# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS MAESTRÍA EN FÍSICA



# POLARIZACIÓN DE A Y $\bar{\Lambda}$ EN EL EXPERIMENTO MPD-NICA

# TESIS

QUE COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN FÍSICA

PRESENTA:

LIC. JOSÉ JORGE MEDINA SERNA

DIRECTORAS DE TESIS: DRA. ISABEL DOMÍNGUEZ JIMÉNEZ DRA. MARÍA ELENA TEJEDA-YEOMANS

Culiacán, Sinaloa. Mayo de 2022





Dirección General de Bibliotecas Ciudad Universitaria Av. de las Américas y Blvd. Universitarios C. P. 80010 Culiacán, Sinaloa, México. Tel. (667) 713 78 32 y 712 50 57 dgbuas@uas.edu.mx

#### UAS-Dirección General de Bibliotecas

**Repositorio Institucional Buelna** 

Ν

Restricciones de uso

Todo el material contenido en la presente tesis está protegido por la Ley Federal de Derechos de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

Queda prohibido la reproducción parcial o total de esta tesis. El uso de imágenes, tablas, gráficas, texto y demás material que sea objeto de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente correctamente mencionando al o los autores del presente estudio empírico. Cualquier uso distinto, como el lucro, reproducción, edición o modificación sin autorización expresa de quienes gozan de la propiedad intelectual, será perseguido y sancionado por el Instituto Nacional de Derechos de Autor.

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-No Comercial Compartir Igual, 4.0 Internacional



Mi familia ha sido el pilar principal en el que siempre me he apoyado. Este trabajo no es mio, es de mi familia. Nunca te olvidaré, madre. Fue un honor y un privilegio.

# Resumen

La descripción de la evolución espacio-temporal del plasma de quarks y gluones formada en las colisiones de iones pesados ha sido de interés para el estudio de diversos fenómenos. Entre ellos, se ha observado la presencia de un momento angular, manifestado como una vorticidad en el plasma, formado en colisiones no centrales que induce un alineamiento entre la dirección del momento angular y la dirección de las partículas finales emitidas. Este trabajo estudia el mecanismo en que dicho alineamiento ocurre usando una forma modificada de la fórmula de Cooper-Frye para las abundancias de partículas finales que incluye términos de vorticidad. Para realizar el estudio, se realizaron diversas simulaciones usando el generador de eventos Monte Carlo **Therminator**, se definió un campo de velocidades numérico y se calcularon las componentes del tensor de vorticidad térmica. Con estos cálculos, fue posible obtener las distribuciones de la polarización y la polarización global en cada caso, pudiendo ser comparadas con los resultados experimentales.

# Índice general

Resumen				
1.	Introducción			
	1.1.	Antecedentes	2	
		1.1.1. Experimentos	2	
		1.1.2. Modelos teóricos	3	
	1.2.	Estudio del QGP	4	
	1.3.	Vorticidad del QGP	6	
	1.4.	Nuevos experimentos	8	
	1.5.	Experimento NICA	9	
		1.5.1. Detector Multi-Propósito del experimento NICA	10	
		1.5.2. Grupo MexNICA	11	
	1.6.	Unidades y notación	12	
2.	Mar	rco Teórico	13	
	2.1.	Algunas definiciones	13	
	2.2.	Expansión del QGP	17	
	2.3.	Hadronización de Cooper-Frye	19	
	2.4.	Modelos de expansión del QGP	21	
		2.4.1. Modelo Siemens-Rassmusen	21	
		2.4.2 Modelo Schnederman-Sollfrank-Heinz	25	

		2.4.3. Modelo de Blast-Wave	28
	2.5.	Vorticidad y polarización	29
		2.5.1. Vorticidad	29
		2.5.2. Polarización	30
3.	Met	todología	35
	3.1.	Therminator	35
	3.2.	Implementación de Therminator	38
	3.3.	Definición del campo de velocidades	39
	3.4.	Vorticidad	47
	3.5.	Distribución de partículas	48
4.	Res	ultados	51
	4.1.	Perfiles de velocidad	51
		4.1.1. Perfiles de velocidad para Au+Au a 200 GeV	51
		4.1.2. Perfiles de velocidad para Au+Au a 11.6 GeV	52
	4.2.	Componentes del tensor de vorticidad	57
		4.2.1. Vorticidad térmica para Au+Au a 200 GeV	57
		4.2.2. Vorticidad térmica para Au+Au a 11.6 GeV	59
	4.3.	Polarización de Au+Au a 200 GeV	62
		4.3.1. Polarización de A y $\bar{\Lambda}$ en función del momento transverso $p_{\perp}$	63
		4.3.2. Polarización de $\Lambda$ y $\bar{\Lambda}$ en función del ángulo azimutal $\phi$	68
		4.3.3. Polarización global a 200 GeV	72
	4.4.	Polarización de Au+Au a 11.6 GeV	72
		4.4.1. Polarización de A y $\bar{\Lambda}$ en función del momento transverso $p_{\perp}$	72
		4.4.2. Polarización de $\Lambda$ y $\bar{\Lambda}$ en función del ángulo azimutal $\phi$	77
		4.4.3. Polarización global a 11.6 GeV	80
	4.5.	Comparación de la polarización entre 200 y 11.6 GeV $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	82

### 5. Conclusiones

87

# Capítulo 1

# Introducción

La física de las colisiones ultra relativistas de iones pesados es un campo interdisciplinario en el cual convergen la física de partículas elementales y la física nuclear. Se usa el nombre de "iones pesados" para denotar a los núcleos de elementos pesados, mientras que el término "ultra relativista" hace referencia al régimen de energía donde la energía cinética es significativamente mayor a la energía en reposo. La física de partículas trata con partículas individuales (bosones y fermiones del Modelo Estándar) y sus interacciones son derivadas de primeros principios. Por otro lado, la física nuclear trata con objetos extendidos, y sus interacciones son descritas con modelos efectivos. En el campo de las colisiones ultra relativistas de iones pesados se busca analizar las propiedades de materia nuclear o hadrónica a temperaturas y densidades finitas en términos de interacciones elementales. Por lo tanto, son de vital importancia los experimentos que buscan verificar nuevas predicciones teóricas sobre las fases de la materia hadrónica, las identificaciones de la transición entre dichas fases y una posible reconstrucción del diagrama de fase de materia con alta interacción fuerte, en un rango amplio de los parámetros termodinámicos como son la temperatura y el potencial bariónico. [1].

### **1.1.** Antecedentes

#### 1.1.1. Experimentos

En 1970 y hasta principios de 1980 varios aceleradores usados por la comunidad de física de partículas fueron modificados para acelerar iones pesados. Por ejemplo, el Bevatron en Berkeley fue acoplado con el SuperHILAC para formar el Bevalac que alcanzaba energías por nucleón de 1 a 2 GeV [2]. Similarmente, el Syncrophasotron en Dubna fue modificado para acelerar núcleos a energías de 10 GeV [3]. Por las mismas fechas, diversos aceleradores usados en la investigación nuclear fueron desarrollados, por ejemplo el Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) en Darmstadt. Los primeros experimentos con iones pesados ultra relativistas con energías más elevadas que 10 GeV por nucleón se llevaron a cabo en el Laboratorio Nacional de Brookheaven (BNL) y en el Centro Europeo para la Investigación Nuclear (CERN) en 1986. En BNL aceleraron <sup>28</sup>Si a 14 GeV por nucleón [4], mientras que CERN aceleró <sup>16</sup>O a 60 y 200 GeV [5]. Pero las primeras colisiones de iones pesados ocurrieron en la primavera de 1995 en el CERN, con colisiones de <sup>208</sup>Pb a 158 GeV por nucleón [6]. En el 2000 se obtuvieron los primeros datos del Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) en BNL. RHIC fue diseñado para acelerar iones de <sup>200</sup>Au con una energía en el centro de masa de 200 GeV ( $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV) [7]. Posteriormente, entró en funcionamiento el Gran Colisionador de Hadrones (LHC) en el CERN, que es capaz de acelerar protones hasta 13 TeV y iones de Pb a 6.37 TeV [8–10]. Colisiones de pp a 8 TeV del LHC detectaron el bosón de Higgs en 2012 [11]. Actualmente, está en construcción el Nucleotron-based Ion Collider fAcility (NICA) en el Joint Institute for Nuclear Research (JINR), este acelerador está diseñado para alcanzar energías de 11 GeV en la región de densidad bariónica máxima [12].



Figura 1.1: Primera versión del diagrama de fase para la materia nuclear de interacción fuerte propuesta por Cabbibo y Parisi en 1975 [13]. En el diagrama, la región I representa la materia hadrónica y la región II la materia desconfinada fuertemente acoplada a la que después se le llamaría Plasma de Quarks y Gluones (QGP).

#### 1.1.2. Modelos teóricos

En condiciones normales (densidades bajas de energía), quarks y gluones están confinados en hadrones. Sin embargo, incrementando la temperatura y/o la densidad bariónica, puede ocurrir una transición de fase a un estado donde los hadrones ordinarios ya no existen, y los quarks y gluones están libres. En 1975 Collins y Perry sugirieron que la materia altamente densa, como la que se encuentra en los núcleos de estrellas de neutrones, agujeros negros o en los estados iniciales posteriores al Big Bang, estaba constituida por quarks en lugar de hadrones [14]. Poco después, Cabbibo y Parisi identifican la temperatura de Hagedorn como la temperatura de la transición de fase de un estado confinado de quarks a uno desconfinado [13]. En su trabajo, también incluyeron un diagrama de fase esquemático para esta materia de interacción fuerte, que se muestra en la Figura 1.1. En [15–17], Shurkyak y Kapusta estudiaron la transición de fase de esta materia de quarks, encontrando que tendría un comportamiento similar al de un plasma, por lo que nombraron al estado desconfinado como: "Plasma de Quarks y Gluones" (QGP). En el trabajo [18], sugieren que la materia de quarks resultante debe expandirse y enfriarse hasta la temperatura de transición, antes de que pueda formar hadrones detectables. En experimentos más recientes, el CERN en el 2000 hace oficial la evidencia que encontraron sobre la formación de un sistema con un comportamiento muy similar al predicho teóricamente para el QGP [19]. De esa misma forma, la evidencia obtenida en RHIC también sugiere que el material formado en las colisiones se trata, en efecto, de QGP [20,21].

# 1.2. Estudio del QGP

Con el objetivo de estudiar el QGP en colisiones de iones pesados, necesitamos observables experimentales adecuados para las diferentes etapas de la formación y evolución del QGP y modelos que incorporen las ideas teóricas para diferentes escalas de tiempo y energía. Algunos de los observables que han provisto de información clave sobre las etapas de la colisión, han sido pruebas hadrónicas como: la abundancia relativa de piones y kaones, pruebas electromagnéticas como: la producción de dileptones y fotones y la producción y decaimientos de la resonancias: como  $J/\Psi$  [22].

En los últimos años la comunidad de física nuclear ha desarrollado un modelo para describir la evolución temporal de las colisiones de iones pesados. Las principales características del modelo son: [23, 24].

- Los núcleos, que sufren una fuerte contracción de Lorentz debido a que son acelerados a velocidades cercanas a la luz, colisionan en un corto tiempo. Como consecuencia, justo después de la colisión, la evolución del sistema en las direcciones transversales a la dirección del haz pueden asumirse estáticas, y la dinámica es dominada por la expansión longitudinal del sistema.
- Justo después de la colisión, la materia resultante está fuera de equilibrio y no es posible aplicar una descripción hidrodinámica.

- 3. Cuando la materia está casi equilibrada, es posible modelarla como un fluido y usar la hidrodinámica relativista. Esta es la etapa de formación del QGP.
- 4. Cuando la temperatura del sistema decrece lo suficiente, se pasa de un estado desconfinado a uno confinado, formando un gas de hadrones. Los hadrones que forman este gas interactúan entre ellos hasta que la densidad de energía es lo suficientemente baja y vuelan libres hacía los detectores.

En la Figura 1.2, se muestran las cuatro etapas de la colisión. Primero, los iones, que sufren una contracción de Lorentz debido a la alta velocidad a la que son acelerados, llegan a la etapa de colisión (Figura 1.2.a). Luego se cruzan entre ellos (Figura 1.2.b). En la tercera etapa, el traslape entre los iones genera un volumen de alta temperatura y densidad que se expande hasta enfriarse (Figura 1.2.c). Finalmente, las partículas finales llegan al detector (Figura 1.2.d). Es en la tercera etapa en la que se dan las condiciones óptimas para la creación del QGP [22].



Figura 1.2: Las cuatro etapas de la evolución de una colisión de iones pesados: (a) muestra los dos iones contraídos acercándose mutuamente desde el punto de vista del centro de masa, (b) muestra el traslape de los iones al momento de colisionar, (c) es justo después de la colisión, cuando los iones se atraviesan y generan un volumen de alta temperatura y densidad, (d) es la etapa final, cuando el sistema se expande y se enfría, fragmentándose en hadrones que viajan al detector [22].

### 1.3. Vorticidad del QGP

Como ya se mencionó el la sección anterior, se cree que en las etapas tempranas de la colisión, el QGP se comporta como un "fluido casi perfecto", por lo que la hidrodinámica ha sido el marco teórico predominante en el estudio de este sistema [25–27]. No todas las colisiones de iones pesados son completamente centrales, lo que sugiere que existe un momento angular neto en el sistema que debería afectar el comportamiento del QGP [28]. En la Figura 1.3 izquierda, se muestra la geometría de una colisión de iones pesados desde el punto de vista del centro de masa antes del choque. Designando uno como haz y otro como blanco, el parámetro de impacto  $\vec{b}$  apunta desde el centro del blanco al centro del haz, perpendicular al momento del haz  $\vec{p}_{beam}$ . Los vectores  $\vec{b}$  y  $\vec{p}_{beam}$  definen el plano del evento, indicado por la cuadrícula. El momento angular total de la colisión es  $\vec{J}_{sys} = \vec{b} \times \vec{p}_{beam}$ . Como el momento angular de la bola de fuego de QGP depende del traslape de los núcleos que colisionan, es de esperarse que dependa fuertemente del parámetro de impacto. Y como en todo fluido, el momento angular inducido en la colisión de iones pesados, se manifiesta como una vorticidad en el QGP.



Figura 1.3: Dibujo de una colisión de iones pesados a energía relativista. Las cantidades fisicas y geométricas relevantes que caracterizan la colisión se muestran a la izquierda. El plasma de quarks y gluones se forma a partir de los nucleones de la zona de traslape que colisionan (cuadro derecho) [28].

La vorticidad es un fenómeno común tanto en fluidos clásicos como cuánticos; desde galaxias en rotación, pasando por tornados en la tierra, hasta vorticidades cuánticas de superfluidos. En la Figura 1.4 se muestra una representación de distintos sistemas físicos donde la vorticidad se manifiesta. La vorticidad juega un rol importante en la evolución y en las propiedades del QGP. Por ejemplo: debido a la vorticidad es posible describir de forma cuantitativa la dependencia en la rapidez del flujo directo [29, 30], la cual se modela incluyendo un momento angular inicial [31]. La vorticidad también puede afectar fuertemente la dinámica bariónica del sistema, dando lugar a una separación de bariones y antibariones a lo largo de la dirección de la vorticidad producida, este efecto es llamado *efecto vórtico quiral* [32]. Finalmente, el efecto más relevante para este trabajo es que, el acoplamiento entre el movimiento rotacional y el espín, puede dar lugar a la polarización de los hadrones emitidos. De entre los bariones cuya polarización se ha estudiado, la partícula  $\Lambda$  juega un papel importante. Además de ser el hiperón más ligero, es posible estimar la dirección de su espín debido a su decaimiento, ya que el protón en el que decae, tiene una preferencia a seguir la dirección del espín de la  $\Lambda$  original [33].

En 2017 se reportó el primer experimento donde se observó evidencia de vorticidad, al medir la polarización de espín de las partículas  $\Lambda \ge \overline{\Lambda}$  (se dirá polarización de  $\Lambda$  para acortar) en colisiones de Au+Au [34]. Otros experimentos también midieron una polarización de  $\Lambda$  en 2018 y 2019 en [35, 36].



Figura 1.4: Comparación de la vorticidad y el tamaño del sistema en la naturaleza. El valor de la vorticidad para el QGP se estima analizando distintas simulaciones y resultados experimentales [37].

## 1.4. Nuevos experimentos

Los experimentos que han establecido la producción del QGP, RHIC en BNL y LHC en el CERN, continúan tomando datos para caracterizarlo. Nuevos experimentos como NICA en JINR, Facility for Antiproton and Ion Research (FAIR) en GSI y RHIC en BNL, buscan proporcionar nuevos datos para estudiar nuevas regiones del diagrama de fases de QCD, a las que no se podían acceder antes. En la Figura 1.5 se muestra la versión moderna del diagrama de fase para la materia nuclear, ésta muestra las regiones en la que estos nuevos experimentos pueden acceder. Estos experimentos, junto con los experimentos en astrofísica y materia



Figura 1.5: Diagrama de fase moderno para la materia de QCD. Este muestra las distintas fases: la fase de gas hadrónico, la fase de plasma de quarks y gluones y la fase quarkionica en función de la temperatura y la densidad bariónica. También muestra las regiones a las que diversos experimentos pueden acceder [38].

condensada, continuarán enriqueciendo la descripción de las fases de la materia nuclear desde diferentes perspectivas.

### 1.5. Experimento NICA

El proyecto internacional NICA está dirigido al estudio en laboratorio de las propiedades de la materia nuclear, en la regiones de máxima densidad bariónica [39], donde los cálculos realizados con Lattice QCD [40, 41] predicen que ocurre la transición de fase de desconfinamiento y la restauración de la simetría quiral. En este sentido, la configuración básica de NICA permitirá acelerar y colisionar iones pesados, en el rango de energía óptimo para estudiar esta transición de fase.



Figura 1.6: Diagrama del experimento NICA [39].

En la Figura 1.6 se muestra un dibujo esquemático del complejo del experimento NICA. La instalación del proyecto NICA/MPD incluirá:

- Complejo de inyección,
- Un Booster superconductor,
- EL Nucleotrón de iones pesados,
- Colisionadores que tengan dos anillos superconductores ,
- Nuevos canales de transferencia de haz.

#### 1.5.1. Detector Multi-Propósito del experimento NICA

El "Multi Purpose Detector", MPD por su siglas en inglés ha sido diseñado como un espectrómetro capaz de detectar hadrones cargados, electrones y fotones, en el rango de energía en el que operará del colisionador NICA. El detector comprenderá un sistema de seguimiento e identificación de partículas, basado en las mediciones del tiempo de vuelo y la calorimetría. En la luminosidad del diseño, la tasa de eventos en la región de interacción, es de aproximadamente 6 kHz; la multiplicidad total de partículas cargadas supera los 1000 en las colisiones Au+Au más centrales a  $\sqrt{s_{NN}} = 11$  GeV [42]. Las simulaciones hechas tanto para colisiones de Au+Au y Bi+Bi a energías de NICA (4-11 GeV) han mostrado que el experimento MPD será capaz de proveer una buena resolución del plano del evento para mediciones del flujo directo y elíptico [43–45].



Figura 1.7: Diagrama del detector Multi Propósito del experimento NICA [39].

El diseño general del detector MPD se muestra en la Figura 1.7. El detector consta de dos partes principales: los detectores centrales y los detectores en la dirección del haz. En el diagrama se muestran los siguientes subsistemas: solenoide superconductor (SC Coil) y magneto, detector interno de trazas (IT), detector de trazas en la dirección del haz (ECT), cámara de proyección de tiempo (TPC), sistema de tiempo de vuelo (TOF), calorímetro electromagnético (EMC), detectores en la dirección del haz (FFD) y calorímetro de grado cero (ZDC).

#### 1.5.2. Grupo MexNICA

En enero de 2017 se formó un consorcio de seis instituciones mexicanas (BUAP, CINVES-TAV, UNAM, UAS, UNISON y UCOL) para participar en el proyecto MPD en NICA [46]. Actualmente, el objetivo principal de MexNICA dentro de los esfuerzos de MPD es contribuir en el estudio del diagrama de fase del plasma de quarks y gluones desde ambos puntos de vista, teóricos y experimentales, en partícular:

- Estudiar el mecanismo responsable de la restauración de la simetría quiral,
- Estudiar el diagrama de fase del QGP en valores finitos de temperatura y densidad,
- Estudiar las señales que permitan localizar el punto crítico (CEP) y,
- Estudiar la inclusión de un detector que permita a MPD aumentar su cobetura de la pseudo-rapidez. Con este detector, el MPD podría aumentar sus capacidades para determinar la resolución del plano de eventos y eficiencia de disparo para colisiones de iones pesados.

El grupo MexNICA está trabajando actualmente en el diseño final de dos detectores [47,48] y en paralelo se desarrollan varios estudios teóricos/fenomenológicos.

### 1.6. Unidades y notación

En este trabajo se usará el sistema natural de unidades donde la velocidad de la luz en el vacío c, la constante reducida de Planck  $\hbar$  y la constante de Boltzmann  $k_B$  son iguales a la unidad,  $c = \hbar = k_B = 1$ . Por lo que reportamos energía y temperatura en GeV.

Este trabajo de tesis está estructurado en cuatro secciones. La primera de estas secciones es el marco teórico, el cual revisará la teoría relevante para el desarrollo de la investigación: el modelo de congelamiento, hadronización, vorticidad y el acoplamiento del espín de las partículas con la vorticidad. Luego pasaremos a la metodología, en donde se explicarán los pasos que se siguieron para llegar a los resultados. Dichos pasos son la implementación del generador de eventos Monte Carlo **Therminator** para simular datos de colisiones de iones pesados, la definición del campo de velocidades necesario para calcular la vorticidad y la modificación al modelo de expansión para que incluya efectos de vorticidad. Hecho esto, pasaremos a los resultados, sección que analiza la polarización de  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  obtenida a partir de la vorticidad.

Se comparará la polarización del modelo original con el modificado a dos energías, 200 GeV y 11.6 GeV y se obtendrá la polarización global en cada caso. Finalmente, en las conclusiones se mencionan los detalles más relevantes de cada resultado y se propondrá una interpretación a cada uno de estos.

# Capítulo 2

# Marco Teórico

En este capítulo se mostrarán las bases teóricas relevantes para este trabajo de tesis. Algunas definiciones importantes en el contexto de las colisiones de iones pesados, y los aspectos generales de los modelos de hadronización y polarización.

# 2.1. Algunas definiciones

Antes de comenzar a estudiar los modelos que se tienen para describir la polarización en colisiones de iones pesados, es conveniente adoptar los conceptos y definiciones que son aceptados en la comunidad de física de altas energías. Las definiciones más relevantes para este trabajo presentadas a continuación son profundizadas en [1].

#### Participantes, espectadores y parámetro de impacto

Si suponemos que todos los nucleones en una colisión de iones pesados se propagan a lo largo de una trayectoria recta, los nucleones que no se encuentran con ningún otro nucleón se les llama "espectadores". Los otros nucleones que si interaccionan durante la colisión, son llamados "participantes". En espacio coordenado, la dirección de los nucleones se toma como el eje z, el parámetro de impacto, que es la distancia entre los centros de cada ion, tiene dirección x, el plano xz se le llama plano de reacción.

#### Centralidad

Se puede interpretar a las colisiones más centrales como aquellas con parámetro de impacto más pequeño. La centralidad es una cantidad relacionada con el parámetro de impacto que nos da una idea cuantitativa de qué tan central o periférica es una colisión. Cuando el parámetro de impacto b es grande (colisiones periféricas), se espera una multiplicidad baja y un alto número de espectadores. Mientras que para eventos con parámetro de impacto pequeño (colisiones centrales), se espera una multiplicidad alta y un bajo número de espectadores. En esta simplificación, puede medir la multiplicidad de partículas cargadas por evento ( $dN_{event}/dN_{char}$ ) para un conjunto de eventos. Una vez que se conoce la integral total de la distribución, las clases de centralidad se definen agrupando la distribución sobre la base de la fracción de la integral total. En la Figura 2.1 se ilustra un agrupamiento típico.

#### Masa transversa

La componente de un vector  $\vec{A}$  tridimensional a lo largo del eje z es denotada como  $\vec{A}_{\parallel}$ , y su componente transversa  $\vec{A}_{\perp} = \vec{A} - \vec{A}_{\parallel}$ . Entonces la masa transversa de una partícula es definida como

$$m_{\perp} = \sqrt{m^2 + p_{\perp}^2},\tag{2.1}$$

donde m es la masa de la partícula y  $\vec{p}$  el vector de momento en tres dimensiones.

#### Rapidez y pseudorapidez

Como estamos tratando con energías relativistas, es útil usar la definición de "rapidez" y en lugar de la velocidad estándar. Se define como

$$y = \frac{1}{2}\ln(\frac{E+p_{\parallel}}{E-p_{\parallel}}) = \operatorname{arctanh}(\frac{p_{\parallel}}{E}) = \operatorname{arctanh}(v_{\parallel})$$
(2.2)

donde E es la energía de la partícula  $E=\sqrt{m^2+p^2}$  y  $v_{\parallel}$  es la componente longitudinal de



 $|\eta| < 1$ 

Figura 2.1: Diagrama de correlación de la multiplicidad de partículas cargadas observadas en el estado final con respecto al número de partículas  $N_{part}$  y el parámetro de impacto b [49].

la velocidad. Usando estas definiciones de rapidez y de masa transversa se puede calcular la energía y el momento longitudinal como

$$E = p^0 = m_\perp \cosh y, \tag{2.3a}$$

$$p_{\parallel} = m_{\perp} \sinh y, \tag{2.3b}$$

Se define la pseudorapidez  $\eta$  de forma similar

$$\eta = \frac{1}{2} \ln(\frac{p + p_{\parallel}}{p - p_{\parallel}}) = \ln(\cot\frac{\theta}{2}) = -\ln(\tan\frac{\theta}{2}),$$
(2.4)

donde  $\theta$  es el ángulo de dispersión. En analogía a las ecuaciones (2.3a) y (2.3b) se tiene

$$p = p_{\perp} \cosh \eta, \tag{2.5a}$$

$$p_{\parallel} = p_{\perp} \sinh \eta. \tag{2.5b}$$

#### Invariancia de Lorentz

La invariancia de Lorentz o invariancia de boost es la simetría de los sistemas físicos con respecto a las transformaciones de Lorentz a lo largo del eje del haz, la cual impone ciertas restricciones a la forma de las cantidades físicas. Por ejemplo, las funciones termodinámicas usadas en la hidrodinámica relativista, como la temperatura, la presión, o la densidad de energía, son escalares de Lorentz. La invariancia de Lorentz en estos casos significa que sólo pueden depender de las coordenadas transversas y del tiempo propio longitudinal  $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$ . Formalmente, un campo escalar  $\psi(x)$  tiene la siguiente regla de transformación

$$\psi(x) \to \psi'(x'), \qquad \psi'(x') = \psi(x), \tag{2.6}$$

donde x, x' son coordenadas del espacio-tiempo conectadas por una transformación de Lorentz L, digamos x' = Lx. El campo escalar es invariante ante transformaciones de boost a lo largo del eje z si el campo transformado en el nuevo punto x' coincide con el campo original en ese punto,

$$\psi'(x') = \psi(x'). \tag{2.7}$$

Uniendo las ecuaciones (2.6) y (2.7) se obtiene la restricción

$$\psi(x') = \psi(x), \tag{2.8}$$

lo que significa que  $\psi$  solo puede depender de las variables transversas x, y y del tiempo propio longitudinal  $\tau = \sqrt{(t^2 - z^2)}$ .

Un caso interesante ocurre cuando el flujo es cero en el plano z = 0. Con esta condición, la forma invariante de boost para la cuadrivelocidad es

$$u^{\mu} = \gamma(1, v_x, v_y, v_z) = \bar{\gamma}(\tau, x, y) \frac{t}{\tau} (1, \frac{\tau}{t} \bar{v}_x(\tau, x, y), \frac{\tau}{t} \bar{v}_y(\tau, x, y), \frac{z}{t}),$$
(2.9)

donde  $\bar{\gamma}$  es la componente transversal del factor de Lorentz definido como

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{1 - \bar{v_x}^2 - \bar{v_y}^2}}.$$
(2.10)

### 2.2. Expansión del QGP

Como ya se comentó en la sección pasada, justo después de la colisión de iones pesados se forma una bola de fuego de materia nuclear que, en un principio, está fuera del equilibrio y a medida que se expande y enfría, alcanza su estado de equilibrio termodinámico. El marco de trabajo principal para modelar este fenómeno ha sido la teoría cinética relativista y la hidrodinámica relativista. Estos marcos de trabajo han mostrado un ajuste muy bueno para los experimentos en RHIC, en donde se ha encontrado que el tiempo  $\tau_{eq}$  en el que la bola de fuego alcanza el equilibrio es muy pequeño,  $\tau_{eq} < 1$  fm [50]. A medida que el QGP en el equilibrio continúa expandiéndose y enfriándose, la densidad de energía no será suficiente para mantener el estado de plasma y habrá una transición de fase a un gas de hadrones caliente, que continuará su expansión hasta alcanzar los detectores. Antes de que esto último ocurra, habrá un estado de la evolución del sistema en el que los hadrones que forman este gas caliente se enfriarán, lo que provocará que éstos dejen de interaccionar entre ellos o lo hagan muy poco. Es decir, se pasará de un estado del sistema muy acoplado a uno con un acoplamiento muy débil. Dicho estado de débil acoplamiento se le llama estado de "congelamiento térmico" (se dirá congelamiento para abreviar).



Figura 2.2: Diagrama que representa la historia de la evolución espacio-temporal de la materia nuclear generada en una colisión de iones pesados. A la derecha se muestra la evolución de la colisión en el marco del laboratorio. [51].

En general, partículas con diferentes secciones transversales tendrían diferentes puntos de congelamiento. Similarmente, los distintos tipos de procesos se apagarían en distintos tiempos. Con esto en mente, es claro que el congelamiento es un proceso dinámico complicado [52]. Sin embargo, la expansión de la materia nuclear es rápida, por lo que el proceso de congelamiento también es rápido. Así, el nombre se vuelve adecuado; las distribuciones de momento de las partículas se "congela" durante el proceso de desacople y ya no vuelve a cambiar en el tiempo en su camino hacia los detectores. Se ha utilizado este modelo de congelamiento y expansión hidrodinámica para ajustar datos experimentales de la distribución de  $p_T$  y abundancias

de partículas con bastante éxito [53–55]. En la Figura 2.3, se muestra una comparación de la distribución de partículas en el momento transverso de un ajuste usando modelos de congelamiento con geometría cilíndirca y datos experimentales reportados por PHENIX en [56].

El criterio más popular para identificar la etapa de congelamiento usa el concepto de una temperatura final  $T_f$ . Cuando la temperatura local cae a  $T_f$ , todo tipo de procesos en un elemento de fluido se detienen. Esta condición puede ser fácilmente adoptada en la descripción hidrodinámica de la evolución de la materia formada en las colisiones de iones pesados. La condición  $T = T_f$  define una hipersuperficie tridimensional en el espacio de Minkowski. El número de partículas emitidas a través de esta hipersuperficie puede ser calculado con la expresión de Cooper-Frye [57].

Si el proceso de congelamiento es muy rápido, las partículas emitidas brindan información sobre las distribuciones térmicas más tempranas. Entonces, la observación de hadrones puede brindarnos información sobre las condiciones termodinámicas de la materia en las últimas etapas, justo antes del congelamiento. Con el modelo de hadronización de Cooper-Frye podemos obtener el espectro de hadrones, que resulta en la evolución del QGP, cuando implementemos estudios a través de simulaciones.

### 2.3. Hadronización de Cooper-Frye

El modelo de hadronización utilizado es el de Cooper-Frye en el cual el plasma evoluciona hasta alcanzar un temperatura  $T_f$  que define una hipersuperficie. Esta temperatura indica el fin del proceso hidrodinámico, por lo que utilizando la función de distribución local térmica se puede predecir la cantidad de hadrones producidos, como función de su momento transverso, a esto se le llama el espectro de hadrones.



Figura 2.3: Ajuste para la distribución de protones (p), anti protones  $(\bar{p})$ , piones  $(\pi^{\pm})$  y kaones  $(K^{\pm})$  en el momento transverso  $p_{\perp}$  usando el modelo de expansión hidrodinámica con geometría cilíndrica [54]. Los datos experimentales están reportados en [56].

De forma clásica, el número de partículas desacopladas dentro de un volumen dV con una distribución en el equilibrio f(E) está dada por

$$dN = dV \int d^3 p f(E). \tag{2.11}$$

Esta ecuación es válida en el marco de referencia del elemento de fluido y debe ser generalizada para que considere distribuciones de diferentes elementos de fluido que se muevan independientemente. La consideración dada por [58] consiste en elegir las líneas de mundo de las partículas que atraviesan un elemento de la hipersuperficie. Esto lleva a la siguiente distribución

$$E\frac{dN}{dp^3} = \int_{\sigma} f(x, p) p^{\mu} d\Sigma_{\mu}, \qquad (2.12)$$

la cual es la expresión propuesta por Cooper y Frye en 1974 [57]. Es posible calcular la distribución para cualquier hipersuperficie parametrizada de la forma

$$d\Sigma_{\mu} = \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \frac{dx^{\alpha}}{d\alpha} \frac{dx^{\beta}}{d\beta} \frac{dx^{\gamma}}{d\gamma} d\alpha d\beta d\gamma, \qquad (2.13)$$

donde  $\varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}$  es el tensor de Levi-Civita y  $\alpha, \beta, \gamma$  son las tres coordenadas independientes de la parametrización de la hipersuperficie.

# 2.4. Modelos de expansión del QGP

#### 2.4.1. Modelo Siemens-Rassmusen

Originalmente, Siemens y Rassmusen consideraron su modelo para ajustar los datos obtenidos en colisiones de Ne y NaF a 800 MeV [59]. Consideraron que la bola de fuego producida por la colisión se expande de forma esférica con una velocidad radial v y una temperatura T, dicha expansión tendría una distribución de partículas de la forma:

$$E\frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{d}^3 p} = K[E\frac{\sinh(a)}{a} + T\frac{(\sinh(a) - a\cosh(a))}{a\gamma}],\tag{2.14}$$

donde  $\gamma$  es el factor de Lorentz,  $a = \gamma v p/T$  y K una constante de normalización. Es posible obtener esta expresión desde el formalismo de Cooper-Frye considerando una hipersuperficie esférica, cuya parametrización más común es de la forma [27]

$$x^{\mu} = (t(\zeta), r(\zeta) \cos \phi \sin \theta, r(\zeta) \sin \phi \sin \theta, r(\zeta) \cos \phi), \qquad (2.15)$$

donde se toma  $\alpha = \theta$ ,  $\beta = \phi$  y  $\gamma = \zeta$  y los rangos  $0 < \zeta < 1$ ,  $\phi \in [0, 2\pi]$  y  $\theta \in [0, \pi]$ . En la Figura 2.4 se muestra las vistas en el plano x - y y  $\tau - r$  con esta parametrización.

Con esta parametrización, el diferencial de hipersuperficie es de la forma

$$d\Sigma^{\mu} = (r'(\zeta), t'(\zeta) \cos\phi \sin\theta, t'(\zeta) \sin\phi \sin\theta, t'(\zeta) \cos\theta) r^2(\zeta) \sin\theta d\theta \, d\phi \, d\zeta \tag{2.16}$$

Por la simetría esférica, es posible tomar el cuadrimomento en dirección z, el cual tiene la forma

$$p^{\mu} = (E, 0, 0, p), \tag{2.17}$$

entonces

$$d\Sigma_{\mu}p^{\mu} = (Er'(\zeta) - pt'(\zeta)\cos\theta)r^{2}(\zeta)\sin\theta d\theta \,d\phi \,d\zeta.$$
(2.18)

Considerando una distribución estadística de Boltzmann de la forma:

$$f(x,p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \exp\left[-(u_\nu p^\nu - \mu)T\right],$$
(2.19)



Figura 2.4: Parametrización de la hipersuperficie de congelamiento. La parte (a) muestra la vista en el plano x - y a un valor fijo del parámetro  $\zeta$ . La parte (b) representa la vista en el plano  $\tau - r$  con un valor fijo de  $\phi$  [1].

con u la cuadrivelocidad, T la temperatura y $\mu$ el potencial químico, la cuadrivelocidad se calcula como:

$$u^{\nu} = \frac{dx^{\nu}}{d\tau} = \gamma \frac{dx^{\nu}}{dt} = \gamma \frac{dx^{\nu}}{t'd\zeta},$$
(2.20)

con  $\tau$  el tiempo propio y  $\gamma$  el factor de Lorentz. Además,

$$u^{\mu} = \gamma(1, v(\zeta) \cos \phi \sin \theta, v(\zeta) \sin \phi \sin \theta, v(\zeta) \cos \phi), \qquad (2.21)$$

 ${\rm donde}$ 

$$\frac{r'}{t'} = \frac{dr/d\zeta}{dt/d\zeta} = \frac{dr}{dt} = v$$
(2.22)

es la velocidad radial del fluido. El producto interior de la cuadrivelocidad con el cuadrimomento es:

$$u_{\mu}p^{\mu} = \gamma(E - pv(\zeta)\cos\theta). \tag{2.23}$$

Con ayuda de las ecuaciones (2.18), (2.35) y (2.23), la expresión de Cooper-Frye dada en la ecuación (2.12)se puede escribir como:

$$E\frac{\mathrm{dN}}{d^3p} = \int_0^1 \frac{e^{-(\gamma E - \mu)/T}}{2\pi^2} [E\frac{\sinh(a)}{a}r' + T\frac{(\sinh(a) - a\cosh(a))}{a\gamma v}t']r^2(\zeta)d\zeta, \qquad (2.24)$$

donde se define el parámetro adimensional:

$$a = \frac{\gamma v p}{T}.\tag{2.25}$$

En principio, v,  $\gamma$ , r, t y a dependen de  $\zeta$ . Los parámetros termodinámicos T y  $\mu$  también podrían depender de  $\zeta$ . Para obtener el modelo de expansión de Siemens-Rassmusen, hay que considerar que los parámetros termodinámicos y la velocidad de flujo transverso son independientes de la variable  $\zeta$ , esto es

$$T = const, \ \mu = const, \ v = const \ (\gamma = const, \ a = const).$$
 (2.26)

También, se asume que la curva de freeze-out en el espacio t - r satisface

$$dt = vdr, \ t = t_0 + vt.$$
 (2.27)

Una representación de estas condiciones se puede apreciar en la Figura 2.5.

Entonces, la expresipn final de Cooper-Frye para el modelo de Siemens-Rassmusen es:

$$E\frac{\mathrm{dN}}{d^3p} = \frac{e^{-(\gamma E - \mu)/T}}{2\pi^2} \left[ E\frac{\sinh(a)}{a} + T\frac{(\sinh(a) - a\cosh(a))}{a\gamma} \right] \int_0^1 r' r^2(\zeta) d\zeta,$$
(2.28)

donde solo hay que resolver

$$\int_{0}^{1} r' r^{2}(\zeta) d\zeta = \int_{0}^{r_{max}} r^{2} dr = \frac{r_{max}^{3}}{3}$$
(2.29)



Figura 2.5: La curva de congelamiento asumida en el modelo de Siemens-Rasmussen representada por la linea sólida [1].

con  $r_{max}$  el radio máximo del sistema, el cual se puede asociar al volumen:

$$V = \frac{4}{3}\pi r_{max}^3$$
 (2.30)

Comparando las ecuaciones (2.14) y (2.28), se puede notar que la constante K absorbe los términos  $K = \frac{e^{-(\gamma E - \mu)/T}}{2\pi^2} \frac{r_{max}^3}{3}$ , por lo que ambas expresiones son equivalentes.

#### 2.4.2. Modelo Schnederman-Sollfrank-Heinz

Como se comentó anteriormente, el modelo de Siemens-Rassmusen fue propuesto para colisiones a energías bajas. Para energías más elevadas es necesario un modelo que sea invariante de boost [26]. El modelo de expansión cilíndrica de Schnederman, Sollfrank y Heinz satisface este requisito [60]. Para parametrizar dicha hipersuperficie se necesitan tres parámetros: en ángulo azimutal  $\phi$ , la pseudorapidez del espacio-tiempo  $\eta_{\parallel}$  y el parámetro  $\zeta$  que define la curva  $\tau - \rho$ . La parametrización es de la forma:

$$x^{\mu} = (\tau(\zeta) \cosh \eta_{\parallel}, \rho(\zeta) \cos \phi, \rho(\zeta) \sin \phi, \tau(\zeta) \sinh \eta_{\parallel}).$$
(2.31)

El diferencial de hipersuperficie con esta parametrización es:

$$d\Sigma^{\mu} = (\rho' \cosh \eta_{\parallel}, \tau' \cos \phi, \tau' \sin \phi, \rho' \sinh \eta_{\parallel}), \qquad (2.32)$$

y el cuadrimomento escrito en términos de rapidez:

$$p^{\mu} = (m_{\perp} \cosh y, p_{\perp} \cos \phi_p, p_{\perp} \sin \phi_p, m_{\perp} \sinh y).$$
(2.33)

Entonces

$$d\Sigma \cdot p = [m_{\perp} \cosh\left(y - \eta_{\parallel}\right)\rho' - p_{\perp} \cos\left(\phi - \phi_p\right)\tau']\rho(\zeta)\tau(\zeta)d\zeta d\eta_{\parallel}d\phi.$$
(2.34)

Considerando una distribución de Boltzmann de la forma:

$$f(x,p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \exp\left[-(u_{\nu}p^{\nu} - \mu)T\right], \qquad (2.35)$$

con u la cuadrivelocidad, T la temperatura y  $\mu$  el potencial químico. Se asumirá que la cuadrivelocidad tiene la forma invariante:

$$u^{\nu} = \cosh \vartheta_{\perp}(\zeta) \cosh \eta_{\parallel} [1, \frac{\tanh \vartheta_{\perp}(\zeta)}{\cosh \eta_{\parallel}} \cos \phi, \frac{\tanh \vartheta_{\perp}(\zeta)}{\cosh \eta_{\parallel}} \sin \phi, \tanh \eta_{\parallel}], \qquad (2.36)$$

que es consistente con la forma invariante de boost de la cuadrivelocidad mostrada en la expresión (2.9), donde las componentes de la velocidad pueden ser identificadas como:

$$v_x = \frac{\tanh \vartheta_{\perp}(\zeta)}{\cosh \eta_{\parallel}} \cos \phi = v_{\perp} \cos \phi \tag{2.37}$$

$$v_y = \frac{\tanh \vartheta_{\perp}(\zeta)}{\cosh \eta_{\parallel}} \sin \phi = v_{\perp} \sin \phi \tag{2.38}$$

$$v_z = \tanh \eta_{\parallel} = \frac{z}{t} \tag{2.39}$$
El producto de la cuadrivelocidad y el cuadrimomento es:

$$u \cdot p = m_{\perp} \cosh \vartheta_{\perp}(\zeta) \cosh \left(y - \eta_{\parallel}\right) - p_{\perp} \sinh \vartheta_{\perp}(\zeta) \cos \left(\phi - \phi_{p}\right), \tag{2.40}$$

entonces, la expresión de Cooper-Frye puede reescribirse como:

$$\frac{dN}{dyd^2p_{\perp}} = \frac{e^{\mu/T}}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta_{\parallel} \int_0^1 d\zeta \rho(\zeta) \tau(\zeta) \times [m_{\perp} \cosh\left(y - \eta_{\parallel}\right)\rho' - p_{\perp} \cos\left(\phi - \phi_p\right)\tau'] \times \exp\left[m_{\perp} \cosh\vartheta_{\perp}(\zeta)\cosh\left(y - \eta_{\parallel}\right) - p_{\perp} \sinh\vartheta_{\perp}(\zeta)\cos\left(\phi - \phi_p\right)\right]$$
(2.41)

Como el sistema es invariante de boost, no depende de y ni de  $\phi_p$ , por lo que se puede hacer y = 0 y  $\phi_p = 0$ , por lo que la ecuación (2.41), después de integrar en  $\phi$  y en  $\eta_{\parallel}$  toma la forma:

$$\frac{dN}{dyd^2p_{\perp}} = \frac{e^{\mu/T}}{(2\pi)^3} \int_0^1 d\zeta \rho(\zeta) \tau(\zeta) \{\rho' m_{\perp} K_1[m_{\perp} \cosh\left(\vartheta_{\perp}\right)/T] I_0[p_{\perp} \sinh\left(\vartheta_{\perp}\right)/T] \\ - \tau' p_{\perp} K_0[m_{\perp} \cosh\left(\vartheta_{\perp}\right)/T] I_1[p_{\perp} \sinh\left(\vartheta_{\perp}\right)/T] \}$$

$$(2.42)$$

$$= \frac{e^{\mu/T}}{(2\pi)^3} m_{\perp} K_1 \left[\frac{m_{\perp}}{T\sqrt{1-v_{\perp}^2}}\right] I_0 \left[\frac{p_{\perp}v_{\perp}}{T\sqrt{1-v_{\perp}^2}}\right] \int_0^1 d\zeta \rho(\zeta) \tau(\zeta) \rho' - p_{\perp} K_0 \left[\frac{m_{\perp}}{T\sqrt{1-v_{\perp}^2}}\right] I_1 \left[\frac{p_{\perp}v_{\perp}}{T\sqrt{1-v_{\perp}^2}}\right] \int_0^1 d\zeta \rho(\zeta) \tau(\zeta) \tau'$$

donde  $K_1$  y  $I_0$  son las funciones modificadas de Bessel de primera y segunda especie respectivamente. Se puede simplificar aún más el modelo suponiendo la forma de la curva  $\tau - \rho$  de forma similar a como se hizo en el modelo esférico. Entonces se supone una curva constante, es decir:

$$\tau(\zeta) = \tau_f = constante \tag{2.43}$$

y la ecuación (2.42) se puede escribir como:



Figura 2.6: La curva en el plano  $\tau - \rho$  asumida en la ecuación (2.43) [1].

$$\frac{dN}{dyd^2p_{\perp}} = \frac{e^{\mu/T}}{4\pi^2} \tau_f r_{max}^2 m_{\perp} K_1 [\frac{m_{\perp}}{T\sqrt{1-v_{\perp}^2}}] I_0 [\frac{p_{\perp}v_{\perp}}{T\sqrt{1-v_{\perp}^2}}].$$
(2.44)

### 2.4.3. Modelo de Blast-Wave

El modelo de Blast-Wave es la forma más general del modelo Schnederman-Sollfrank-Heinz. Utiliza la misma parametrización cilíndrica y las mismas condiciones para la curva  $\tau - \rho$ .

$$\tau(\zeta) = constante \tag{2.45}$$

$$v_{\perp} = \tanh(\eta_{\parallel}) = constante \tag{2.46}$$

Entonces, la expresión de Cooper-Frye toma la forma:

$$\frac{dN}{dy \ d\phi_p \ dp_\perp \ d\eta_\parallel \ d\phi \ d\rho} = \frac{\tau}{(2\pi)^3} m_\perp \cosh\left(\eta_\parallel - y\right) \\ \times \left\{ \exp\left[\frac{\beta m_\perp}{\sqrt{1 - v_\perp^2}} \cosh\left(\eta_\parallel - y\right) \frac{\beta m_\perp v_\perp}{\sqrt{1 - v_\perp^2}} \cos\left(\phi - \phi_p\right) - \beta \mu \right] \right\}^{-1}.$$
(2.47)

La ecuación (2.47) ha sido utilizada con gran éxito para ajustar la distribución de momento transverso de los hadrones en diversos experimentos [61].

## 2.5. Vorticidad y polarización

Como hemos visto el los estudios teóricos y experimentales, el éxito de la descripción hidrodinámica para el estudio de las colisiones ultra relativistas de iones pesados permite concluir que el sistema formado en las colisiones, debe poseer una vorticidad extremadamente elevada, y se espera que dicha vorticidad induzca una polarización global en las partículas finales que lleguen a los detectores. A continuación se dará la descripción teórica de ambos fenómenos.

#### 2.5.1. Vorticidad

De forma clásica, la vorticidad puede ser definida como:

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2}\vec{\nabla}\times\vec{V}.$$
(2.48)

En la Figura 2.7 se muestra una representación esquemática de la colisión. A medida que los espectadores del proyectil y el objetivo (representados por esferas blancas) se mueven en dirección opuesta con una velocidad cercana a la velocidad de la luz, se espera que la componente z de la velocidad colectiva en el sistema cerca de los espectadores sea diferente a la velocidad colectiva en el centro de la colisión. Suponiendo que esta diferencia sea una fracción de la velocidad de la luz, digamos 0.1c, y que la distancia transversal del sistema sea alrededor de 5 fm, se puede estimar una vorticidad del orden de  $0.02 \text{ fm}^{-1} \approx 10^{22} \text{ s}^{-1}$  [62].

Existen varias expresiones para estudiar la vorticidad en fluidos relativistas [31]. La transición más directa de la definición clásica para el caso relativista es la llamada vorticidad



Figura 2.7: Diagrama de la colisión. Las flechas indican el flujo de la velocidad [62]. cinética, la cual es definida como:

$$\omega_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (\partial_{\nu} u_{\mu} - \partial_{\mu} u_{\nu}), \qquad (2.49)$$

donde  $u_{\mu}$  es la cuadrivelocidad. En el contexto de las colisiones ultra relativistas de iones pesados, la forma más fundamental para definir la vorticidad es la llamada vorticidad térmica relativista [63],

$$\bar{\omega}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (\partial_{\nu}\beta_{\mu} - \partial_{\mu}\beta_{\nu}), \qquad (2.50)$$

en esta ecuación,  $\beta_{\mu}$  es definida como  $\beta = (1/T)u_{\mu}$ . Esta definición de vorticidad ha sido usada en diversos cálculos numéricos para la polarización de partículas  $\Lambda$  [64,65].

#### 2.5.2. Polarización

En la mecánica cuántica no relativista, el vector de espín promedio es definido como:

$$\vec{S} = \langle \hat{S} \rangle = \operatorname{tr}(\hat{\rho}\hat{S}), \tag{2.51}$$

donde  $\hat{\rho}$  es el operador de densidad del sistema y  $\hat{S}$  es el operador de espín. Entonces, el vector de polarización es definido como el vector de espín promedio normalizado al espín de la partícula

$$\vec{P} = \frac{\langle S \rangle}{S} \tag{2.52}$$

por lo que  $|\vec{P}| \leq 1$ .

La extensión relativista para el concepto de espín para partículas masivas requiere la introducción de un operador cuadrivectorial de espín, el cual es definido como [66]:

$$\hat{S}^{\mu} = -\frac{1}{2m} \epsilon^{\mu\nu\rho\lambda} \hat{J}_{\nu\rho} \hat{p}_{\lambda}$$
(2.53)

donde  $\hat{J}$  y  $\hat{p}$  son el operador de momento angular y el operador de cuadrimomento respectivamente.

#### Caso no relativista

Suponiendo que se tiene una partícula no relativista en equilibrio térmico a una temperatura T y con una velocidad angular  $\omega$ , el operador de densidad será de la forma:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{Z} \exp\left[-\hat{H}/T + \mu \hat{Q}/T + \vec{\omega} \cdot \vec{J}/T\right] = \frac{1}{Z} \exp\left[-\hat{H}/T + \mu \hat{Q}/T + \vec{\omega} \cdot (\vec{L} + \vec{S})/T\right].$$
(2.54)

En esta expresión,  $\hat{H}$  es el operador hamiltoniano y  $\hat{Q}$  es una carga conservada con potencial químico  $\mu$ . También se puede notar que, la velocidad angular juega un papel análogo al potencial químico para el momento angular.

Es posible escribir la distribución de probabilidad para el valor m de los eigenvalores de espín como:

$$w[T,\omega](m) = \frac{\exp\frac{\omega}{T}m}{\sum_{m=-S}^{S} \exp\frac{\omega}{T}m}.$$
(2.55)

Esta distribución de probabilidad puede ser usada para estimar el valor del vector de espín promedio como:

$$\vec{S} = \frac{\vec{\omega}}{\omega} \frac{\sum_{m=-S}^{S} m \exp{\frac{\omega}{T}m}}{\sum_{m=-S}^{S} \exp{\frac{\omega}{T}m}},$$
(2.56)

o reescribiendola:

$$\vec{S} = \frac{\vec{\omega}}{\omega} \frac{\partial}{\partial(\omega/T)} ln(\Sigma_{m=-S}^{S} \exp \frac{\omega}{T}m).$$
(2.57)

Si  $\omega/T$  es muy pequeño, se puede hacer una expansión a primero orden, por lo que la expresión del vector de espín promedio es:

$$\vec{S} \approx \frac{S(S+1)}{3} \frac{\vec{\omega}}{T}.$$
(2.58)

#### Caso relativista

Las expresiones anteriores son aplicables para partículas no relativistas en un equilibro termodinámico global y velocidad angular uniforme, por lo que son una buena aproximación cuando las condiciones físicas no están muy lejos de éstas, es decir, para un fluido no relativista formado por partículas no relativistas con variaciones pequeñas de temperatura y vorticidad. En las colisiones nucleares relativistas las partículas con espín que se producen tienen un momento comparable a su masa y la vorticidad relativista podría no ser uniforme. La extensión de los resultados anteriores, para un fluido relativista en equilibrio termodinámico para partículas masivas con espín 1/2 fue estudiado en [67,68], en donde el vector de espín promedio para una partícula con momento p en un punto x es:

$$S^{\mu} = -\frac{1}{8m}(1 - n_f)\epsilon^{\mu\rho\sigma\tau}p_{\tau}\bar{\omega}_{\rho\sigma}, \qquad (2.59)$$

donde  $n_f$  es la distribución de Fermi-Dirac y  $\bar{\omega}$  es la vorticidad térmica relativista descrita en la ecuación (2.50).

Para obtener el vector de espín promedio de un tipo de partícula con momento p se debe integrar la ecuación (2.59) sobre la hipersuperficie de congelamineto, lo que resulta en:

$$S^{\mu}(p) = \frac{\int d\Sigma_{\lambda} p^{\lambda} f(x, p) S^{\mu}(x, p)}{\int d\Sigma_{\lambda} p^{\lambda} f(x, p)},$$
(2.60)

y el vector promedio de espín total para algún tipo de partícula con espín S = 1/2 es:

$$S^{\mu} = \frac{1}{N} \int \frac{d^3p}{p^0} \int d\Sigma_{\lambda} p^{\lambda} f(x, p) S^{\mu}(x, p), \qquad (2.61)$$

donde  $N = \int \frac{d^3p}{p^0} \int d\Sigma_{\lambda} p^{\lambda} f(x, p)$  es el número total de partículas producidas en la hipersuperficie. Comparando con la ecuación (2.12), podemos interpretar a la ecuación (2.61) como la "expresión de Cooper-Frye" para espín. Con esta ecuación, es posible calcular el vector de polarización utilizando la ecuación (2.52).

Hasta ahora, se ha estado trabajando en el marco de referencia del centro de masa, mientras que los resultados experimentales usualmente son medidos en el marco de referencia en reposo para la partícula  $\Lambda$ , por lo que, para poder realizar comparaciones entre los resultados experimentales y los resultados obtenidos en este trabajo, es necesario realizar una transformación de Lorentz. La transformación de Lorentz para el espín es:

$$\vec{S}^* = S - \frac{p \cdot S}{E(E+m)} \vec{p},$$
 (2.62)

donde  $\vec{S}^*$  es el espín en el marco de referencia de la  $\Lambda$ ,  $\vec{p}$  el tres momento, E la energía y m la masa de la partícula. De esta forma, usando la ecuación (2.61) para calcular el espín promedio, el vector de polarización es:

$$\vec{P} = \frac{S^*}{|S^*|}.$$
(2.63)

Entonces, podemos definir la polarización global como [28]:

$$\bar{P}_H \equiv \langle \vec{P} \cdot \hat{J}_{sys} \rangle, \tag{2.64}$$

donde H puede hacer referencia a partículas Lambda ( $\Lambda$ ) o anti Lambda ( $\bar{\Lambda}$ ) y  $\hat{J}_{sys}$  es el vector unitario en la dirección del momento angular.

# Capítulo 3

# Metodología

En este capítulo se describirán las herramientas que fueron necesarias para la obtención de los resultados de este trabajo. Primero se discutirán los aspectos generales del generador de eventos **Therminator** así como una breve descripción de su implementación para simular datos de una colisión de Au+Au a  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV, mostrando una comparación de las distribuciones en momento transverso para piones ( $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ), protones y anti protones ( $p, \bar{p}$ ) y bariones Lambda y anti Lambda ( $\Lambda, \bar{\Lambda}$ ). Luego se mostrará la forma en la que se ha definido el campo de velocidades en diversos trabajos previos y cómo dicha definición se comporta para los datos generados mostrando el comportamiento de las componentes de la velocidad en el plano xy. A partir de esta definición para el campo de velocidades, se mostrarán los resultados obtenidos de las competentes del tensor de vorticidad térmica con una gráfica de las componentes en diversos planos. Finalmente, se realiza un cálculo del vector de polarización promedio y de la polarización global del sistema.

#### **3.1.** Therminator

Los modelos termodinámicos vistos en la Sección 2.4, son implementados en los simuladores Monte Carlo, diseñados para el estudio de la producción de partículas en colisiones de iones pesados. En estos simuladores, se implementan las expresiones para realizar los cálculos de la distribución de distintos observables relacionados con la evolución del espacio-tiempo de la hipersuperficie de congelamiento. Uno de ellos es el simulador Monte Carlo Therminator [69], el cuál realiza los siguentes pasos:

- Generación de partículas estables y de resonancias inestables en la hipersuperficie de congelamiento, elegida con la densidad de partículas en el espacio de fase local, dada por los factores de distribución estadística.
- 2. Evolución espacio-temporal y desintegraciones de resonancias hadrónicas en cascadas.
- Cálculo de los espectros de momento transverso y otros observables relacionados con la evolución del espacio-tiempo.

La geometría de la hipersuperficie de congelamiento y la velocidad colectiva de expansión, pueden elegirse de dos modelos: el modelo de congelamiento de Cracovia (Cracow singlefreeze-out model) y el modelo Blast-Wave (estos modelos son revisados en [27]).

Therminator está escrito en lenguaje C<sup>++</sup> y usa el entorno ROOT, un marco de trabajo de análisis de datos orientado a objetos [70]. Dos programas, therm\_events y therm\_tree, generan un árbol de ROOT el cual puede ser usado dentro de este ambiente, para poder estudiar y comparar los observables físicos simulados con los obtenidos experimentalmente. La estructura de bloques de Therminator es mostrada en la Figura 3.1. Por otro lado, la ejecución del programa Therminator es controlada principalmente por el archivo de parámetros de entrada, el cual tiene el nombre por defecto de therminator.in. El archivo contiene la siguiente información, que debe ser llenada por el usuario:

- NumberOfEvents: Es el número de eventos generados.
- Randomize: Si es puesto en 1, la semilla del generador de números aleatorios es iniciado con ayuda de la hora actual de la máquina, produciendo diferentes semillas para cada



Figura 3.1: Diagrama de bloques de Therminator [69].

corrida del programa; si es puesto en 0 las semillas serán las mismas para cada corrida del programa.

- InputDirShare: Localización de los documentos de entrada SHARE.
- EventOutputFile: Nombre del archivo ASCII que contiene los eventos generados.
- FreezeOutModel: Selecciona la versión del modelo de congelamiento a usar, el modelo "cracow" (valor: SingleFreezeOut) así como el modelo "blast-wave" (valor: BlastWaveVT).
- **BWVt**: Parámetro específico para el modelo Blast-Wave ( $v_{\perp}$  en ecuación (2.47)).
- Tau, RhoMax: Parámetros geométricos en unidades de fm ( $\tau_f$  y  $\rho_{max}$  en ecuación (2.47)).
- Temperature, MiuI, MiuS, MiusB: Parámetros termodinámicos en unidades de GeV (T y μ en ecuación 2.47).
- AlphaRange, RapidityRange: Rangos de integración para las variables longitudinales.
- NumberOfIntegrateSamples: Número de muestras usadas en la determinación de la multiplicidad y el máximo del integrando.

## 3.2. Implementación de Therminator

Para validar el funcionamiento de Therminator, se realizó la simulación de colisión de Au+Au con energía en el centro de masa de  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV y centralidad c = 0 - 5%. En la Tabla 3.1, se muestran los valores de los parámetros de entrada. Estos parámetros corresponden a los mostrados en [71] para los datos más centrales del experimento STAR del acelerador RHIC. En [72] se reportan las distribuciones de momento transverso para piones cargados, protones y antiprotones y en [73] se reportan las distribuciones de momento transverso para el hiperón  $\Lambda$ , todo para colisiones de Au+Au a  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV en RHIC en distintas centralidades.

En la Figura 3.2 se comparan los datos para la distribución de momento transverso para  $\pi^+$  y  $\pi^-$  (arriba), p y  $\bar{p}$  (en medio) y para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  (abajo) a |y| < 0.5 obtenidos en [72] con los generados en Therminator.

NumberOfEvents	2000
FreezeOutModel	SingleFreezeOut
BWVt	0.5
Tau	9.74 fm
RohMax	7.74 fm
Temperature	$0.1656  {\rm GeV}$
MiuI	-0.0009 GeV
MiuS	$0.0069  {\rm GeV}$
MiuB	$0.0285 { m GeV}$
AlphaRange	8.0
RapidityRange	4.0

Tabla 3.1: Parámetros para una simulación en Therminator de Au+Au a  $\sqrt{s_{NN}} = 200 \text{ GeV}$  con una centralidad c = 0 - 5% para el experimento STAR tomados de [71].

## 3.3. Definición del campo de velocidades

Para obtener un cálculo de la vorticidad, es necesario definir numéricamente el campo de velocidades. Esto se puede lograr introduciendo una función de "embarramiento"  $\Phi(x, x_i)$ , donde x es el punto del campo y  $x_i$  es la coordenada de la *i*-ésima partícula. El efecto de  $\Phi(x, x_i)$  es embarrar o distribuir una cantidad física, digamos el momento o la energía, de la partícula *i* que se encuentra en  $x_i$  a otro punto x. En [74] se proponen dos formas para definir la velocidad que involucran una función de embarramiento  $\Phi(x, x_i)$ :

$$v_1^a = \frac{1}{\sum_i \Phi(x, x_i)} \sum_i \frac{p_i^a}{p_i^0} \Phi(x, x_i),$$
(3.1a)



Figura 3.2: Distribución de momento transverso a |y| < 0.5 para  $\pi^+$  (arriba izquierda),  $\pi^-$  (arriba derecha), protones (en medio izquierda), anti protones (en medio derecha),  $\Lambda$ (abajo izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (abajo derecha). La gráfica muestra las distribuciones obtenidas con **Therminator** (azul) para el modelo Blast-Wave con 10000 eventos usando los parámetros mostrados en la Tabla 3.1 y los datos reportados en el experimento STAR [72,73] (rojo).

$$v_2^a = \frac{\sum_i p_i^a \Phi(x, x_i)}{\sum_i [p_i^0 + (p_i^a)^2 / p_i^0] \Phi(x, x_i)}.$$
(3.1b)

En esta notación, a = 1, 2, 3 representa los índices espaciales,  $\vec{p_i}$  y  $p_i^0$  son el momento lineal y la energía de la *i*-ésima partícula. Además,  $\vec{v_1}$  está asociada a la velocidad del flujo de partículas mientras que  $\vec{v_2}$  está asociada a la velocidad del flujo de energía. Por ahora, este trabajo se concentrará en la velocidad del flujo de partículas. Con los eventos generados en THERMINATOR, es posible obtener los gradientes de velocidad en cualquiera de las componentes espaciales. Para ello, es necesario definir la forma de la función de embarramiento. Diferentes formas de definirla dará como resultado diferentes perfiles del gradiente de velocidad. Para los cálculos realizados en este trabajo, se usa una forma gaussiana para la función de embarramiento mostrada en la ecuación (3.2), esta forma fue propuesta en [75] y ha sido usada en varios trabajos anteriores [65, 74, 76, 77],

$$\Phi(x,x_i) = \exp\left[-\frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}{2\sigma_r^2} + \frac{(\eta-\eta_i)^2}{\sigma_n^2}\right].$$
(3.2)

Con estas definiciones para el campo de velocidades y utilizando un valor de  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$ , se pudo obtener las gráficas de las componentes  $x, y \neq z$  con una corrida en Therminator utilizando los valores de entrada mostrados en la Tabla 3.1, así como la gráfica en el plano xypara la componente xz del tensor de vorticidad térmica. Dichas gráficas se muestran en las Figuras 3.3 y 3.4

Como se observa en la Figura 3.3, la componente z de la velocidad fluctúa al rededor del cero en el plano xy. Esto es debido a la propia parametrización del momento de las partículas usada en el modelo de Blast-Wave en la ecuación (2.33), que al ser usada en la ecuación (3.1a), la componente z de la velocidad solo dependerá de z. Por otro lado, la Figura 3.4 sugiere que la vorticidad calculada a partir de la definición (3.2) arroja valores que fluctúan al rededor de cero. Para verificar que esto es debido a la forma de la expansión de la hipersuperficie, se realizarán dos corridas de **Therminator** adicionales con una clase de centralidad más elevada en los que ya se ha reportado una vorticidad neta [78]. La primera de estas corridas, con



Figura 3.3: Componentes x, y y z de la velocidad en el plano z = 0 para datos generados en Therminator utilizando  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  y lo valores de entrada de la Tabla 3.1.

parámetros de entrada enlistados en la Tabla 3.2, representa una colisión de Au+Au a 200 GeV con una centralidad del 40 – 50 % [71]. Para la segunda, que representa una colisión de Au+Au a 11.6 GeV con una centralidad de c = 23 - 39 %, es necesario primero obtener una aproximación para los parámetros termodinámicos y geométricos de los modelos de Cracovia y Blast-Wave de Therminator para poder realizar una simulación. Diversas colaboraciones han reportado resultados para colisiones de Au+Au a energías de  $\sqrt{s_{NN}}=11.6$  GeV [79–83], los cuales son modelados en la expansión cilíndrica de congelamiento haciendo un ajuste los parámetros termodinámicos y geométricos en [84, 85]. Con los parámetros obtenidos en estos resultados, se realizó una corrida en Therminator para aproximar una colisión de Au+Au a  $\sqrt{s_{NN}}=11.6$  GeV con una centralidad c = 23 - 39 %. Los parámetros utilizados en Therminator se enlistan en la Tabla 3.3.

Para estos conjuntos de datos se obtuvieron las gráficas para las componentes de la velocidad en el plano xy, las cuales se muestran para 200 GeV en la figura 3.5 (arriba) y para 11.6 GeV en 3.5 (abajo).



Figura 3.4: Componente xz del tensor de vorticidad térmica en el plano z = 0 para datos generados en Therminator utilizando  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  y los valores de entrada de la Tabla 3.1.

NumberOfEvents	10000
FreezeOutModel	SingleFreezeOut
BWVt	0.5
Tau	3.91 fm
RohMax	6.38 fm
Temperature	$0.1656  {\rm GeV}$
MiuI	-0.0009 GeV
MiuS	$0.0069  {\rm GeV}$
MiuB	$0.0285 { m GeV}$
AlphaRange	8.0
RapidityRange	4.0

Tabla 3.2: Parámetros para una simulación en **Therminator** de Au+Au a  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV con una centralidad c = 40 - 50% para el experimento STAR tomados de [71].

1500
SingleFreezeOut
0.484
8.075 fm
5.86245  fm
$0.1187 { m ~GeV}$
$0 \mathrm{GeV}$
$0 \mathrm{GeV}$
$0.554 { m ~GeV}$
8.0
4.0

Tabla 3.3: Parámertos para aproximar una simulación en Therminator de Au+Au a  $\sqrt{s_{NN}}=11.6$  GeV con una centralidad c=23-39 % tomados a partir de [84,85]



Figura 3.5: Componentes  $x, y \neq z$  de la velocidad en el plano xy para datos generados en Therminator utilizando  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  para  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV (arriba) y  $\sqrt{s_{NN}} = 11.6$  GeV (abajo).



Figura 3.6: Componente xz del tensor de vorticidad térmica en el plano xy para datos generados en Therminator utilizando  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  para  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV (izquierda) y  $\sqrt{s_{NN}} = 11.6$  GeV (derecha).

## 3.4. Vorticidad

Como se observó en las gráficas de la Figura 3.6, los perfiles de vorticidad calculados a partir del modelo de Blast-Wave de **Therminator** arrojan valores muy cercanos a cero para la vorticidad cuando ya se ha reportado que esto no es así. Esto sugiere que los modelos de expansión y la forma de la parametrización del momento descrita en la ecuación (2.33) no incluye efectos de vorticidad. Fue necesario realizar modificaciones al modelo para que los efectos de vorticidad sean apreciables. Se propone la siguiente modificación al momento de las partículas:

$$p_i^{\mu} = p_i^{\mu} + p_{ci}^{\mu}, \tag{3.3}$$

en donde

$$p_{ci}^{\mu} = KF(x, y, z)(0, 0, 0, x).$$
(3.4)

La modificación propuesta se basa en la idea de que existe una diferencia en la velocidad de flujo entre los espectadores del proyectil y los espectadores del blanco (vease Figura 2.7 y Figura 3.7). Una expresión para el momento de forma (3.3) representa una entrada y salida de partículas a lo largo del eje z que es proporcional a alguna constante K y a x y está distribuída o pesada por alguna función F(x, y, z). En la Figura 3.7 se representa el flujo de partículas en el plano transverso y en el plano de reacción.

La forma de la ecuación (3.4) empleada en este trabajo es:

$$p_{ci}^{\mu} = \frac{m\omega}{\rho_{max}} \exp\left(\rho^2 / \rho_{max}^2\right)(0, 0, 0, x), \qquad (3.5)$$

donde,  $\omega$  representa el momento angular de alguna partícula.

Por lo tanto la ecuación para la modificación propuesta en (3.3), usando las ecuaciones



Figura 3.7: Ilustración de una colisión no central de iones pesados. En (a) el plano transverso y en (b) el plano de reacción. Dos núcleos en  $x = \pm b$  y y = 0 se mueven en la dirección  $\pm z$  respectivamente. El momento angular total y la vorticidad total están a lo largo del eje -y [86].

(2.33) y (3.5), es

$$p^{\mu} = (m_{\perp} \cosh y, p_{\perp} \cos \phi_p, p_{\perp} \sin \phi_p, m_{\perp} \sinh y) + \frac{m\omega}{\rho_{max}} \exp(\rho^2 / \rho_{max}^2) (0, 0, 0, x).$$
(3.6)

## 3.5. Distribución de partículas

Antes de pasar a los resultados relevantes de este trabajo, es conveniente verificar que las distribuciones de momento transverso no se vean afectadas por la modificación 3.5 o que el efecto sea muy poco apreciable. En la Figura 3.8 se compararán las distribuciones de momento transverso del modelo de Blast-Wave original con las obtenidas con el modelo modificado para distintos valores del parámetro  $\omega$ , donde se comprueba que dichas distribuciones no se afectan.



Figura 3.8: Distribución de momento transverso para las partículas generadas con **Therminator** para el modelo de expansión de Blast-Wave y el modelo modificado con vorticidad y su cociente, para:  $\omega = 0$  (arriba izquierda), con  $\omega = 1$  (arriba derecha) y con  $\omega = 10$  (abajo).

# Capítulo 4

## Resultados

En este capítulo se mostrarán los resultados más relevantes de este trabajo. Se mostrarán los perfiles de velocidad en el plano xy y las componentes de la vorticidad térmica obtenidas con la modificación propuesta en la ecuación (3.6) para colisiones de Au+Au a 200 GeV y a 11.6 GeV. Con estos cálculos de la vorticidad, se obtuvieron las distribuciones de la polarización, tanto en el momento transverso  $p_{\perp}$  y en el ángulo azimutal  $\phi$ . Finalmente, se mostrará el cálculo para la polarización global.

## 4.1. Perfiles de velocidad

#### 4.1.1. Perfiles de velocidad para Au+Au a 200 GeV

Para los datos generados en **Thermminator** con parámetros de entrada enlistados en la Tabla 3.2 (Au+Au a 200 GeV), se obtuvieron los siguientes perfiles de velocidad. En la Figura 4.1 se presentan los perfiles de velocidad que se obtienen usando la modificación (3.6). Se espera que para un valor de  $\omega = 0$ , el modelo modificado coincida con el modelo de Blast-Wave original. En la Figura 4.1 comparan los perfiles de velocidades en el plano xy que corresponde al perfil de velocidades del modelo de Blast-Wave original 3.5 (arriba) y el obtenido con la modificación para  $\omega = 0$  (abajo), donde se observan comportamientos similares en las

velocidades en x y y, mientras que la velocidad en z es consistente con cero en ambas. Los perfiles de velocidad en el plano xy para  $\omega = 1$ ,  $\omega = 100$  y  $\omega = 150$  se muestran en la Figura 4.2. Es apreciable que existe una entrada y salida de partículas a través del plano xy, por lo que se esperan efectos de vorticidad más intensos.



Figura 4.1: Velocidades obtenidas a partir de datos generados en **Therminator** para  $\sqrt{s_{NN}}=200$  GeV usando los parámetros  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  para el modelo de expansión de Blast-Wave original (arriba) y con el modelo modificado con  $\omega = 0$  (abajo).

#### 4.1.2. Perfiles de velocidad para Au+Au a 11.6 GeV

Para los datos generados en Thermminator con parámetros de entrada enlistados en la Tabla 3.3 (Au+Au a 11.6 GeV), se obtuvieron los perfiles de velocidad. Para los datos generados, en la Figura 4.3 se presentan los perfiles de velocidad que se obtienen usando la modificación (3.6). Se espera que para un valor de  $\omega = 0$ , el modelo modificado coincida con el modelo de Blast-Wave original. En la Figura 4.3 comparan los perfiles de velocidades en el plano xy que corresponde al prefil de velocidades del modelo de Blast-Wave original 3.5 (arriba) y el obtenido con la modificación para  $\omega = 0$  (abajo), donde se observan comportamientos similares en las velocidades en x y y, mientras que la velocidad en z es consistente con cero en ambas. Los perfiles de velocidad en el plano xy para  $\omega = 1$ ,  $\omega = 150$  y  $\omega = 200$  se muestran en la Figura 4.4. Al igual que en el caso anterior, es apreciable que existe una entrada y salida de partículas a través del plano xy, por lo que se esperan efectos de vorticidad más intensos.



Figura 4.2: Velocidades obtenidas a partir de datos generados en Therminator para  $\sqrt{s_{NN}}=200$  GeV usando los parámetros  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  para el modelo de Blast-Wave modificado con valores  $\omega = 1$  (arriba),  $\omega = 100$  (en medio) y  $\omega = 150$  (abajo).



Figura 4.3: Velocidades obtenidas a partir de datos generados en **Therminator** para  $\sqrt{s_{NN}}=11.6$  GeV usando los parámetros  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  para el modelo de Blast-Wave original (arriba) y con el modelo modificado con  $\omega = 0$  (abajo).



Figura 4.4: Velocidades obtenidas a partir de datos generados en Therminator para  $\sqrt{s_{NN}}=200$  GeV usando los parámetros  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  para el modelo de Blast-Wave modificado con valores  $\omega = 1$  (arriba),  $\omega = 150$  (en medio) y  $\omega = 200$  (abajo).

## 4.2. Componentes del tensor de vorticidad

Ahora revisaremos las componentes del tensor de vorticidad térmica calculadas a partir de la ecuación (2.50) en distintos planos para comparar lo obtenido en el modelo de Blast-Wave original, mostrado en la ecuación (2.47), y lo que se obtuvo con la modificación propuesta en la ecuación (3.6), utilizando diferentes valores para el parámetro  $\omega$  para los dos conjuntos de datos de Therminator.

#### 4.2.1. Vorticidad térmica para Au+Au a 200 GeV

Para el valor  $\omega = 0$ , las componentes del tensor de vorticidad térmica deberían coincidir con las del modelo original. En la Figura 4.5 (izquierda) se muestra la componente xz del tensor de vorticidad térmica en el plano xy, mientras que la Figura 4.5 (derecha) se muestra la componente xy del tensor de vorticidad térmica en el plano xy. Ambas gráficas muestran comportamientos muy similares a los de las Figuras 3.4 y 3.6, teniendo valores que fluctúan muy cercano a cero.

En contraste con lo anterior, se presentan las componentes del tensor de vorticidad térmica para el valor  $\omega = 1$ . En la Figura 4.6 (izquierda) se muestran las componentes xz del tensor de vorticidad térmica en el plano xy, el cual presenta una vorticidad en los extremos del eje x, lo cual es esperable por el efecto de la corona. Por otro lado, en la Figura 4.6 (derecha) se muestra la componente xy del tensor de vorticidad térmica en el plano xy, el cual muestra un comportamiento cuadrupolar, el cual ya había sido reportado en [78].

Ahora, se presentan las componentes del tensor de vorticidad térmica para el valor  $\omega = 100$ . En la Figura 4.7 (izquierda) se muestran las componentes xz del tensor de vorticidad térmica en el plano xy, el cual vuelve a presentar una vorticidad en los extremos del eje x. Por otro lado, en la Figura 4.7 (derecha) se muestra la componente xy del tensor de vorticidad térmica



Figura 4.5: Componentes del tensor de vorticidad térmica obtenidas a partir de datos generados en **Therminator** a  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV con el modelo modificado usando los parámetros  $\sigma_r = \sigma_{\eta} = 0.6$  y  $\omega = 0$ . En la izquierda se muestra la componente xz en el plano xy, en la derecha se muestra la componente xy en el plano xy.



Figura 4.6: Componentes del tensor de vorticidad térmica obtenidas a partir de datos generados en Therminator a  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV con el modelo modificado usando los parámetros  $\sigma_r = \sigma_{\eta} = 0.6$  y  $\omega = 1$ . En la izquierda se muestra la componente xz en el plano xy, en la derecha se muestra la componente xy en el plano xy.



Figura 4.7: Componentes del tensor de vorticidad térmica obtenidas a partir de datos generados en **Therminator** a  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV con el modelo modificado usando los parámetros  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  y  $\omega = 100$ . En la izquierda se muestra la componente xz en el plano xy, en la derecha se muestra la componente xy en el plano xy.

en el plano xy, el cual también muestra un comportamiento cuadrupolar.

Finalmente, se presentan las componentes del tensor de vorticidad térmica para el valor  $\omega = 150$ . En la Figura 4.8 (izquierda) se muestran las componentes xz del tensor de vorticidad térmica en el plano xy. Una vez más, se presenta una vorticidad en los extremos del eje x. Por otro lado, en la Figura 4.8 (derecha) se muestra la componente xy del tensor de vorticidad térmica en el plano xy, el cual muestra, de forma similar a los caso anteriores, un comportamiento cuadrupolar.

#### 4.2.2. Vorticidad térmica para Au+Au a 11.6 GeV

Para el valor  $\omega = 0$ , las componentes del tensor de vorticidad térmica deberían coincidir con las del modelo original. En la Figura 4.9 (izquierda) se muestra la componente xz del tensor de vorticidad térmica en el plano xy, mientras que la Figura 4.9 (derecha) se muestra la componente xy del tensor de vorticidad térmica en el plano xy. Ambas gráficas muestran comportamientos muy similares a los de las Figuras 3.4 y 3.6, teniendo valores que fluctúan



Figura 4.8: Componentes del tensor de vorticidad térmica obtenidas a partir de datos generados en **Therminator** a  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV con el modelo modificado usando los parámetros  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  y  $\omega = 150$ . En la izquierda se muestra la componente xz en el plano xy, en la derecha se muestra la componente xy en el plano xy.

muy cercano a cero.

Luego, se presentan las componentes del tensor de vorticidad térmica para el valor  $\omega = 1$ . En la Figura 4.10 (izquierda) se muestran las componentes xz del tensor de vorticidad térmica en el plano xy, el cual presenta una vorticidad en los extremos del eje x, lo cual es esperable por el efecto de la corona. Por otro lado, en la Figura 4.10 (derecha) se muestra la componente xy del tensor de vorticidad térmica en el plano xy, el cual muestra un comportamiento cuadrupolar, el cual ya había sido reportado en [78].

Ahora, se presentan las componentes del tensor de vorticidad térmica para el valor  $\omega = 150$ . En la Figura 4.11 (izquierda) se muestran las componentes xz del tensor de vorticidad térmica en el plano xy, el cual vuelve presenta una vorticidad en los extremos del eje x. Por otro lado, en la Figura 4.11 (derecha) se muestra la componente xy del tensor de vorticidad térmica en el plano xy, el cual también muestra un comportamiento cuadrupolar.

Finalmente, se presentan las componentes del tensor de vorticidad térmica para el valor



Figura 4.9: Componentes del tensor de vorticidad térmica obtenidas a partir de datos generados en Therminator a  $\sqrt{s_{NN}} = 11.6$  GeV con el modelo modificado usando los parámetros  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  y  $\omega = 0$ . En la izquierda se muestra la componente xz en el plano xy, en la derecha se muestra la componente xy en el plano xy.



Figura 4.10: Componentes del tensor de vorticidad térmica obtenidas a partir de datos generados en **Therminator** a  $\sqrt{s_{NN}} = 11.6$  GeV con el modelo modificado usando los parámetros  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  y  $\omega = 1$ . En la izquierda se muestra la componente xz en el plano xy, en la derecha se muestra la componente xy en el plano xy.



Figura 4.11: Componentes del tensor de vorticidad térmica obtenidas a partir de datos generados en **Therminator** a  $\sqrt{s_{NN}} = 11.6$  GeV con el modelo modificado usando los parámetros  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  y  $\omega = 150$ . En la izquierda se muestra la componente xz en el plano xy, en la derecha se muestra la componente xy en el plano xy.

 $\omega = 150$ . En la Figura 4.12 (izquierda) se muestran las componentes xz del tensor de vorticidad térmica en el plano xy. Una vez más, se presenta una vorticidad en los extremos del eje x. Por otro lado, en la Figura 4.12 (derecha) se muestra la componente xy del tensor de vorticidad térmica en el plano xy, el cual muestra, de forma similar a los caso anteriores, un comportamiento cuadrupolar.

## 4.3. Polarización de Au+Au a 200 GeV

Los resultados presentados en la sección anterior permiten obtener el vector de polarización para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  utilizando la ecuación (2.60) para el espín promedio. El cálculo de la polarización se realizó para los valores  $\omega = 0$ ,  $\omega = 1$ ,  $\omega = 100$  y  $\omega = 150$ , con la intención de encontrar una cota para  $\omega$  tal que reproduzca el valor de la polarización global de 1.08 % y 1.38 % para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  respectivamente reportada en RHIC para colisiones de Au+Au a 200 GeV [28]. A continuación se presentan las distribuciones de las componentes espaciales del vector de polarización, tanto en momento transverso  $p_{\perp}$  como en ángulo azimutal  $\phi$ .


Figura 4.12: Componentes del tensor de vorticidad térmica obtenidas a partir de datos generados en **Therminator** a  $\sqrt{s_{NN}} = 11.6$  GeV con el modelo modificado usando los parámetros  $\sigma_r = \sigma_\eta = 0.6$  y  $\omega = 200$ . En la izquierda se muestra la componente xz en el plano xy, en la derecha se muestra la componente xy en el plano xy.

#### 4.3.1. Polarización de $\Lambda$ y $\overline{\Lambda}$ en función del momento transverso $p_{\perp}$

Se realizó el cálculo de la polarización para partículas  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  para los casos de  $\omega = 0$ ,  $\omega = 1, \omega = 100$  y  $\omega = 150$ . Las Figuras 4.19 (arriba), 4.19 (en medio) y 4.19 (abajo) muestra una comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  en el momento transverso para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 1$  respectivamente. Similarmente, en las Figuras 4.14 (arriba), 4.14 (en medio) y 4.14 (abajo) muestra una comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  en el momento transverso para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 100$ . Finalmente, la comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  en el momento transverso para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 100$ . Finalmente, la comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  en el momento transverso para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 150$  es mostrada en las figuras 4.15 (arriba), 4.15 (en medio) y 4.15 (abajo) respectivamente.

El comportamiento de las gráficas sugiere que el vector de polarización en las direccio-

nes x y z es congruente con cero en el momento transverso. Mientras que la polarización en y se mantiene constante en  $p_{\perp}$ , y su valor aumenta de forma proporcional al parámetro  $\omega$ .



Figura 4.13: Componentes x (arriba), y (en medio) y z (abajo) del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) con respecto a  $p_{\perp}$  para el modelo de Blast-Wave sin modificar y el modelo modificado con  $\omega = 1$  de **Therminator** usando los parámetros de entrada de la Tabla 3.2.



Figura 4.14: Componentes x (arriba), y (en medio) y z (abajo) del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) con respecto a  $p_{\perp}$  para el modelo de Blast-Wave sin modificar y el modelo modificado con  $\omega = 100$  de Therminator usando los parámetros de entrada de la Tabla 3.2.



Figura 4.15: Componentes x (arriba), y (en medio) y z (abajo) del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) con respecto a  $p_{\perp}$  para el modelo de Blast-Wave sin modificar y el modelo modificado con  $\omega = 150$  de Therminator usando los parámetros de entrada de la Tabla 3.2.

#### 4.3.2. Polarización de $\Lambda$ y $\overline{\Lambda}$ en función del ángulo azimutal $\phi$

Se realizó el cálculo de la polarización para partículas  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  para los casos de  $\omega = 0$ ,  $\omega = 1, \omega = 100$  y  $\omega = 150$ . Las Figuras 4.16 (arriba), 4.16 (en medio) y 4.16 (abajo) muestra una comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  en el ángulo azimutal para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 1$ respectivamente. Similarmente, en las Figuras 4.17 (arriba), 4.17 (en medio) y 4.17 (abajo) se muestra una comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  en función del ángulo azimutal para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 100$ . Finalmente, la comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  en el ángulo azimutal para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 150$  es mostrada en las Figuras 4.18 (arriba), 4.18 (en medio) y 4.18 (abajo) respectivamente.

El comportamiento de las gráficas sugiere que la distribución del vector de polarización en las direcciones x y z es congruente con cero en el ángulo azimutal. Mientras que la polarización en y tiene un pico máximo en algún punto cercano a  $\pi/2$ , y el valor del pico aumenta de forma proporcional al parámetro  $\omega$ .



Figura 4.16: Comparación de las componentes x (arriba), y (en medio) y z (abajo) del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) en  $\phi$  para el modelo de Blast-Wave sin modificar y el modelo modificado con  $\omega = 1$  de Therminator usando los parámetros de entrada de la Tabla 3.2.



Figura 4.17: Componentes x (arriba), y (en medio) y z (abajo) del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) con respecto a  $\phi$  para el modelo de Blast-Wave sin modificar y el modelo modificado con  $\omega = 100$  de Therminator usando los parámetros de entrada de la Tabla 3.2.



Figura 4.18: Componentes x (arriba), y (en medio) y z (abajo) del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) con respecto a  $\phi$  para el modelo de Blast-Wave sin modificar y el modelo modificado con  $\omega = 150$  de Therminator usando los parámetros de entrada de la Tabla 3.2.

#### 4.3.3. Polarización global a 200 GeV

Los resultados obtenidos anteriormente pueden ser utilizados para calcular la polarización global usando las ecuaciones (2.63) y (2.64). En la Tabla 4.1 se muestra la polarización global obtenida para diferentes valores del parámetro  $\omega$ 

ω	$ar{P}_{\Lambda}$	$ar{P}_{ar{\Lambda}}$
0	0.000476178	$-3.56029 \times 10^{-5}$
1	0.0256691	0.0212077
100	0.0515398	0.0470592
150	0.0489272	0.0403322

Tabla 4.1: Polarización global para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  obtenidos a partir de los datos generados en **Therminator** con los parámetros de entrada mostrados en la Tabla 3.2 para distintos valores del parámetro  $\omega$ .

Comparando los resultados de esta tabla con los obtenidos en [28], donde reportan polarización global de 1.08 % y 1.38 %, se observa que una cota de  $\omega = 1$  es más que suficiente para encerrar valores de polarización global con el modelo propuesto. Además, se observa que la polarización global de  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  es diferenciada.

### 4.4. Polarización de Au+Au a 11.6 GeV

Con los resultados obtenidos en **Therminator** en la Tabla 3.3, se pudo realizar el cálculo de la polarización. A continuación se muestran las distribuciones de la polarización en x, y y z en el momento transverso y el ángulo azimutal.

#### 4.4.1. Polarización de $\Lambda$ y $\overline{\Lambda}$ en función del momento transverso $p_{\perp}$

Se realizó el cálculo de la polarización para partículas  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  para los casos de  $\omega = 0$ ,  $\omega = 1, \omega = 100$  y  $\omega = 150$ . Las Figuras 4.19 (arriba), 4.19 (en medio) y 4.19 (abajo) muestran una comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  en el momento transverso para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 1$  respectivamente. Similarmente, en las Figuras 4.20 (arriba), 4.20 (en medio) y 4.20 (abajo) se muestra una comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda y \bar{\Lambda}$  en el momento transverso para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 150$ . Finalmente, la comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda y \bar{\Lambda}$  en el momento transverso para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 200$  es mostrada en las Figuras 4.21 (arriba), 4.21 (en medio) y 4.21 (abajo) respectivamente.

De forma similar al caso de 200 GeV en el momento transverso, el comportamiento de las gráficas sugiere que el vector de polarización en las direcciones x y z es congruente con cero en el momento transverso. Mientras que la polarización en y se mantiene constante en  $p_{\perp}$ , y su valor aumenta de forma proporcional al parámetro  $\omega$ .



Figura 4.19: Componentes x (arriba), y (en medio) y z (abajo) del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) con respecto a  $p_{\perp}$  para el modelo de Blast-Wave sin modificar y el modelo modificado con  $\omega = 1$  de **Therminator** usando los parámetros de entrada de la Tabla 3.3.



Figura 4.20: Componentes x (arriba), y (en medio) y z (abajo) del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) con respecto a  $p_{\perp}$  para el modelo de Blast-Wave sin modificar y el modelo modificado con  $\omega = 150$  de Therminator usando los parámetros de entrada de la Tabla 3.3.



Figura 4.21: Componentes x (arriba), y (en medio) y z (abajo) del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) con respecto a  $p_{\perp}$  para el modelo de Blast-Wave sin modificar y el modelo modificado con  $\omega = 200$  de Therminator usando los parámetros de entrada de la Tabla 3.3.

#### 4.4.2. Polarización de $\Lambda$ y $\overline{\Lambda}$ en función del ángulo azimutal $\phi$

Se realizó el cálculo de la polarización para partículas  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  para los casos de  $\omega = 0$ ,  $\omega = 1, \omega = 100$  y  $\omega = 150$ . Las Figuras 4.22 (arriba), 4.22 (en medio) y 4.22 (abajo) muestra una comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  en el ángulo azimutal para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 1$  respectivamente. Similarmente, en las Figuras 4.23 (arriba), 4.23 (en medio) y 4.23 (abajo) muestra una comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  en función del ángulo azimutal para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 150$ . Finalmente, la comparación entre la distribución de la componente x, y y z del vector de polarización para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  en el ángulo azimutal para el modelo de Blast-Wave original ( $\omega = 0$ ) y para  $\omega = 200$  es mostrada en las Figuras 4.24 (arriba), 4.24 (en medio) y 4.24 (abajo) respectivamente.

De forma similar al caso de 200 GeV en el álgulo azimutal, el comportamiento de las gráficas sugiere que el vector de polarización en las direcciones x y z es congruente con cero. Mientras que la polarización en y alcanza un pico máximo en un valor cercano a  $\pi/2$ , y dicho pico aumenta de forma proporcional al parámetro  $\omega$ .



Figura 4.22: Componente x del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) con respecto a  $\phi$  para el modelo de Blast-Wave sin modificar y el modelo modificado con  $\omega = 1$  de Therminator usando los parámetros de entrada de la Tabla 3.3.



Figura 4.23: Componente x del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) con respecto a  $\phi$  para el modelo de Blast-Wave sin modificar y el modelo modificado con  $\omega = 150$  de Therminator usando los parámetros de entrada de la Tabla 3.3.

#### 4.4.3. Polarización global a 11.6 GeV

De forma similar a la polarización global a 200 GeV, los resultados obtenidos anteriormente pueden ser utilizados para calcular la polarización global usando las ecuaciones (2.63) y (2.64). En la Tabla 4.2 se muestra la polarización global obtenida para diferentes valores del parámetro  $\omega$ .

ω	$\bar{P}_{\Lambda}$	$ar{P}_{ar{\Lambda}}$
0	0.00462858	$-4.71129 \times 10^{-5}$
1	0.0188491	$-1.2685 \times 10^{-5}$
150	0.103754	$4.3247 \times 10^{-5}$
200	0.113891	$-2.99006 \times 10^{-5}$

Tabla 4.2: Polarización global para  $\Lambda$  y  $\overline{\Lambda}$  obtenidos a partir de los datos generados en **Therminator** con los parámetros de entrada mostrados en la Tabla 3.3 para distintos valores del parámetro  $\omega$ .

Observando la Tabla 4.2 y comparandola con la tabla 4.1, es apreciable que la polarización para energías de 11.6 GeV es más grande que la polarización global para 200 GeV a valores de  $\omega$  iguales.



Figura 4.24: Componente x del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) con respecto a  $\phi$  para el modelo de Blast-Wave sin modificar y el modelo modificado con  $\omega = 200$  de **Therminator** usando los parámetros de entrada de la Tabla 3.3.

# 4.5. Comparación de la polarización entre 200 y 11.6 GeV

A continuación se muestra una comparación de la distribución de la polarización en la dirección y entre los datos generados para 200 GeV (Tabla 3.2) y los generados para 11.6 GeV (tabla 3.3).

En la Figura 4.25 (arriba) se muestra la comparación de la distribución de  $P_y$  en el momento transverso  $p_{\perp}$  para  $\Lambda$  y  $\bar{\Lambda}$  con  $\omega = 0$ , mientras que en la Figura 4.25 (abajo) se muestra la comparación de la distribución de  $P_y$  en el ángulo azimutal  $\phi$  con  $\omega = 0$ . Por otro lado, en las Figuras 4.26 (arriba) y 4.26 (abajo) se muestra la comparación de la distribución de  $P_y$  en  $p_{\perp}$  y  $\phi$  respectivamente con  $\omega = 1$ . Por último, en las Figuras 4.27 (arriba) y 4.27 (abajo) se muestra la comparación de la distribución de  $P_y$  en  $p_{\perp}$  y  $\phi$  respectivamente con  $\omega = 150$ .

Las gráficas sugieren que la distribución de la polarización en las direcciones x y z, tanto para 200 como para 11.6 GeV, a valores iguales de  $\omega$  es consistente con cero. Lo que significa que en esas direcciones no hay polarización. Por otro lado, la polarización en la dirección y se aprecia distinta de cero. Pero, a pesar de tener valores iguales de  $\omega$ , la polarización en y es más intensa para energías de 11.6 GeV.



Figura 4.25: Componente y del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) en  $p_{\perp}$  (arriba) y en  $\phi$  para los datos generados para 11.6 GeV y 200 GeV con  $\omega = 0$ .



Figura 4.26: Componente y del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) en  $p_{\perp}$  (arriba) y en  $\phi$  para los datos generados para 11.6 GeV y 200 GeV con  $\omega = 1$ .



Figura 4.27: Componente y del vector de polarización para  $\Lambda$  (izquierda) y  $\overline{\Lambda}$  (derecha) en  $p_{\perp}$  (arriba) y en  $\phi$  para los datos generados para 11.6 GeV y 200 GeV con  $\omega = 150$ .

# Capítulo 5

## Conclusiones

Dado que la parametrización del cuadrimomento para el modelo de Blast-Wave con el que trabaja **Therminator** tiene simetría cilíndrica (ecuación (2.33), la definición del campo de velocidades hace que la vorticidad térmica sea consistente con cero. Por lo que se tuvo que modificar la forma de la expansión agregando una componente del momento en la dirección z, creando una entrada y salida de partículas (ecuación (3.6)). Este modelo permitió definir un campo de velocidades el cual tiene una vorticidad distinta de cero, por lo que es posible analizar la polarización de las partículas finales con el acomplamiento del espín en la dirección de la vorticidad (ecuación (2.61)). Analizando el comportamiento de las distribuciones de la polarización, tanto en el momento transverso  $p_{\perp}$  como en el ángulo azimutal  $\phi$ , así como el cálculo de la polarización global para cada caso de  $\omega$  a las distintas energías que se analizaron, es posible llegar a las siguientes conclusiones del modelo propuesto.

- La polarización de las partículas está casi por completo en la dirección y.
- La polarización de  $\Lambda$  y  $\overline{\Lambda}$  es diferenciada.
- Es posible acotar el parámetro ω del modelo propuesto para acotar el valor de la polarización total reportada en [34].
- La distribución de la polarización en el momento transverso sugiere una tendencia

constante a lo largo de  $p_{\perp}.$ 

- La distribución de la polarización en el ángulo azimutal alcanza un pico máximo en  $\phi = \pi/2.$ 

Estos resultados son favorables en el análisis de la polarización de partículas  $\Lambda$ . Ajustes lineales a las distribuciones de la polarización podrían servir como punto de partida para el análisis experimental del valor de la polarización global.

Un paso hacia adelante en la comprensión del fenómeno de la polarización podría estar en la dependencia del parámetro  $\omega$  en las variables termodinámicas y geométricas.

## Bibliografía

- W. Florkowski, *Phenomenology of ultra-relativistic heavy-ion collisions*. World Scientific Publishing Company, 2010.
- R. Stock, "Relativistic nucleus-nucleus collisions: from the bevalac to rhic," Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, vol. 30, no. 8, p. S633, 2004.
- [3] A. Baldin and I. Semenyushkin, "Twenty years of the synchrophasotron of the jinr high-energy physics laboratory," *Atomic Energy*, vol. 43, no. 6, pp. 1146–1147, 1977.
- [4] A. Champagne, M. Pitt, P. Zhang, L. Lee Jr, and M. Levine, "Proton-threshold states in 28si," Nuclear Physics A, vol. 459, no. 1, pp. 239–252, 1986.
- [5] I. Lund, W. . Collaboration, et al., "Charged particle spectra in 16 o induced nuclear collisions at the cern sps," in *Quark Matter*, pp. 51–57, Springer, 1988.
- [6] T. Alber, H. Appelshäuser, J. Bächler, J. Bartke, H. Białkowska, F. Bieser, M. Bloomer,
  C. Blyth, R. Bock, C. Bormann, et al., "Transverse energy production in pb 208+ pb
  collisions at 158 gev per nucleon," *Physical review letters*, vol. 75, no. 21, p. 3814, 1995.
- [7] M. Harrison, T. Ludlam, and S. Ozaki, "Rhic project overview," Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, vol. 499, no. 2-3, pp. 235–244, 2003.
- [8] G. Landsberg, "Lhc: Past, present, and future," arXiv preprint arXiv:1310.0025, 2013.

- [9] O. Viazlo, A. L. Collaboration, et al., "Atlas lucid detector upgrade for lhc run 2," tech. rep., ATL-COM-FWD-2015-017, 2015.
- [10] R. Steerenberg and J. Wenninger, "Operational challenges and performance of the lhc during run ii," 2018.
- [11] S. Chatrchyan, V. Khachatryan, A. M. Sirunyan, A. Tumasyan, W. Adam, E. Aguilo, T. Bergauer, M. Dragicevic, J. Erö, C. Fabjan, *et al.*, "Observation of a new boson at a mass of 125 gev with the cms experiment at the lhc," *Physics Letters B*, vol. 716, no. 1, pp. 30–61, 2012.
- [12] V. Kekelidze, "Nica project at jinr: status and prospects," *Journal of Instrumentation*, vol. 12, no. 06, p. C06012, 2017.
- [13] N. Cabibbo and G. Parisi, "Exponential hadronic spectrum and quark liberation," *Physics Letters B*, vol. 59, no. 1, pp. 67–69, 1975.
- [14] J. C. Collins and M. J. Perry, "Superdense matter: neutrons or asymptotically free quarks?," *Physical Review Letters*, vol. 34, no. 21, p. 1353, 1975.
- [15] E. V. Shuryak, "Quark-gluon plasma and hadronic production of leptons, photons and psions," *Physics Letters B*, vol. 78, no. 1, pp. 150–153, 1978.
- [16] J. I. Kapusta, "Quantum chromodynamics at high temperature," Nuclear Physics B, vol. 148, no. 3-4, pp. 461–498, 1979.
- [17] E. V. Shuryak, "Quantum chromodynamics and the theory of superdense matter," *Physics Reports*, vol. 61, no. 2, pp. 71–158, 1980.
- [18] S. Chin, "Transition to hot quark matter in relativistic heavy-ion collision," *Physics Letters B*, vol. 78, no. 5, pp. 552–555, 1978.
- [19] U. Heinz and M. Jacob, "Evidence for a new state of matter: An assessment of the results from the cern lead beam programme," arXiv preprint nucl-th/0002042, 2000.

- [20] I. Arsene, I. Bearden, D. Beavis, C. Besliu, B. Budick, H. Bøggild, C. Chasman, C. Christensen, P. Christiansen, J. Cibor, *et al.*, "Quark–gluon plasma and color glass condensate at rhic? the perspective from the brahms experiment," *Nuclear Physics A*, vol. 757, no. 1-2, pp. 1–27, 2005.
- [21] K. Adcox, S. Adler, S. Afanasiev, C. Aidala, N. Ajitanand, Y. Akiba, A. Al-Jamel, J. Alexander, R. Amirikas, K. Aoki, *et al.*, "Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at rhic: experimental evaluation by the phenix collaboration," *Nuclear Physics A*, vol. 757, no. 1-2, pp. 184–283, 2005.
- [22] M. E. Tejeda-Yeomans, "Heavy-ion physics: freedom to do hot, dense, exciting qcd," arXiv preprint arXiv:2004.13812, 2020.
- [23] J. L. Nagle and W. A. Zajc, "Small system collectivity in relativistic hadronic and nuclear collisions," Annual Review of Nuclear and Particle Science, vol. 68, pp. 211–235, 2018.
- [24] P. Romatschke, "New developments in relativistic viscous hydrodynamics," International Journal of Modern Physics E, vol. 19, no. 01, pp. 1–53, 2010.
- [25] C.-Y. Wong, "Landau hydrodynamics reexamined," *Physical Review C*, vol. 78, no. 5, p. 054902, 2008.
- [26] J. D. Bjorken, "Highly relativistic nucleus-nucleus collisions: The central rapidity region," *Physical review D*, vol. 27, no. 1, p. 140, 1983.
- [27] W. Florkowski and W. Broniowski, "Hydro-inspired parameterizations of freeze-out in relativistic heavy-ion collisions," arXiv preprint nucl-th/0410081, 2004.
- [28] F. Becattini and M. Lisa, "Polarization and vorticity in the quark gluon plasma," arXiv preprint arXiv:2003.03640, 2020.
- [29] B. Abelev, J. Adam, D. Adamová, A. Adare, M. Aggarwal, G. A. Rinella, M. Agnello,A. Agocs, A. Agostinelli, Z. Ahammed, *et al.*, "Directed flow of charged particles at

midrapidity relative to the spectator plane in pb-pb collisions at s nn= 2.76 tev," *Physical review letters*, vol. 111, no. 23, p. 232302, 2013.

- [30] A. Adare, C. Aidala, N. Ajitanand, Y. Akiba, R. Akimoto, J. Alexander, M. Alfred, K. Aoki, N. Apadula, H. Asano, *et al.*, "Measurements of directed, elliptic, and triangular flow in cu+ au collisions at s nn= 200 gev," *Physical Review C*, vol. 94, no. 5, p. 054910, 2016.
- [31] F. Becattini, G. Inghirami, V. Rolando, A. Beraudo, L. Del Zanna, A. De Pace, M. Nardi,
  G. Pagliara, and V. Chandra, "A study of vorticity formation in high energy nuclear collisions," *The European Physical Journal C*, vol. 75, no. 9, pp. 1–14, 2015.
- [32] D. Kharzeev, J. Liao, S. Voloshin, and G. Wang, "Chiral magnetic and vortical effects in high-energy nuclear collisions—a status report," *Progress in Particle and Nuclear Physics*, vol. 88, pp. 1–28, 2016.
- [33] A. Ayala, M. A. A. Torres, E. Cuautle, I. Dominguez, M. A. F. Sanchez, I. Maldonado, L. M. M. Zetina, E. M. Barbosa, P. A. N. Marin, L. Rebolledo, M. Rodriguez-Cahuantzi, J. Salinas, M. E. Tejeda-Yeomans, L. Valenzuela, and C. H. Z. Fernandez, "Core meets corona: a two-component source to explain lambda and anti-lambda global polarization in semi-central heavy-ion collisions," 2020.
- [34] L. Adamczyk, J. Adkins, G. Agakishiev, M. Aggarwal, Z. Ahammed, N. Ajitanand,
  I. Alekseev, D. Anderson, R. Aoyama, A. Aparin, *et al.*, "Global λ hyperon polarization in nuclear collisions," *Nature (London)*, vol. 548, no. BNL-114181-2017-JA, 2017.
- [35] J. Adam, L. Adamczyk, J. Adams, J. K. Adkins, G. Agakishiev, M. Aggarwal, Z. Ahammed, N. Ajitanand, I. Alekseev, D. Anderson, *et al.*, "Global polarization of λ hyperons in au+ au collisions at s n n= 200 gev," *Physical Review C*, vol. 98, no. 1, p. 014910, 2018.

- [36] J. Adam, L. Adamczyk, J. Adams, J. Adkins, G. Agakishiev, M. Aggarwal, Z. Ahammed,
  I. Alekseev, D. Anderson, R. Aoyama, *et al.*, "Polarization of λ (λ<sup>-</sup>) hyperons along the beam direction in au+ au collisions at s n n= 200 gev," *Physical review letters*, vol. 123, no. 13, p. 132301, 2019.
- [37] X.-G. Huang, "Vorticity and spin polarization—a theoretical perspective," Nuclear Physics A, vol. 1005, p. 121752, 2021.
- [38] N. physics at JINR (official Web-Page), "NICA physics, url = https://nica.jinr.ru/physics.php,."
- [39] J. I. for Nuclear Research, "Nucleotron-based Ion Collider fAcility (NICA), url = https://nica.jinr.ru/,."
- [40] F. Karsch, "Lect. notes phys. 583, 209 (2002)," arXiv preprint hep-lat/0106019, 2002.
- [41] E. Laermann and O. Philipsen, "Lattice qcd at finite temperature," Annual Review of Nuclear and Particle Science, vol. 53, no. 1, pp. 163–198, 2003.
- [42] V. Golovatyuk, V. Kekelidze, V. Kolesnikov, O. Rogachevsky, and A. Sorin, "The multipurpose detector (mpd) of the collider experiment," *The European Physical Journal A*, vol. 52, no. 8, pp. 1–7, 2016.
- [43] A. Taranenko, "Status of the mega-science project nica," in *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1685, p. 012021, IOP Publishing, 2020.
- [44] L. Malinina, P. Batyuk, M. Cheremnova, Y. Khyzhniak, O. Kodolova, K. Mikhaylov, G. Nigmatkulov, and G. Romanenko, "Study of strongly interacting matter properties at the energies of the nica collider using the methods of femtoscopy," *Physics of Particles* and Nuclei, vol. 52, no. 4, pp. 624–630, 2021.
- [45] A. Ayala, E. Cuautle, I. Domínguez, M. Rodríguez-Cahuantzi, I. Maldonado, and M. E. Tejeda-Yeomans, "Hyperons from bi+ bi collisions at mpd-nica: Preliminary analysis of

production at generation, simulation and reconstruction level," *Physics of Particles and Nuclei*, vol. 52, no. 4, pp. 730–736, 2021.

- [46] M. R. C. and, "MEXnICA, mexican group in the MPD-NICA experiment at JINR," Journal of Physics: Conference Series, vol. 912, p. 012016, oct 2017.
- [47] M. Alvarado et al., "A beam-beam monitoring detector for the MPD experiment at NICA," Nucl. Instrum. Meth. A, vol. 953, p. 163150, 2020.
- [48] R. A. Kado *et al.*, "The conceptual design of the miniBeBe detector proposed for NICA-MPD," 7 2020.
- [49] M. L. Miller, K. Reygers, S. J. Sanders, and P. Steinberg, "Glauber modeling in highenergy nuclear collisions," Annu. Rev. Nucl. Part. Sci., vol. 57, pp. 205–243, 2007.
- [50] U. Heinz, "Thermalization at rhic," in AIP Conference Proceedings, vol. 739, pp. 163–180, American Institute of Physics, 2004.
- [51] M. Strickland, "Anisotropic hydrodynamics: Three lectures," Acta Physica Polonica B, vol. 45, no. 12, p. 2355, 2014.
- [52] L. Bravina, I. Mishustin, J. Bondorf, A. Faessler, and E. Zabrodin, "Microscopic study of freeze-out in relativistic heavy-ion collisions at 1 6 0 a gev/c energy," *Physical Review C*, vol. 60, no. 4, p. 044905, 1999.
- [53] W. Broniowski and W. Florkowski, "Description of the rhic p spectra in a thermal model with expansion," *Physical Review Letters*, vol. 87, no. 27, p. 272302, 2001.
- [54] W. Broniowski, A. Baran, and W. Florkowski, "Thermal approach to rhic," arXiv preprint hep-ph/0209286, 2002.
- [55] W. Florkowski and W. Broniowski, "Thermal model for rhic, part i: particle ratios and spectra," in AIP Conference Proceedings, vol. 660, pp. 177–184, American Institute of Physics, 2003.

- [56] K. Adcox, S. Adler, N. Ajitanand, Y. Akiba, J. Alexander, L. Aphecetche, Y. Arai, S. Aronson, R. Averbeck, T. Awes, *et al.*, "Centrality dependence of π+/-, k+/-, p, and p<sup>-</sup> production from s nn= 130 gev au+ au collisions at rhic," *Physical review letters*, vol. 88, no. 24, p. 242301, 2002.
- [57] F. Cooper and G. Frye, "Single-particle distribution in the hydrodynamic and statistical thermodynamic models of multiparticle production," *Physical Review D*, vol. 10, no. 1, p. 186, 1974.
- [58] W. Israel, "Relativistic kinetic theory of a simple gas," Journal of Mathematical Physics, vol. 4, no. 9, pp. 1163–1181, 1963.
- [59] P. J. Siemens and J. O. Rasmussen, "Evidence for a blast wave from compressed nuclear matter," *Physical Review Letters*, vol. 42, no. 14, p. 880, 1979.
- [60] E. Schnedermann, J. Sollfrank, and U. Heinz, "Thermal phenomenology of hadrons from 200a gev s+ s collisions," *Physical Review C*, vol. 48, no. 5, p. 2462, 1993.
- [61] W. Broniowski and W. Florkowski, "Description of the rhic  $p_{\perp}$  spectra in a thermal model with expansion," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 87, p. 272302, Dec 2001.
- [62] I. Karpenko, "Vorticity and polarization in heavy ion collisions: Hydrodynamic models," arXiv preprint arXiv:2101.04963, 2021.
- [63] F. Becattini, L. Bucciantini, E. Grossi, and L. Tinti, "Local thermodynamical equilibrium and the β frame for a quantum relativistic fluid," *The European Physical Journal C*, vol. 75, no. 5, pp. 1–17, 2015.
- [64] F. Becattini, L. Csernai, and D.-J. Wang, "λ polarization in peripheral heavy ion collisions," *Physical Review C*, vol. 88, no. 3, p. 034905, 2013.
- [65] I. Karpenko and F. Becattini, "Study of  $\lambda$  polarization in relativistic nuclear collisions at  $s_{NN} = 7,7 200$  gev," The European Physical Journal C, vol. 77, no. 4, pp. 1–10, 2017.

- [66] F. Becattini, I. Karpenko, M. A. Lisa, I. Upsal, and S. A. Voloshin, "Global hyperon polarization at local thermodynamic equilibrium with vorticity, magnetic field, and feed-down," *Physical Review C*, vol. 95, no. 5, p. 054902, 2017.
- [67] F. Becattini and F. Piccinini, "The ideal relativistic spinning gas: Polarization and spectra," Annals of Physics, vol. 323, no. 10, pp. 2452–2473, 2008.
- [68] F. Becattini, V. Chandra, L. Del Zanna, and E. Grossi, "Relativistic distribution function for particles with spin at local thermodynamical equilibrium," *Annals of Physics*, vol. 338, pp. 32–49, 2013.
- [69] W. B.-W. F. Adam Kisiel, Tomasz Taluc, "Therminator: Thermal heavy-ion generator," arXiv preprint: nucl-th/0504047, 2005.
- [70] R. Brun and F. Rademakers, "Root—an object oriented data analysis framework," Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, vol. 389, no. 1-2, pp. 81–86, 1997.
- [71] A. Baran, W. Broniowski, and W. Florkowski, "Description of the particle ratios and transverse-momentum spectra for various centralities at rhic in a single-freeze-out model," arXiv preprint nucl-th/0305075, 2003.
- [72] S. Collaboration *et al.*, "Identified baryon and meson distributions at large transverse momenta from Au + Au collisions at √s<sub>NN</sub> = 200 GeV," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 97, p. 152301, Oct 2006.
- [73] S. Collaboration *et al.*, "Scaling properties of hyperon production in Au + Au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 98, p. 062301, Feb 2007.
- [74] W.-T. Deng and X.-G. Huang, "Vorticity in heavy-ion collisions," *Physical Review C*, vol. 93, no. 6, p. 064907, 2016.

- [75] L. Pang, Q. Wang, and X.-N. Wang, "Effects of initial flow velocity fluctuation in event-by-event (3+1) d hydrodynamics," *Physical Review C*, vol. 86, no. 2, p. 024911, 2012.
- [76] I. A. Karpenko, P. Huovinen, H. Petersen, and M. Bleicher, "Estimation of the shear viscosity at finite net-baryon density from a+ a collision data at s nn= 7.7–200 gev," *Physical Review C*, vol. 91, no. 6, p. 064901, 2015.
- [77] X.-G. Deng, X.-G. Huang, Y.-G. Ma, and S. Zhang, "Vorticity in low-energy heavy-ion collisions," *Physical Review C*, vol. 101, no. 6, p. 064908, 2020.
- [78] D.-X. Wei, W.-T. Deng, and X.-G. Huang, "Thermal vorticity and spin polarization in heavy-ion collisions," *Physical Review C*, vol. 99, no. 1, p. 014905, 2019.
- [79] S. Ahmad, B. Bonner, C. Chan, J. Clement, S. Efremov, E. Efstathiadis, S. Eiseman, A. Etkin, K. Foley, R. Hackenburg, *et al.*, "λ production by 11.6 a gev/c au beam on au target," *Physics Letters B*, vol. 382, no. 1-2, pp. 35–39, 1996.
- [80] R. Lacasse, J. Barrette, R. Bellwied, S. Bennett, R. Bersch, P. Braun-Munzinger,
  W. Chang, W. Cleland, M. Clemen, J. Cole, *et al.*, "Hadron yields and spectra in au+ au collisions at the ags," *Nuclear Physics A*, vol. 610, pp. 153–164, 1996.
- [81] L. Ahle, Y. Akiba, K. Ashktorab, M. Baker, D. Beavis, H. Britt, J. Chang, C. Chasman, Z. Chen, C.-Y. Chi, et al., "Particle production at high baryon density in central au+ au reactions at 11.6 a gev/c," *Physical Review C*, vol. 57, no. 2, p. R466, 1998.
- [82] L. Ahle, Y. Akiba, K. Ashktorab, M. Baker, D. Beavis, H. Britt, J. Chang, C. Chasman,
  Z. Chen, C.-Y. Chi, et al., "Kaon production in au+ au collisions at 1 1. 6 a gev/c," *Physical Review C*, vol. 58, no. 6, p. 3523, 1998.
- [83] B. Back, R. Betts, J. Chang, W. Chang, C. Chi, Y. Chu, J. Cumming, J. Dunlop, W. Eldredge, S. Fung, et al., "Production of φ mesons in au+ au collisions at 11.7 a gev/c," *Physical Review C*, vol. 69, no. 5, p. 054901, 2004.

- [84] A. Ayala, I. Domínguez, I. Maldonado, and M. E. Tejeda-Yeomans, "The rise and fall of  $\lambda$  and  $\overline{\Lambda}$  global polarization in semi-central heavy-ion collisions at hades, nica and rhic energies from the core-corona model," arXiv preprint arXiv:2106.14379, 2021.
- [85] H. Dobler, J. Sollfrank, and U. Heinz, "Kinetic freeze-out and radial flow in 11.6 a gev au+ au collisions," *Physics Letters B*, vol. 457, no. 4, pp. 353–358, 1999.
- [86] X.-L. Xia, H. Li, Z. Tang, and Q. Wang, "Probing vorticity structure in heavy-ion collisions by local λ polarization," *Physical Review C*, vol. 98, no. 2, p. 024905, 2018.