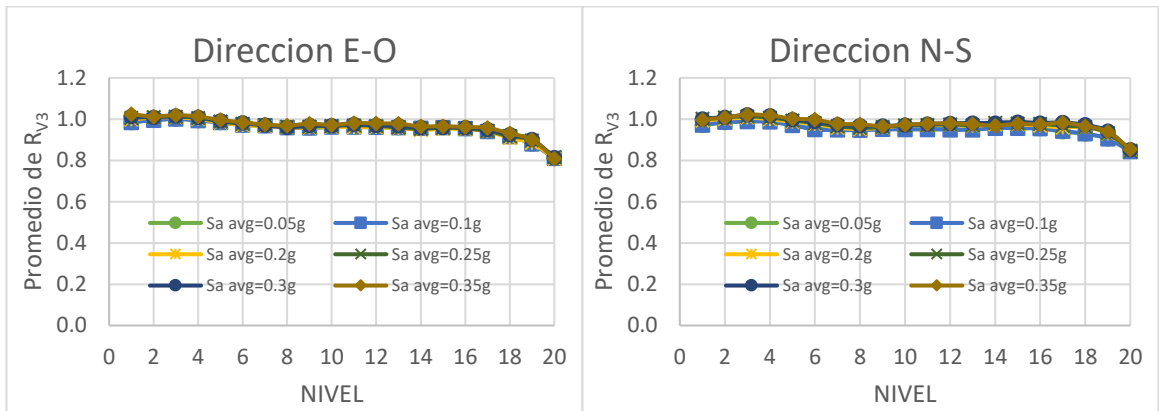
a)

b)



c)

d)



e)

f)

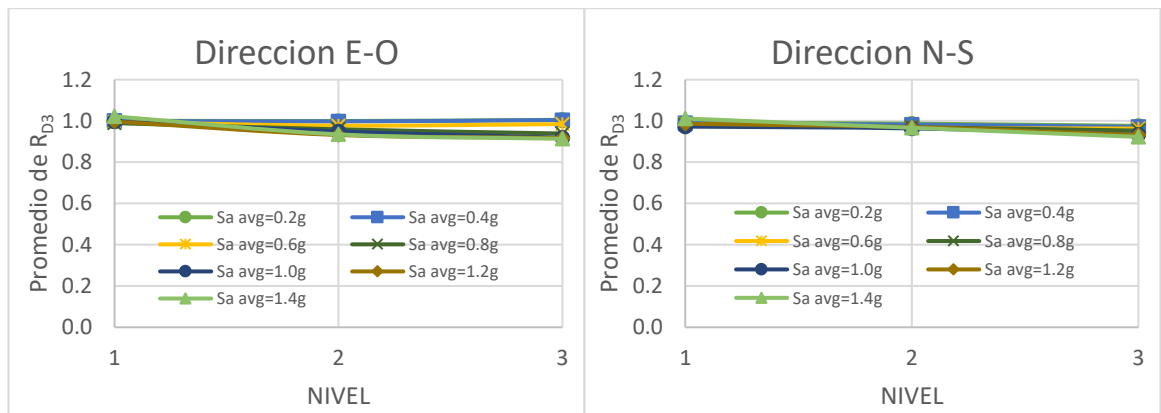
Fig. 5.25 Valores promedio de  $R_{V3}$ , a), c) y e), dirección E-O, modelos 1, 2 y 3, respectivamente, b), d) y f), dirección N-S, modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

Los valores de  $R_{V3}$  se muestran en las gráficas de la fig. 5.25. Se puede apreciar que los valores de cortantes de entrepiso se subestiman cuando se usan las matrices  $M_{CC}$  y  $K_i$ . Esta subestimación presenta poca o nula variación con la intensidad sísmica, los valores promedio máximos son de alrededor el 9%, 14% y 19% para los modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

De manera similar a los cortantes de entrepiso para los desplazamientos relativos de entrepiso se definió el termino  $R_{D3}$  según la Ec. 5.14:

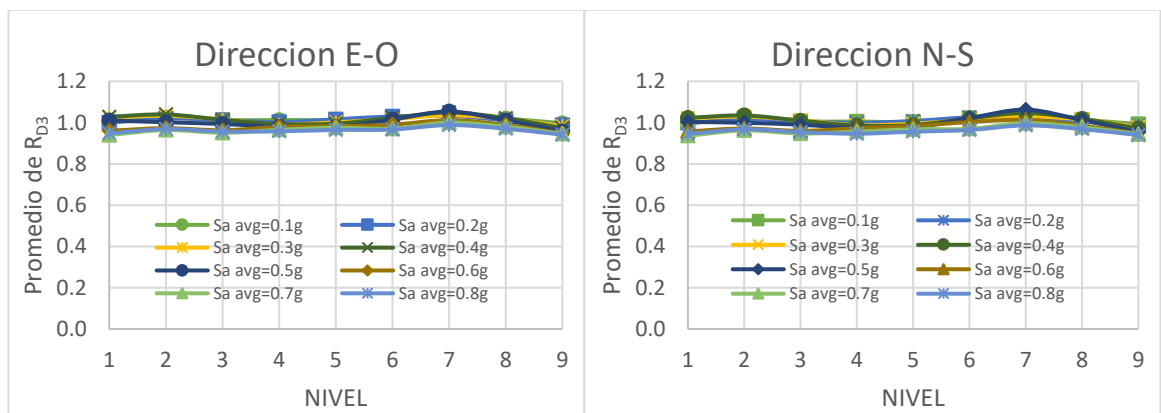
$$R_{D3} = \frac{D_{MCCki}}{D_{MC,SKt}} \quad (5.14)$$

donde los términos  $D_{MCCki}$  y  $D_{MC,SKt}$  tienen un significado similar a los términos de la ecuación 5.12, pero en este caso se usan para los desplazamientos relativos de entrepiso.



a)

b)



c)

d)

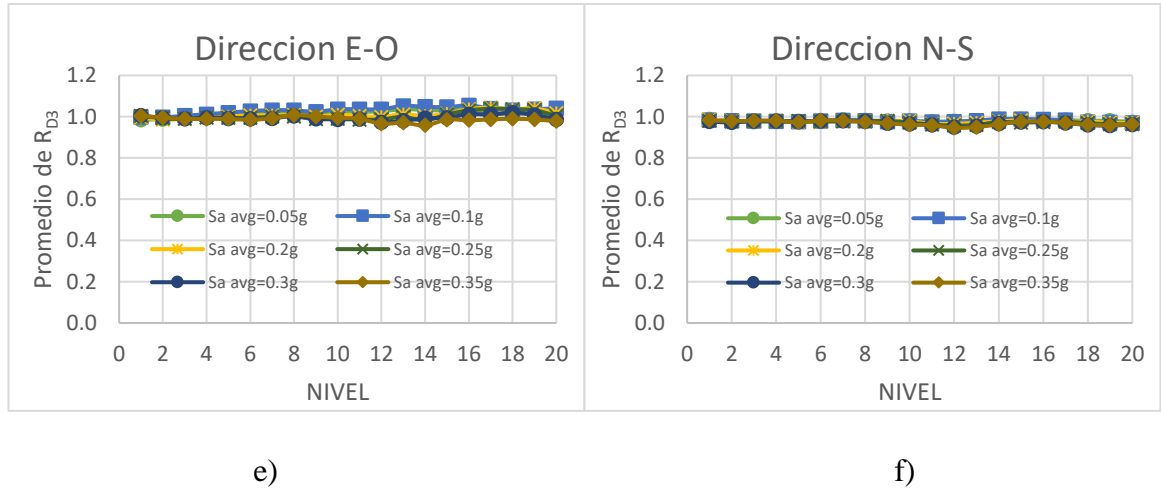


Fig. 5.26 Valores promedio de  $R_{D3}$ , a), c) y e), dirección E-O, modelos 1, 2 y 3 respectivamente, b), d) y f), dirección N-S, modelos 1, 2 y 3 respectivamente.

Para el caso de los valores para desplazamientos de entrepiso, los cuales se muestran en la fig. 5.26, se puede observar que los niveles de subestimación son menores a 10% para todos los casos por esta razón se puede decir que para este parámetro la respuesta se puede estimar de una manera precisa si se usa  $M_{CC}-K_i$  o  $M_{CS}-K_t$  en el análisis sísmico.

El diseño de los miembros estructurales de un edificio de acero se hace comúnmente considerando primero las fuerzas en los miembros y después se hace la revisión de los desplazamientos. Los hallazgos de esta investigación claramente indican que no se introducen errores significativos para desplazamientos laterales o momentos flexionantes en vigas si se usan las matrices  $M_{CC}$  y  $K_i$  en el análisis sísmico. Por otro lado, los cortantes de entrepiso, fuerzas axiales y momentos flexionantes en columnas se pueden subestimar o sobrestimar considerablemente. Por lo tanto, se recomienda fuertemente que se usen las matrices  $M_{CS}$  y  $K_t$  cuando se analizan los sistemas estructurales en estudio.

## 5.4 Modelo de Wilson y Penzien vs Modelo de Rayleigh usando el modo 1 y un modo superior al 2.

En este capítulo se discute la comparación de la respuesta sísmica que se obtiene al usar el modelo del Wilson y Penzien con la que se obtiene al usar el modelo de Rayleigh fijando las razones ( $\zeta$ ) de amortiguamiento en el modo 1 ( $\zeta_1$ ) y un modo superior al modo 2. Como se mencionó anteriormente al usar el modelo de amortiguamiento de Rayleigh y fijar las razones

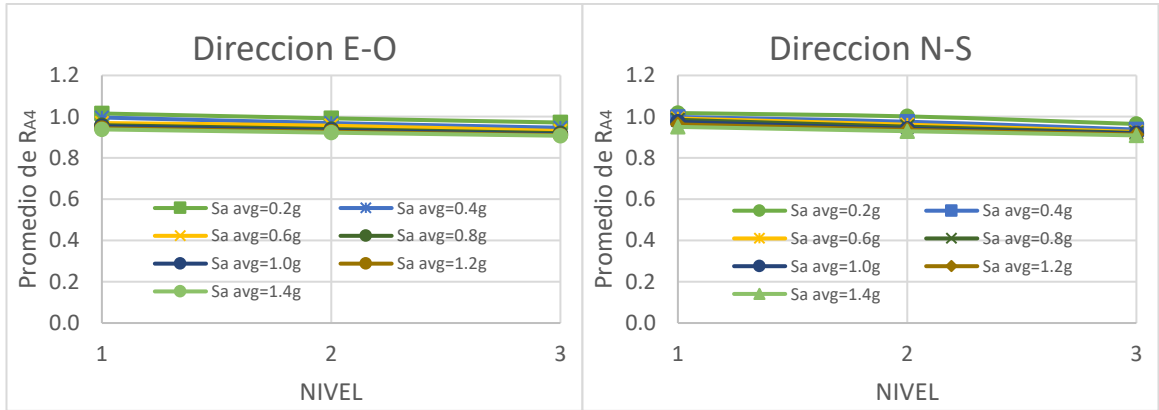
de amortiguamiento en el modo 1 y modo 2 ( $\zeta_1$  y  $\zeta_2$ ), las razones para los modos superiores aumentan con el número de modo; en cambio sí se fijan las razones en el modo 1 y un modo superior al modo 2 ( $\zeta_n$ ,  $n=3, 4, 5, \dots$ ), las razones de los modos intermedios son menores en comparación a la razón fijada. Los valores los modos superiores al  $n$ -ésimo modo también se incrementarán con el número de modo. Tomando esto en consideración es posible seleccionar un par de modos ( $\zeta_1$  y  $\zeta_n$ ) de tal manera que el efecto de la disminución del amortiguamiento en los modos intermedios pueda compensar el efecto del aumento del amortiguamiento en los modos superiores y la respuesta obtenida de acuerdo al modelo de Rayleigh sea semejante a la obtenida con el modelo de Wilson y Penzien.

Para lo anterior se compararon las respuestas de cada uno de los modelos de amortiguamiento para cada registro sísmico, intensidad sísmica, modelos y dirección, pero solo se presenta resultados en términos de valores promediados sobre todos los registros sísmicos. Además, a pesar de que se consideraron los mismos parámetros de respuesta de los capítulos anteriores solo se discuten los valores promedio de la carga axial, esto por ser el parámetro para el cual es más significativa la variación en la respuesta al usar ambos modelos de amortiguamiento; esto se discutió en la sección 5.1 de esta tesis.

La razón  $R_{A4}$  dada por la Ecu. 5.15 se usa para hacer la comparación, donde  $A_W$  y  $A_{RMS}$  representan las cargas axiales en las columnas de los marcos cuando se usan el modelo de amortiguamiento de Wilson y Penzien y el modelo de Rayleigh usando el primer modo y un modo superior al modo 2, respectivamente:

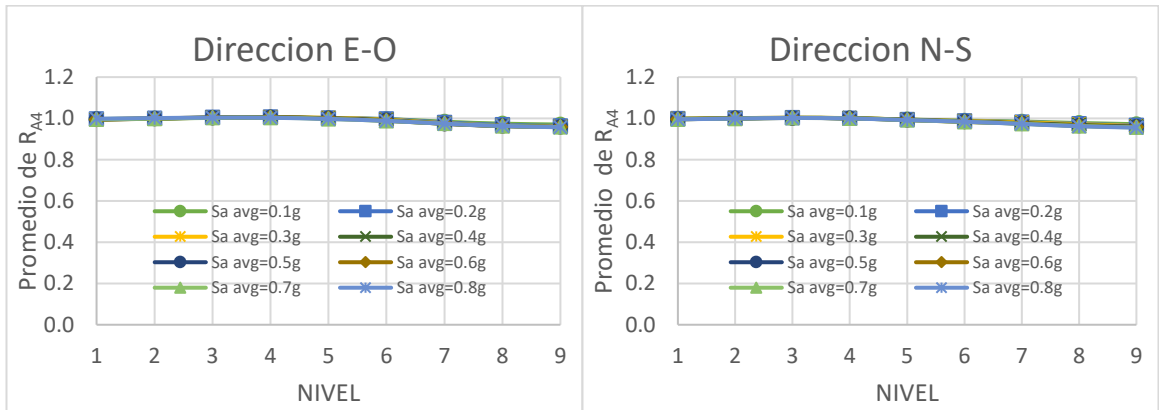
$$R_{A4} = \frac{A_W}{A_{RMS}} \quad (5.15)$$





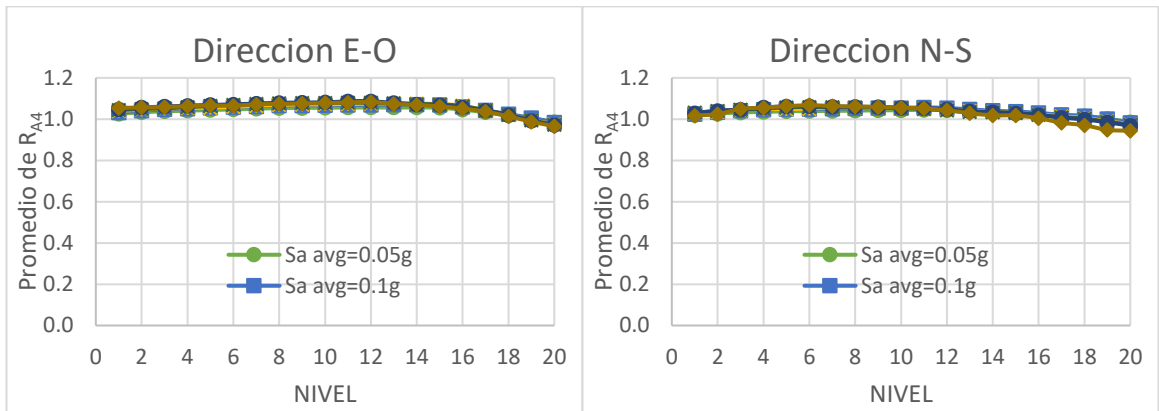
a)

b)



c)

d)



e)

f)

Fig. 5.27 Valores promedio de  $R_{A4}$ , a), c) y e), dirección E-O, modelos 1, 2 y 3, respectivamente, b), d) y f), dirección N-S, modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

En la fig. 5.27 se muestran los valores promedio de la razón  $R_{A4}$ , estos valores corresponden al caso en que en el modelo de Rayleigh se fijan las razones de amortiguamiento en los modos uno y tres, uno y siete y uno y diez, para los modelos 1, 2 y 3, respectivamente. También se construyeron gráficas para otras combinaciones de modos, sin embargo, los resultados mostrados son los casos en los cuales los valores de la razón son más cercanos a la unidad, lo que indica que, si estos modos se usan para estos modelos, la respuesta en términos de carga axial se estima con un grado razonable de precisión al usar el modelo de Rayleigh.

Es importante mencionar que conforme aumenta la altura del edificio, la razón del número del modo superior en el cual se fija la razón de amortiguamiento y el número de pisos disminuye. En el caso de este estudio la razón de los modos seleccionados y el número de pisos son: uno (3/3) para el modelo 1, 3/4 (7/9) para el modelo 2 y 1/2 (10/20) para el modelo 3.

Es importante enfatizar que los resultados aquí presentados se basaron en tres modelos que representan marcos de acero resistentes a momentos considerados típicamente como de baja, mediana y de gran altura. Sin embargo, más estudios se requieren considerando más modelos con distintos números de pisos para tener resultados más concluyentes. También vale la pena mencionar que para los parámetros no presentados (cortantes y desplazamientos de entrepiso y momentos flexionantes), las razones correspondientes son cercanas o mayores que la unidad (hasta de 25%), lo que indica que el usar los modos mencionados en el modelo de Rayleigh resulta un poco conservador para el caso de estos parámetros. Sin embargo, más estudios se requieren usando otras combinaciones de modos para determinar los modos en que el error introducido en el cálculo de los parámetros se reduce.

## 6 Conclusiones.

El amortiguamiento de Rayleigh se adopta usualmente en el análisis sísmico de edificios para construir la matriz de amortiguamiento ( $C$ ) donde se usan comúnmente la matriz de rigidez inicial ( $K_i$ ) y los dos primeros modos de vibración lateral para calcular los coeficientes de la matriz  $C$ . Existe una creencia general en la profesión en el sentido de que, si se usa el modelo de Rayleigh, las fuerzas de amortiguamiento serán pequeñas y no introducirán errores significativos en el análisis. Adicionalmente, los usuarios de softwares de análisis sísmico comúnmente usan la matriz de masas concentrada ( $M_{CC}$ ) tanto en la ecuación no lineal de equilibrio dinámico como en la matriz de amortiguamiento. De manera similar, las contribuciones a la respuesta de los modos superiores de vibrar asociados a rotaciones en los nodos ( $RN$ ) y desplazamientos verticales ( $DV$ ) siempre son ignoradas. Algunos problemas relacionados a esta práctica se abordan en este estudio comparando los resultados obtenidos al usar el modelo de amortiguamiento de Rayleigh ( $C_R$ ) con los que se obtienen del modelo de Wilson y Penzien ( $C_W$ ). Para lograr los objetivos, se usan en este estudio tres modelos que representan edificios de acero de baja, media y gran altura. Los resultados más importantes de esta tesis son:

- a) Las fuerzas axiales en columnas se subestiman considerablemente si se usa  $C_R$ . Para un modelo específico, se observa que el nivel de subestimación aumenta a lo largo de la altura y con la intensidad sísmica ( $S_a$ ). Los valores máximos promedio de subestimación (para  $S_a$  máxima), los cuales ocurren en la azotea, aumentan ligeramente con el periodo fundamental del edificio, estos son de aproximadamente 32%, 34% y 42% para los modelos de baja, mediana y gran altura, respectivamente. Se observaron subestimaciones mayores al 60% para algunos registros individuales. También se subestiman los momentos flexionantes en vigas y columnas. Sin embargo, a diferencia del caso de cargas axiales, la subestimación no varía con la intensidad sísmica. Las subestimaciones, a pesar de ser más pequeñas que para las cargas axiales, también son significativas, en promedio para columnas son de alrededor del 22% y 20% para los modelos de 9 y 20 niveles, respectivamente, para el modelo de 3 niveles los momentos se estiman con precisión razonable. Se

observaron subestimaciones mayores al 40% para algunos registros individuales. También se mostró que los desplazamientos de entrepiso se subestiman de igual manera; los valores máximos son de alrededor del 2%, 9% y 22% para los modelos de baja, mediana y gran altura, respectivamente.

- b) Las fuerzas de amortiguamiento horizontal en los pisos se sobreestiman si se usa  $C_R$  con valores máximos observados de alrededor del 11%, 67% y 232% para los modelos de baja, media y gran altura, respectivamente.
- c) Se observe una contribución significativa a la respuesta sísmica de los modos asociados a  $RN$  y  $DV$ . Para el caso de cargas axiales las contribuciones promedio pueden ser de hasta 47%, 51% y 22% para los modelos de baja, mediana y gran altura, respectivamente. Para el caso de momentos flexionantes, cortantes y desplazamientos de entrepiso, las contribuciones son despreciables para el modelo de baja altura, pero son de alrededor del 10% y 23% para los modelos de media y gran altura, respectivamente.
- d) Las fuerzas axiales se pueden sobreestimar considerablemente si se usan las matrices  $M_{CC}$  y  $K_i$  en comparación con las que se obtienen al usar las matrices de masa consistente ( $M_{CS}$ ) y rigidez tangente ( $K_t$ ). Sobreestimaciones promedio de hasta un 80%, 70% y 60% se observan para los modelos de baja, mediana y gran altura, respectivamente. A pesar de que no se muestran, se observaron sobreestimaciones mayores a 140% para algunos registros individuales. Los momentos flexionantes en columnas exteriores pueden subestimarse si se usan las matrices  $M_{CC}$  y  $K_i$  en la simulación numérica, los niveles máximos de subestimación son de alrededor del 24%, 20% y 18% para los modelos de baja, mediana y gran altura, respectivamente. Los errores introducidos en términos de momentos flexionantes en columnas interiores, así como en vigas externas e internas son lo suficientemente pequeñas como para decir que se estiman con suficiente precisión cuando se usan las matrices  $M_{CC}$  y  $K_i$  en los análisis. Para cortantes de entrepiso, por otro lado, se observaron subestimación de alrededor del 9%, 14% y 16% para los modelos de baja, mediana y gran altura, respectivamente. Subestimaciones de hasta un 30% se observaron para algunos registros en particular. Para el caso de desplazamientos de entrepiso, el nivel

de subestimación es tan pequeño que se puede decir que no existen diferencia para los resultados de este parámetro si se usan las matrices  $M_{CC}-K_i$  o  $M_{CS}-K_t$ .

- e) Los resultados indican que los errores que se introducen en términos de fuerza axial pueden ser considerables para los tres modelos aquí estudiados al usar el modelo de Rayleigh. Para minimizar estos errores se sugiere considerar los modos 1 y 3, 1 y 7, y 1 y 10 para los modelos de baja, mediana y gran altura, respectivamente. Para los otros parámetros se observan que la respuesta es razonablemente sobreestimada; sobrestimaciones de hasta un 15% en promedio para cortantes y desplazamientos de entrepiso y de hasta un 18% para momentos flexionantes en vigas y columnas, particularmente para los modelos de mediana y gran altura.
- f) Las conclusiones principales de esta investigación son que: (a) el modelo de Wilson y Penzien debe de usarse para construir la matriz de amortiguamiento, (b) las matrices  $M_{CS}$  y  $K_t$  deben de usarse en los análisis sísmicos del sistema estructural en consideración, (c) las contribuciones de los modos de vibrar asociados a  $RN$  y  $DV$  a la respuesta sísmica no se deben menospreciar y (d) si se usa el modelo de Rayleigh para construir la matriz de amortiguamiento se debe seleccionarse un modo superior al segundo para fijar la razón  $\zeta$ .; para el caso de los modelos considerado en este estudio estos son modos 1 y 3, 1 y 7, ay 1 y 10, para los modelos de baja, mediana y gran altura, respectivamente.

## 7 Referencias.

- [1] CEN (EN-1998-2004 E), “Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance”, European Committee for Standardization, B-1050 Brussels, diciembre 2004.
- [2] ICC, “International Building Code”, International Code Council Inc., Country Club Hills, IL., febrero 2009.
- [3] CNRC, “National Building Code for Canada”, Thirteenth edition, National Research Council Canada, Ottawa, 2010.
- [4] Chopra K. Anil, “Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering”, 2007, Pearson Prentice Hall, Third Edition.
- [5] Jennings P.C., Equivalent viscous damping for yielding structures, *Journal of Engineering Mechanics Division ASCE* 1968, Vol. 94, No. 1, 103–116.
- [6] Gulkan P, Sozen M. Inelastic response of reinforced concrete structures to earthquake motions. *ACI Journal* 1974;71(12):604–610.
- [7] Iwan W.D., Estimating inelastic response spectra from elastic spectra, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1980;8(4):375–388.
- [8] Hadjian A.H. A re-evaluation of equivalent linear models for simple yielding systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1982;10(6):759–767.
- [9] Wijesundara K.K., Nascimbene R. and Sullivan T.J., Equivalent viscous damping for steel concentrically braced frame structures, *Bull Earthquake Eng* (2011) 9:1535–1558.
- [10] Weare, W. and Gere J.M. *Matrix analysis of framed structures*, Springer, Van Nostrand Reinhold, New York, 1990.
- [11] Li, G.Q. and Li J.J., *Advanced Analysis and Design of Steel Frames*, John Wiley & Sons, England, 2007.
- [12] Clough, R.W. and Penzien J., “Dynamics of Structures”, 2nd edition, 1993, McGraw Hill, New York, N.Y.
- [13] Archer, John S. (1963). “Consistent Mass Matrix for Distributed Mass Systems” *Journal of the Structural Division*, Vol. 89, Issue 4, Pg. 161 – 178.
- [14] Rea, Dixon; Clough, R. W.; and Bouwkamp, Jack G., “Damping capacity of a model steel structure” (1971). *Center for Cold-Formed Steel Structures Library*. 109, <http://scholarsmine.mst.edu/ccfss-library/109>.
- [15] Wilson E.L. and Penzien J. (1972) Evaluation of orthogonal damping matrices. *International Journal for numerical methods in engineering* 4, 5-10.

- [16] Crisp DJ (1980) *Damping models for inelastic structures*. Dissertation, University of Canterbury, Christchurch, 84 pages.
- [17] Malkus D. and Plesha, M. (1986), *Zero and negative masses in Finite element vibration and transient analyses*, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, 59 (3), 281-306, (1986).
- [18] Stavrinidis, C., Clinckemaillie J. and Dubois J (1989), *New concepts for Finite-element mass matrix formulations*, *AIAA Journal*, 27 (9), 1249 -1255 (1989)
- [19] Leger P. and Dussault S. (1992), *Seismic-energy dissipation in MDOF structures*, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 118(5), 1251-1269.
- [20] Hansson P.A. and Sandberg G. (1997), *mass matrices by minimization of modal errors*, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40 (22), 4259-4271.
- [21] Gulkan P. and Alemdar B.N. (1999), *An exact finite element for a beam on a two-parameter elastic foundation: a revisit*. *Structural Engineering and Mechanics*, (7)3, pp. 259-276; <https://doi.org/10.12989/sem.1999.7.3.259>.
- [22] Michaltsos GT and Konstantakopoulos TG (2000), *A simplified dynamic analysis for estimation of the effect of rotary inertia and diaphragmatic operation on the behavior of towers with additional masses*. *Structural Engineering and Mechanics*, 10(3), pp 277-288, <https://doi.org/10.12989/sem.2000.10.3.27>.
- [23] Kowalsky MJ, Dwairi H. *Investigation of Jacobsen's equivalent viscous damping approach as applied to displacement-based seismic design*. In: *Presented at the proceedings of the 13th world conference on earthquake engineering*. Vancouver, Canada, 2004.
- [24] Archer, G. C. and Whalen, T. M., 2005, "Development of Rotationally Diagonal Mass Matrices for Plate and Beam Elements," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 194(8), pp. 675–689.
- [25] Val D.V. and Segal F. (2005), *Effect of damping model on pre-yielding earthquake response of Structures Engineering Structures*, 27, 1968–1980.
- [26] Wu, S. R., 2006, "Lumped Mass Matrix in Explicit Finite Element Method for Transient Dynamics of Elasticity," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 195(44), pp. 5983–5994.
- [27] Li, YH, Wu, B (2006) *Determination of Equivalent Damping Relationships for Direct Displacement-Based Seismic Design Method*. *Advances in Structural Engineering* 9(2): 279-291.
- [28] Dwairi HM, Kowalsky MJ, Nau JM. *Equivalent damping in support of direct displacement-based design*. *J Earthquake Eng* 2007; 11:512–30. 2007/07/30.

- [29] Zareian F. and Medina R.A. (2010), A practical method for proper modeling of structural damping in inelastic plane structural systems, *Computers and Structures* 88 (2010), 45-53,
- [30] Rodrigues H., Varum H., Arêde A. and Costa A. (2012), A comparative analysis of energy dissipation and equivalent viscous damping of RC columns subjected to uniaxial and biaxial loading, *Engineering Structures*, 35, 149-164.
- [31] Jehel P., Leger P. and Ibrahimbegovic A. (2014), Initial vs. tangent stiffness-based Rayleigh damping in inelastic time history seismic analyses, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 43(3), 467-484.
- [32] Zuo Z., Li S., Zhai C. and Xie L. (2014), Optimal Lumped Mass Matrices by Minimization of Modal Errors for Beam Elements, *Journal of Vibration and Acoustics*, 36 (2), DOI: 10.1115/1.4026247
- [33] Deshpande S.S., Rawat S.R., Bandewar N.P., and Soman M.Y. (2016), Consistent and lumped mass matrices in dynamics and their impact on finite element analysis results, *International Journal of Mechanical Engineering and Technology*, 7(2), 135-147.
- [34] Puthanpurayil A.M., Lavan O., Carr A.J. and Dhakal R.P. (2016), Elemental damping formulation: an alternative modelling of inherent damping in nonlinear dynamic analysis, *Bull Earthquake Eng*, 14, 2405-2434
- [35] Ozel, H.F., Saritas A. and Tasbahji, T. (2017), Consistent matrices for steel framed structures with semi-rigid connections accounting for shear deformation and rotary inertia effects, *Engineering Structures* 137, 194-203.
- [36] Carr A.J., Puthanpurayil, A.M., Lavan O., and Dhakal R.P. (2017), Damping models for inelastic time-history analyses-a proposed modelling approach, 16th World Conference on Earthquake, Paper N° 1488.
- [37] Zand H. and Akbari J. (2018), Selection of Viscous Damping Model for Evaluation of Seismic Responses of Buildings, *KSCE Journal of Civil Engineering*, 22(11), 4414-4421
- [38] Nielsen A.H. (2018), Examining the basis for viscous damping in seismic analysis, 16th European Conference On Earthquake Engineering, 1-12.
- [39] Kshirsagar, B.D., Goud S.C. and Khan, S.N., Vibration analysis of femur bone by using consistent mass matrices and fast fourier transform analyzer, *Materials Today: Proceedings*, March 2020, <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.02.489>.
- [40] Carr AJ (2016) *Ruaumoko Manual. Report*, University of Canterbury, Christchurch.
- [41] Chen, W. F. and Atsuta, T., "Interaction equations for biaxially loaded sections, 1971 (72-9)" (1971). Fritz Laboratory Reports. Paper 284. <http://preserve.lehigh.edu/engr-civil-environmental-fritz-lab-reports/284>.



- [42] Krawinkler H. *The state-of-the-art report on system performance of moment resisting steel frames subjected to earth quake ground shaking Building (FEMA 355C) 2000.*
- [43] FEMA 355C, *Federal Emergency Management Agency, Report 355C “State of the art on systems performance of steel moment frames subject to earthquake ground shaking”, septiembre 2007, Washington, D.C.*
- [44] ICBO, “*Uniform Building Code*”, *International Conference of Building Officials, Whittier, California 90601-2298, abril 1997.*
- [45] Mario Paz and Willoam Leigh, “*Structural Dynamics: Theory and Computation*”, fifth edition, 2004, *Kluwer Academic Publishers, ISBN 1-4020-7667-3.*
- [46] Clough, R.W. and Penzien J., “*Dynamics of Structures*”, 2nd edition, 1993, *McGraw Hill, New York, N.Y.*
- [47] Chopra K. Anil, “*Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*”, 2007, *Pearson Prentice Hall, Third Edition.*
- [48] *Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER), “Ground Motion Database”, 325 Davis Hall, University of California, Berkeley, CA 94720-1792, <https://ngawest2.berkeley.edu/site>.*