



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICO BIOLÓGICAS**  
**POSGRADO EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS**

Análisis de la variabilidad aleatoria en la transferencia de masa durante el horneado de rodajas de papa (*Solanum tuberosum* L.) mediante la aplicación del Método de Monte Carlo

**TESIS**

Que presenta

**MC. MARÍA FELÍCITAS PACHECO PLATA**

Para obtener el grado de  
**DOCTORA EN CIENCIA**

**Y**

**TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS**

Directores

**DR. JOSÉ DE JESÚS CARO CORRALES**

**DRA. ROSALINA IRIBE SALAZAR**



Dirección General de Bibliotecas  
Ciudad Universitaria  
Av. de las Américas y Blvd. Universitarios  
C. P. 80010 Culiacán, Sinaloa, México.  
Tel. (667) 713 78 32 y 712 50 57  
dgbuas@uas.edu.mx

## UAS-Dirección General de Bibliotecas

### Repositorio Institucional Buelna

#### Restricciones de uso

Todo el material contenido en la presente tesis está protegido por la Ley Federal de Derechos de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

Queda prohibido la reproducción parcial o total de esta tesis. El uso de imágenes, tablas, gráficas, texto y demás material que sea objeto de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente correctamente mencionando al o los autores del presente estudio empírico. Cualquier uso distinto, como el lucro, reproducción, edición o modificación sin autorización expresa de quienes gozan de la propiedad intelectual, será perseguido y sancionado por el Instituto Nacional de Derechos de Autor.

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-No Comercial  
Compartir Igual, 4.0 Internacional



El presente estudio fue realizado en el laboratorio de Mediciones Termofísicas de la Maestría en Ciencia y Tecnología de Alimentos de la Facultad de Ciencias Químico Biológicas de la Universidad Autónoma de Sinaloa, bajo la dirección del Dr. José de Jesús Caro Corrales y la Dra. Rosalina Iribe Salazar. A su vez, contó con la asesoría del Dr. Roberto Gutiérrez Dorado, la Dra. Irma Leticia Camacho Hernández y el Dr. Kevin Cronin. Para el desarrollo del proyecto se obtuvo un financiamiento del programa PROFAPI (PRO\_A8\_023) de la Universidad Autónoma de Sinaloa. La estudiante María Felicitas Pacheco Plata recibió una beca proveniente del Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT).

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a la Universidad Autónoma de Sinaloa, a la Facultad de Ciencias Químico Biológicas y al Posgrado en Ciencia y Tecnología de Alimentos por brindarme la oportunidad de continuar creciendo en el ámbito profesional y personal.

A mis padres, José Guadalupe y Felicitas, quienes han sido un pilar en mi vida por estar conmigo en cada momento y apoyarme siempre con amor y cariño, por sus consejos, por confiar en mí y motivarme constantemente a seguir con nuevos retos.

A mis hermanos Andrés, Johana y Guadalupe, por alegrar mis días, por su cariño y por brindarme sus consejos y apoyo.

A Miguel Ángel, mi compañero de vida, por la gran amistad, confianza y amor incondicional, así como, por el gran apoyo y motivación para continuar con mis objetivos.

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) por el apoyo económico otorgado.

Al programa PROFAPI (PRO\_A8\_023) de la Universidad Autónoma de Sinaloa por el financiamiento otorgado para el desarrollo del proyecto.

A mis directores de tesis, el Dr. José de Jesús Caro Corrales y la Dra. Rosalina Iribe Salazar, por permitirme trabajar en su grupo de trabajo y compartir sus conocimientos conmigo, a su vez, por tener la mejor disposición para ayudarme y aconsejarme en todo momento.

A mis asesores de tesis el Dr. Roberto Gutiérrez Dorado, la Dra. Irma Leticia Camacho Hernández y el Dr. Kevin Cronin, por brindarme su apoyo y tiempo, por sus consejos para mejorar el proyecto.

A la Dra. Yéssica y el Dr. César, que me brindaron su gran apoyo y motivación durante todo este proceso, además, por su disposición para atenderme en cualquier momento para aclarar mis dudas.

A mis amigos y compañeros: Miriam, Edoardo, Olivia, Melissa, Greysel y Benjamín, por hacer la convivencia más agradable, por sus palabras de aliento, consejos y disponibilidad para apoyarme en cualquier momento.

A mis amigos y compañeros de generación: Aliette, Marco y Vida, por sus consejos y los buenos momentos que compartimos.

Al laboratorio de Caracterización Físicoquímica y Reológica por compartir el equipo para el desarrollo del proyecto.

## ÍNDICE

	Pág.
ÍNDICE DE FIGURAS	v
ÍNDICE DE CUADROS	ix
I RESUMEN	1
ABSTRACT	4
II INTRODUCCIÓN	7
III REVISIÓN DE LITERATURA	10
A PAPA	10
1 Generalidades	10
2 Composición química	10
3 Importancia económica	12
a Producción mundial	12
b Producción nacional	12
c Exportación e importación	12
4 Productos derivados de papa	13
B HORNEADO	14
1 Generalidades	14
2 Efectos del horneado sobre los atributos de calidad	15
C TRANSFERENCIA DE MASA	16
1 Difusión molecular	16
a Difusión molecular en sólidos	17
1) Difusión en sólidos que siguen la Ley de Fick	17

2) Difusión en sólidos porosos	18
2 Transferencia de masa en estado transitorio	19
a Transferencia de masa cuando la resistencia externa es despreciable	21
3 Cinética de transferencia de masa durante el horneado	23
D SIMULACIÓN	24
1 Generalidades	24
2 Ventajas y desventajas de la simulación	24
3 Etapas para el desarrollo de un modelo de simulación	25
E MÉTODO DE MONTE CARLO	26
1 Componentes de un algoritmo del método de Monte Carlo	26
IV JUSTIFICACIÓN	27
V OBJETIVOS	29
A OBJETIVO GENERAL	29
B OBJETIVOS ESPECÍFICOS	29
VI MATERIALES Y MÉTODOS	31
A MATERIALES	31
1 Materia prima	31
B MÉTODOS	31
1 Horneado	31
2 Cinética de transferencia de masa durante el horneado	31
a Periodo de velocidad constante	32
b Contenido de humedad crítico	34
c Periodo de velocidad decreciente	34

1) Método de pendientes por subperiodos (MPS)	35
2) Método de aproximaciones sucesivas (MAS)	36
3) Modelo cuadrático (MC)	37
4) Distribución de Weibull	40
3 Método de Monte Carlo para horneado	42
4 Validación de los resultados	43
5 Análisis de sensibilidad	45
6 Evaluación de variables de calidad	45
a Actividad de agua	46
b Diferencia total de color	46
c Fracturabilidad	46
7 Modelado de la fracturabilidad con la distribución de Weibull	47
8 Diseño de experimentos	48
VII RESULTADOS Y DISCUSIÓN	50
A CINÉTICAS DE TRANSFERENCIA DE MASA	50
B MODELO PARA EL PROCESO DE HORNEADO	56
C MODELO DE MONTE CARLO PARA EL PROCESO DE HORNEADO	63
D VALIDACIÓN DEL MODELO DE MONTE CARLO CON DATOS EXPERIMENTALES	81

E ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	85
F VARIABLES DE CALIDAD	91
1 Actividad de agua ( $a_w$ )	91
2 Diferencia total de color ( $\Delta E$ )	91
3 Fracturabilidad ( $F$ )	93
G MODELO DE FRACTURABILIDAD MEDIANTE LA	95
DISTRIBUCIÓN DE WEIBULL	
VIII CONCLUSIONES	104
IX BIBLIOGRAFÍA	107

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura</b>	<b>Descripción</b>	<b>Pág.</b>
1	Placa infinita con espesor $2L$ rodeada por una película de fluido.	22
2	Código de Microsoft Excel con el lenguaje de programación Visual Basic utilizado para el método de Monte Carlo.	44
3	Cinéticas de transferencia de masa a las diferentes temperaturas de horneado: A) 120, B) 130 y C) 140 °C.	51
4	Cinéticas de transferencia de masa y contenido de humedad crítico de rodajas de papa horneadas (120, 130 y 140 °C).	52
5	A) Contenido de humedad promedio experimental ( $\bar{X}$ ) y estimado para el periodo de velocidad constante (PVC) y decreciente para el horneado de rodajas de papa a 120 °C. B) Difusividad efectiva ( $D_e$ ) estimada por los diferentes métodos.	57
6	A) Contenido de humedad promedio experimental ( $\bar{X}$ ) y estimado para el periodo de velocidad constante (PVC) y decreciente para el horneado de rodajas de papa a 130 °C. B) Difusividad efectiva ( $D_e$ ) estimada por los diferentes métodos.	58
7	A) Contenido de humedad promedio experimental ( $\bar{X}$ ) y estimado para el periodo de velocidad constante (PVC) y decreciente para el horneado de rodajas de papa a 140 °C. B) Difusividad efectiva ( $D_e$ ) estimada por los diferentes métodos.	59

- 8 A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para el 66  
 contenido de humedad inicial ( $X_0$ ), el coeficiente local de transferencia  
 de masa ( $k_Y$ ) y humedad de saturación del aire ( $Y_s$ ) obtenidos para el  
 horneado a 120 °C.
- 9 A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para la 67  
 humedad del aire ( $Y$ ), el área ( $A$ ) y la masa de sólidos secos ( $m_{ss}$ )  
 obtenidos para el horneado a 120 °C.
- 10 A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para el 68  
 contenido de humedad crítico ( $X_c$ ), el contenido de humedad de  
 equilibrio ( $X_\infty$ ) y el semiespesor ( $L$ ) obtenidos para el horneado a 120  
 °C.
- 11 A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para los 69  
 coeficientes de difusión  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  obtenidos para el horneado a 120  
 °C.
- 12 A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para el 70  
 contenido de humedad inicial ( $X_0$ ), el coeficiente local de transferencia  
 de masa ( $k_Y$ ) y humedad de saturación del aire ( $Y_s$ ) obtenidos para el  
 horneado a 130 °C.
- 13 A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para la 71  
 humedad del aire ( $Y$ ), el área ( $A$ ) y la masa de sólidos secos ( $m_{ss}$ )  
 obtenidos para el horneado a 130 °C.
- 14 A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para el 72  
 contenido de humedad crítico ( $X_c$ ), el contenido de humedad de

- equilibrio ( $X_{\infty}$ ) y el semiespesor ( $L$ ) obtenidos para el horneado a 130 °C.
- 15 A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para los 73  
coeficientes de difusión  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  obtenidos para el horneado a 130 °C.
- 16 A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para el 74  
contenido de humedad inicial ( $X_0$ ), el coeficiente local de transferencia de masa ( $k_Y$ ) y humedad de saturación del aire ( $Y_s$ ) obtenidos para el horneado a 140 °C.
- 17 A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para la 75  
humedad del aire ( $Y$ ), el área ( $A$ ) y la masa de sólidos secos ( $m_{ss}$ ) obtenidos para el horneado a 140 °C.
- 18 A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para el 76  
contenido de humedad crítico ( $X_c$ ), el contenido de humedad de equilibrio ( $X_{\infty}$ ) y el semiespesor ( $L$ ) obtenidos para el horneado a 140 °C.
- 19 A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para los 77  
coeficientes de difusión  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  obtenidos para el horneado a 140 °C.
- 20 Distribución de probabilidad y análisis estadístico para el contenido de 78  
humedad promedio ( $\bar{X}_c$ ) obtenido para las diferentes temperaturas de horneado A) 120, B) 130 y C) 140 °C.

21	Media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ) del contenido de humedad promedio ( $\bar{X}$ ) contra el tiempo de horneado, experimentales y con el método de Monte Carlo para el horneado a A) 120, B) 130 y C) 140 °C.	82
22	Cinética de la fuerza de fractura para el horneado de rodajas de papa a 120, 130 y 140 °C ( $LSD = 3.58$ N).	96
23	A) Fuerza de fractura experimental y estimada con la distribución de Weibull; y B) parámetros adimensionales obtenidos para el horneado de rodajas de papa a 120 °C.	97
24	A) Fuerza de fractura experimental y estimada con la distribución de Weibull; y B) parámetros adimensionales obtenidos para el horneado de rodajas de papa a 130 °C.	100
25	A) Fuerza de fractura experimental y estimada con la distribución de Weibull; y B) parámetros adimensionales obtenidos para el horneado de rodajas de papa a 140 °C.	101

## ÍNDICE DE CUADROS

<b>Cuadro</b>	<b>Descripción</b>	<b>Pág.</b>
1	Composición nutrimental de papa fresca por cada 100 g.	11
2	Parámetros ingenieriles de transferencia de masa obtenidos a las diferentes temperaturas de horneado.	54
3	Intervalos de la difusividad efectiva ( $D_e$ ) obtenida por diferentes métodos.	60
4	Media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ) experimental de las variables de entrada para las diferentes condiciones de horneado.	64
5	Pruebas de Normalidad para las doce variables de entrada al modelo ( $X_0$ , $k_Y$ , $Y_s$ , $Y$ , $A$ , $m_{ss}$ , $X_c$ , $X_\infty$ , $L$ , $D_0$ , $D_1$ y $D_2$ ) obtenidas a las temperaturas de horneado de 120, 130 y 140 °C.	79
6	Pruebas de Normalidad para el contenido de humedad crítico promedio ( $\bar{X}_c$ ) obtenido a las diferentes temperaturas de horneado (120, 130 y 140 °C).	80
7	Media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ) del contenido de humedad promedio crítico ( $\bar{X}_c$ ) experimental y con el método de Monte Carlo a las diferentes temperaturas de horneado.	84
8	Análisis de sensibilidad a diferentes tiempos (900, 1200 y 2580 s) del proceso de horneado a 120 °C.	86
9	Análisis de sensibilidad a diferentes tiempos (600, 900 y 2400 s) del proceso de horneado a 130 °C.	88

10	Análisis de sensibilidad a diferentes tiempos (600, 900 y 1980 s) del proceso de horneado a 140 °C.	89
11	VARIABLES DE CALIDAD DE LAS RODAJAS DE PAPA: actividad de agua ( $a_w$ ), parámetros de color ( $L^*$ , $a^*$ , $b^*$ y $\Delta E$ ) y fracturabilidad ( $F$ ).	92
12	Fracturabilidad (N) experimental y estimada con la distribución Weibull de rodajas de papa horneadas (120, 130 y 140 °C).	102

## I RESUMEN

El horneado se considera una alternativa saludable al método de freído en la elaboración de hojuelas de papa. Este proceso es un fenómeno no determinístico debido a la composición de los alimentos y a la variabilidad en las condiciones de operación durante el procesamiento. El objetivo de este trabajo fue analizar la variabilidad aleatoria en la transferencia de masa durante el proceso de horneado con aire caliente de rodajas de papa (*Solanum tuberosum* L.) mediante la aplicación del método de Monte Carlo para obtener predicciones de la distribución en el contenido de humedad. Para el desarrollo del proyecto se utilizó la ley de difusión de Fick como modelo determinístico. Se caracterizaron las distribuciones de probabilidad del contenido de humedad inicial ( $X_0$ ) (método gravimétrico), coeficiente local de transferencia de masa ( $k_Y$ ) (calculado), humedad de saturación ( $Y_s$ ) y absoluta ( $Y$ ) del aire (bulbo húmedo y seco), área de transferencia de masa ( $A$ ) (método del cuadrículado), masa de sólidos secos ( $m_{ss}$ ) (método de gravimétrico), contenido de humedad crítico ( $X_c$ ) (regresión lineal) y de equilibrio ( $X_\infty$ ) (método gravimétrico), semiespesor ( $L$ ) (vernier digital) y difusividad efectiva ( $D_e$ ) constante [(Método de Pendientes por Subperiodos (MPS) y Método de Aproximaciones Sucesivas (MAS)] y  $D_e$  variable (modelo cuadrático, MC; y distribución de Weibull). Se aplicó el método de Monte Carlo para evaluar la dispersión del contenido de humedad promedio ( $\bar{X}$ ). Posteriormente, se realizó un análisis de sensibilidad con el método de Monte Carlo. Se evaluaron las variables de calidad: actividad de agua ( $a_w$ , higrometría del punto de rocío), diferencia total de color ( $\Delta E$ , colorimetría) y fracturabilidad ( $F$ , punción). Se midió experimentalmente la fracturabilidad a diferentes tiempos de horneado y se modeló mediante la distribución de Weibull. Se realizó un diseño completamente aleatorio (Fisher,  $\alpha = 0.05$ ,  $n = 20$ ) para evaluar el efecto del horneado (120, 130 y 140 °C) sobre las variables de proceso ( $X_0$ ,  $N$ ,  $k_Y$ ,  $Y_s$ ,  $Y$ ,  $X_c$  y  $X_\infty$ ). Se obtuvo un

análisis mediante estadística descriptiva para cada una de las variables de proceso ( $X_0$ ,  $k_Y$ ,  $Y_s$ ,  $Y$ ,  $A$ ,  $m_{ss}$ ,  $X_c$ ,  $X_\infty$ ,  $L$ ,  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$ ) para el modelado con el método de Monte Carlo. Se utilizó un diseño completamente al azar (Fisher,  $\alpha = 0.05$ ) para evaluar el impacto de la temperatura de horneado sobre las variables de calidad: actividad de agua ( $a_w$ ,  $n = 3$ ), diferencia total de color ( $\Delta E$ ,  $n = 3$ ) y fracturabilidad ( $F$ ,  $n = 5$ ). A su vez, se utilizó la prueba  $t$  de Student ( $\alpha = 0.05$ ) para analizar la  $a_w$  y la  $F$  debido a la condición de la hortaliza (rodajas de papa frescas y horneadas). Para las cinéticas de fracturabilidad ( $n = 5$ ) se utilizó la prueba Fisher ( $\alpha = 0.05$ ) al usar como factores el tiempo y la temperatura de horneado (0, 240, 480, 720, 960, 1200, 1440, 1680, 1920, 2160 s para 120 °C; 0, 240, 480, 720, 960, 1200, 1440, 1680, 1920 s para 130 °C; y 0, 240, 480, 720, 960, 1200, 1440, 1680, 1920 s para 140 °C). Los intervalos de las variables de proceso para  $X_0$ ,  $k_Y$ ,  $Y_s$ ,  $Y$ ,  $A$ ,  $m_{ss}$ ,  $X_c$ ,  $X_\infty$ ,  $L$ ,  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  fueron:  $4.48 \pm 0.43$  a  $5.23 \pm 0.58$  kg agua/kg s.s.,  $1.74 \times 10^{-2} \pm 7.14 \times 10^{-4}$  a  $1.76 \times 10^{-2} \pm 9.25 \times 10^{-4}$  kg agua/m<sup>2</sup>s $\Delta Y$ ,  $4.64 \times 10^{-2} \pm 2.42 \times 10^{-3}$  a  $5.41 \times 10^{-2} \pm 2.93 \times 10^{-3}$  kg agua/kg a.s.,  $1.15 \times 10^{-2} \pm 2.47 \times 10^{-3}$  a  $1.21 \times 10^{-2} \pm 3.06 \times 10^{-3}$  kg agua/kg a.s.,  $3.38 \times 10^{-2} \pm 5.34 \times 10^{-4}$  a  $3.43 \times 10^{-2} \pm 4.36 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>,  $6.31 \times 10^{-3} \pm 9.30 \times 10^{-4}$  a  $7.04 \times 10^{-3} \pm 4.85 \times 10^{-4}$  kg,  $1.97 \pm 0.31$  a  $2.12 \pm 0.28$  kg agua/kg s.s.,  $0.015 \pm 0.002$  a  $0.025 \pm 0.005$  kg agua/kg s.s.,  $8.58 \times 10^{-4} \pm 2.19 \times 10^{-5}$  a  $8.77 \times 10^{-4} \pm 2.81 \times 10^{-5}$  m,  $4.10 \times 10^{-11} \pm 2.19 \times 10^{-11}$  a  $6.08 \times 10^{-11} \pm 4.75 \times 10^{-11}$  m<sup>2</sup>/s,  $1.97 \times 10^{-12} \pm 5.13 \times 10^{-13}$  a  $2.64 \times 10^{-12} \pm 5.56 \times 10^{-13}$  m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>,  $6.46 \times 10^{-16} \pm 3.26 \times 10^{-16}$  a  $-3.91 \times 10^{-16} \pm 3.92 \times 10^{-16}$  m<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>, respectivamente. La  $D_e$  obtenida con los diferentes métodos (MPS, MAS, MC y Weibull) incrementó durante el proceso de horneado, a excepción de la  $D_e = D_0$ , la cual permaneció constante debido a que  $D_1$  y  $D_2$  se consideraron nulas. Las predicciones del  $\bar{X}$  al considerar una  $D_e$  con comportamiento cuadrático del tiempo y la distribución de Weibull mostraron el mejor ajuste a los datos experimentales con  $R^2 \geq 0.999$ . La  $\mu$  y  $\sigma$  para el  $\bar{X}$  predichas con el método de Monte Carlo presentaron un adecuado ajuste a lo

obtenido experimentalmente ( $R^2 \geq 0.999$  para  $\mu$  y  $R^2 \geq 0.940$  para  $\sigma$ ). El análisis de sensibilidad indicó que al inicio del proceso la  $X_0$  originó la mayor variabilidad, sin embargo, al final del horneado la variable con mayor contribución fue  $X_\infty$ . Los rangos encontrados a las diferentes temperaturas para las variables de calidad  $a_w$ ,  $\Delta E$  y  $F$  fueron de 0.234 a 0.276, 17.9 a 24.6 y 5.20 a 5.49 N, respectivamente. Los modelos de fracturabilidad obtenidos mediante la distribución de Weibull se ajustaron adecuadamente ( $R^2 \geq 0.995$ ) a la fuerza de fractura experimental. El modelo obtenido para el  $\bar{X}$  al considerar una  $D_e$  variable y la caracterización adecuada de las variables de entrada al método de Monte Carlo, proporcionaron predicciones satisfactorias para la  $\mu$  del  $\bar{X}$  y su dispersión durante el proceso de horneado en rodajas de papa. El análisis de sensibilidad permitió identificar qué variable contribuyó mayormente a la dispersión en el horneado. Esto posibilita sugerir estrategias más eficientes para disminuir dicha dispersión y mejorar el proceso de horneado, lo que facilita optimizar la calidad del producto y las condiciones de procesamiento.

## ABSTRACT

Baking is considered a healthy alternative to frying in the production of potato flakes. This process is a non-deterministic phenomenon due to the composition of the food and the variability in the operating conditions during processing. The objective was to analyze the random variability in mass transfer during the hot air baking process of potato slices (*Solanum tuberosum* L.) by applying the Monte Carlo method to obtain predictions of the moisture content distribution. For the development of the project, Fick's diffusion law was used as a deterministic model. The probability distributions of the initial moisture content ( $X_0$ ) (gravimetric method), local mass transfer coefficient ( $k_Y$ ) (calculated), saturation ( $Y_s$ ) and absolute ( $Y$ ) air's humidity (wet and dry bulb), mass transfer area ( $A$ ) (grid method), mass of dry solids ( $m_{ss}$ ) (gravimetric method), critical moisture content ( $X_c$ ) (linear regression) and equilibrium ( $X_\infty$ ) (gravimetric method), semi-thickness ( $L$ ) (digital vernier) and constant effective diffusivity ( $D_e$ ) [(Method of Slopes by Subperiod (MSS) and Method of Successive Approximations (MSA)] and variable  $D_e$  (quadratic model, QM; and Weibull distribution) were characterized. The Monte Carlo method was applied to evaluate the dispersion on the average moisture content ( $\bar{X}$ ). Subsequently, a sensitivity analysis was performed using the Monte Carlo method. The next quality variables were evaluated: water activity ( $a_w$ , dew point hygrometry), total color difference ( $\Delta E$ , colorimetry), and fracturability ( $F$ , puncture). The fracturability was measured experimentally at different baking times and modeled using the Weibull distribution. A completely randomized design (Fisher,  $\alpha = 0.05$ ,  $n = 20$ ) was performed to evaluate the effect of baking (120, 130, and 140 °C) on the process variables ( $X_0$ ,  $N$ ,  $k_Y$ ,  $Y_s$ ,  $Y$ ,  $X_c$ , and  $X_\infty$ ). A descriptive statistics analysis was performed for each of the process variables ( $X_0$ ,  $k_Y$ ,  $Y_s$ ,  $Y$ ,  $A$ ,  $m_{ss}$ ,  $X_c$ ,  $X_\infty$ ,  $L$ ,  $D_0$ ,  $D_1$ , and  $D_2$ ) for Monte Carlo modeling. A completely randomized design

(Fisher,  $\alpha = 0.05$ ) was used to evaluate the impact of baking temperature on the quality variables: water activity ( $a_w$ ,  $n = 3$ ), total color difference ( $\Delta E$ ,  $n = 3$ ), and fracturability ( $F$ ,  $n = 5$ ). In turn, the Student's  $t$  test ( $\alpha = 0.05$ ) was used to analyze  $a_w$  and  $F$  due to the condition of the vegetable (fresh and baked potato slices). For the fracturability kinetics ( $n = 5$ ) the Fisher test ( $\alpha = 0.05$ ) was used having as factors the baking time and temperature (0, 240, 480, 720, 960, 1200, 1440, 1680, 1920, 2160 s for 120 °C; 0, 240, 480, 720, 960, 1200, 1440, 1680, 1920 s for 130 °C; and 0, 240, 480, 720, 960, 1200, 1440, 1680, 1920 s for 140 °C). The input process variables  $X_0$ ,  $k_Y$ ,  $Y_s$ ,  $Y$ ,  $A$ ,  $m_{ss}$ ,  $X_c$ ,  $X_\infty$ ,  $L$ ,  $D_0$ ,  $D_1$ , and  $D_2$ , ranged from:  $4.48 \pm 0.43$  to  $5.23 \pm 0.58$  kg water/kg d.s.,  $1.74 \times 10^{-2} \pm 7.14 \times 10^{-4}$  to  $1.76 \times 10^{-2} \pm 9.25 \times 10^{-4}$  kg water/m<sup>2</sup>s $\Delta Y$ ,  $4.64 \times 10^{-2} \pm 2.42 \times 10^{-3}$  to  $5.41 \times 10^{-2} \pm 2.93 \times 10^{-3}$  kg water/kg d.a.,  $1.15 \times 10^{-2} \pm 2.47 \times 10^{-3}$  to  $1.21 \times 10^{-2} \pm 3.06 \times 10^{-3}$  kg water/kg d.a.,  $3.38 \times 10^{-2} \pm 5.34 \times 10^{-4}$  to  $3.43 \times 10^{-2} \pm 4.36 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>,  $6.31 \times 10^{-3} \pm 9.30 \times 10^{-4}$  to  $7.04 \times 10^{-3} \pm 4.85 \times 10^{-4}$  kg,  $1.97 \pm 0.31$  to  $2.12 \pm 0.28$  kg water/kg d.s.,  $0.015 \pm 0.002$  to  $0.025 \pm 0.005$  kg water/kg d.s.,  $8.58 \times 10^{-4} \pm 2.19 \times 10^{-5}$  to  $8.77 \times 10^{-4} \pm 2.81 \times 10^{-5}$  m,  $4.10 \times 10^{-11} \pm 2.19 \times 10^{-11}$  to  $6.08 \times 10^{-11} \pm 4.75 \times 10^{-11}$  m<sup>2</sup>/s,  $1.97 \times 10^{-12} \pm 5.13 \times 10^{-13}$  to  $2.64 \times 10^{-12} \pm 5.56 \times 10^{-13}$  m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>,  $-6.46 \times 10^{-16} \pm 3.26 \times 10^{-16}$  to  $-3.91 \times 10^{-16} \pm 3.92 \times 10^{-16}$  m<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>, respectively. The  $D_e$  obtained with the different methods (MSS, MSA, QM, and Weibull) increased during the baking process, except for  $D_e = D_0$  which remained constant because  $D_1$  and  $D_2$  were considered null. The  $\bar{X}$  predictions, when considering a  $D_e$  with quadratic behavior of time and the Weibull distribution, showed the best adjustment to the experimental data ( $R^2 \geq 0.999$ ). The  $\mu$  and  $\sigma$  for  $\bar{X}$  predicted with the Monte Carlo Method presented an adequate adjustment to the experimentally obtained data ( $R^2 \geq 0.999$  for  $\mu$  and  $R^2 \geq 0.940$  for  $\sigma$ ). The sensitivity analysis indicated that at the beginning of the process  $X_0$  originated the greatest variability, however, at the end of baking the variable with the greatest contribution was  $X_\infty$ . The quality variables  $a_w$ ,  $\Delta E$ , and  $F$  at different

temperatures ranged from 0.234 to 0.276, 17.9 to 24.6, and 5.20 to 5.49 N, respectively. The fracturability models obtained using the Weibull distribution were adequately adjusted ( $R^2 \geq 0.995$ ) to the experimental fracture force. The model obtained for  $\bar{X}$ , considering a variable  $D_e$  and the adequate characterization of the input variables to the Monte Carlo Model, provided satisfactory predictions for the  $\mu$  of  $\bar{X}$  and its dispersion during the baking process of potato slices. The sensitivity analysis allowed to identify which variable contributed most to the dispersion in baking. This makes it possible to suggest more efficient strategies to reduce such dispersion and improve the baking process, which facilitates optimizing the product quality and the processing conditions.

## II INTRODUCCIÓN

La papa (*Solanum Tuberosum* L.) es uno de los principales cultivos de mayor producción a nivel mundial, seguido del maíz, arroz, trigo y frijol (Haro 2019). Esta hortaliza es una fuente importante de nutrimentos, debido a que aporta compuestos con actividad antioxidante, como ácido ascórbico,  $\alpha$ -tocoferol, carotenoides, diferentes polifenoles y ácidos fenólicos (Cerón-Lasso y col 2018).

En México, la elaboración de productos derivados de papa ha crecido en los últimos años, esto debido a la necesidad de la población de obtener alimentos listos para su consumo. Uno de los principales productos de papa son las hojuelas tipo chips (Alonso 2014), las cuales se obtienen regularmente mediante la técnica de freído que consiste en la inmersión del alimento en aceite caliente, su objetivo es producir la caramelización y el pardeamiento no enzimático lo que da lugar a la formación de una corteza dorada y con ello, se favorece la palatabilidad y proporciona un sabor atractivo al consumidor. Por otro lado, el método de freído deshidrata y destruye térmicamente los microorganismos que puedan descomponer el alimento, ya que reduce la actividad de agua al mínimo. Sin embargo, presenta desventajas como: el alto contenido energético por la grasa añadida a los alimentos, además de favorecer la rápida oxidación del alimento, ocasionado por la reacción de la grasa con el oxígeno y la luz, esto da lugar a los sabores característicos de rancio, desagradables para el consumidor. Otra desventaja del proceso de freído es que los aceites deben cambiarse constantemente porque ocurre un proceso de hidrólisis, oxidación y polimerización. Una alternativa al freído es el horneado, el cual es un método de conservación que ayuda a prolongar la vida útil de los alimentos protegiéndolos de microorganismos y enzimas responsables de su deterioro (Aguilar 2012; Fellows 2017). Se considera como una alternativa saludable al método de freído debido a su

potencial para proveer un producto similar sin añadir grasa (Tuta y Palazoğlu 2017). El horneado implica la transferencia de humedad por evaporación desde el alimento al aire circundante. Los cambios químicos, reológicos y estructurales que ocurren en el alimento durante el horneado dependen de las condiciones del proceso (temperatura y tiempo) así como del contenido de humedad de los alimentos (Fellows 2017). El contenido de humedad tiene un impacto importante en los atributos finales del producto, es por ello, que es relevante evaluar la transferencia de masa dentro del alimento durante el proceso de horneado (Ferrari y col 2012).

En la mayoría de los estudios de transferencia de masa durante el procesamiento de alimentos se considera un coeficiente de difusión constante, sin embargo, este parámetro varía con el tiempo, por lo que la difusividad efectiva y su comportamiento no pueden ser estimados con precisión. La incorporación de una difusividad variable en un modelo analítico genera buenas estimaciones de los perfiles e historias del contenido de humedad real. Además, el modelado y la simulación del proceso permiten obtener las condiciones de operación más adecuadas de acuerdo con los atributos deseados del producto (Iribe-Salazar y col 2018). En los años recientes, la simulación ha logrado un papel importante en el modelado del proceso de horneado, y hoy en día es una de las herramientas más útiles para ayudar a comprender los procesos y predecir fenómenos (Ferrari y col 2012).

Por otra parte, mediante el método de Monte Carlo se puede estimar la variabilidad del contenido de humedad en los alimentos durante el horneado, al considerar el proceso de transferencia de masa como un fenómeno estocástico (Iribe-Salazar 2018).

Actualmente, no se han analizado las predicciones de las distribuciones de contenido de humedad obtenidas mediante el método de Monte Carlo en rodajas de papa durante el horneado,

por lo que fue de interés analizar los resultados de este trabajo ya que posibilita identificar los parámetros que contribuyen en mayor medida a la variabilidad aleatoria en la transferencia de masa, con el fin de disminuirla, de obtener un producto de mejor calidad y disminuir los costos de procesamiento. Es por ello que el objetivo de este proyecto fue analizar la variabilidad aleatoria en la transferencia de masa durante el proceso de horneado con aire caliente de rodajas de papa (*Solanum tuberosum* L.) mediante la aplicación del método de Monte Carlo para obtener predicciones de la distribución en el contenido de humedad durante todo el proceso.

### III REVISIÓN DE LITERATURA

#### A PAPA

##### 1 Generalidades

La papa pertenece a la familia *Solanaceae*, género *Solanum* y especie *Tuberosum*. Es una planta herbácea, dicotiledónea, conformada de un sistema aéreo y otro subterráneo de naturaleza rizomatosa del cual se originan los tubérculos (parte comestible). Los tubérculos de papa son hortalizas y a su vez, son tallos modificados que constituyen los órganos de reserva de la planta; varían en tamaño, forma y color (Márquez-Vasallo y col 2020).

Es originaria de Sudamérica, específicamente de la cordillera de los Andes, entre Bolivia y Perú. Tras la conquista española el cultivo de papa se extendió por todo el mundo. Actualmente, es uno de los alimentos más consumidos a nivel mundial (Aragón 2018).

##### 2 Composición química

Las propiedades nutrimentales de la papa han sido ampliamente estudiadas, resalta su importante aporte de carbohidratos, proteínas y fibra dietaria como principales componentes; mientras que se ha destacado la presencia de vitaminas del complejo B como tiamina (B1), niacina (B3) y piridoxina (B6), así como de vitamina C y minerales como magnesio, hierro, calcio, potasio y fósforo (**Cuadro 1**) (Cerón-Lasso y col 2018).

La papa es una importante fuente de nutrimentos para la dieta humana, ya que aporta sustancias bioactivas que presentan actividad antioxidante. Los principales compuestos presentes en los tubérculos de papa con potencial antioxidante son: ácido ascórbico,  $\alpha$ -tocoferol, carotenoides, diferentes polifenoles y ácidos fenólicos como el ácido clorogénico. Dichos compuestos ejercen una función protectora para el organismo, al disminuir los efectos adversos

**Cuadro 1.** Composición nutrimental de papa fresca por cada 100 g.

Contenido energético	322 kJ (77 kcal)
<b>Componentes</b>	<b>Cantidad</b>
Agua	79.25 g
Proteína	2.05 g
Grasas	0.09 g
Carbohidratos	17.49 g
Fibra dietaria	2.1 g
Almidón	15.29 g
Tiamina (vitamina B1)	0.081 mg
Rivoflavina (vitamina B2)	0.032 mg
Niacina (vitamina B3)	1.061 mg
Piridoxina (vitamina B6)	0.298 mg
Folato (vitamina B9)	15 µg
Vitamina C	19.7 mg
Vitamina E	0.01 mg
Vitamina K	2 µg
Calcio	12 mg
Hierro	0.81 mg
Magnesio	23 mg
Fósforo	57 mg
Potasio	425 mg
Sodio	66 mg
Zinc	0.3 mg
Cobre	0.11 mg
Manganeso	0.153 mg

Fuente: United States Department of Agriculture [USDA] 2019.

que causan los radicales libres (Cerón-Lasso y col 2018).

### **3 Importancia económica**

#### **a Producción mundial**

A nivel mundial la producción de papa ocupa el tercer lugar de los principales cultivos seguidos del arroz y maíz (International Potato Center [CIP] 2019; Márquez-Vasallo y col 2020). En el 2022, se produjeron en el mundo alrededor de 470 409 159 t de papa, China es el principal productor con 95 321 442 toneladas seguido de India (56 176 000 t) y Ucrania (20 899 210 t). Por su parte, México ocupa el lugar 31 en la producción mundial con 1 870 129 t (Food and Agriculture Organization Statistics [FAOSTAT] 2022).

#### **b Producción nacional**

En el año 2023, los principales estados mexicanos productores de papa fueron Sonora (672 191 t), Sinaloa (414 402 t) y México (168 750 t) (Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera [SIAP] 2023). De la producción nacional de papa el 29 % se destina a la industria, el 56 % es para consumo en fresco y el 15 % se utiliza para la producción de semilla. Se considera que México es autosuficiente en la producción de papa, por su amplia distribución en el país, debido a que este tubérculo se produce todo el año, aunque el consumo nacional es relativamente bajo (14.3 kilogramos per cápita anual) en comparación con otros países (Haro 2019).

#### **c Exportación e importación**

En 2022, los principales países exportadores de papa fueron Países Bajos, Francia y Alemania. Mientras que los mayores importadores fueron Bélgica, Estados Unidos y España (The Observatory of Economic Complexity [OEC] 2022).

#### **4 Productos derivados de papa**

Una vez cosechada, la papa se destina a diversos fines. El consumo en fresco abarca menos del 50 % de la producción mundial. Con el resto se obtienen productos procesados, alimento para el ganado, almidón para la industria y tubérculos semilla para la siguiente cosecha.

Entre los productos industrializados de papa se encuentran: papas congeladas, hojuelas de papa (fritas o deshidratadas), productos extrudidos, harinas, purés, fécula (almidón) utilizada en repostería y en la elaboración de bebidas alcohólicas (FAO 2008).

Uno de los productos más populares son las papas fritas envasadas, las cuales se obtienen mediante el freído por inmersión, considerada una operación unitaria en donde la materia prima es sumergida en alto contenido de aceite que suele estar entre 150 y 190 °C. En la actualidad, las papas fritas son la botana preferida a nivel mundial, lo que explica la gran demanda que tienen estos productos (PROFECO 2008). En México se consume un promedio de 7.8 kg de papas fritas al año por persona (Expert Market Research [EMR] 2023). Generalmente, el 90 % de los hogares consumen productos de esta categoría, genera más de 174.64 millones de dólares al año (EMR 2023; Torres 2023).

Por otro lado, el consumo de papas fritas, que en muchas ocasiones no se percibe como un riesgo para la dieta, puede llevar a la ingesta de un alto contenido energético, ya que 100 g de papas fritas proporcionan alrededor de 2 000 kJ (478 cal). Esto atribuido al alto contenido de grasa, debido a que en la elaboración de papas fritas se utilizan grandes cantidades de aceites vegetales y el producto final retiene alrededor del 35 % (PROFECO 2008; Lucas y col 2011; Carbonell-Capella y col 2014).

## **B HORNEADO**

### **1 Generalidades**

El horneado es una operación unitaria que utiliza como fluido de contacto aire caliente. Un propósito de hornear es conservar los alimentos mediante la destrucción de microorganismos y la reducción de actividad de agua en la superficie (Fellows 2017). El horneado se considera como una alternativa saludable al método de freído debido a su potencial para proveer un producto similar sin añadir grasa (Tuta y Palazoğlu 2017).

Hornear implica la transferencia simultánea de calor y masa; el calor se transfiere a los alimentos desde las superficies calientes y el aire en el horno, por otra parte, la humedad se transfiere desde los alimentos al aire que los rodea y posteriormente, se retira del horno. En un horno, la energía se suministra a la superficie de los alimentos mediante una combinación de radiación infrarroja de las paredes del horno, por convección del aire circulante y por conducción a través de la bandeja en la que se colocan los alimentos. La radiación infrarroja se absorbe en los alimentos y se convierte en calor. Una película límite de aire actúa como una resistencia a la transferencia de calor hacia los alimentos y al movimiento del vapor de agua desde los alimentos. El espesor de la capa límite está determinado principalmente por la velocidad del aire y las propiedades superficiales de los alimentos; esta capa en parte controla las velocidades de transferencia de calor y masa (Fellows 2017).

El tamaño de los alimentos es un factor importante en el tiempo de horneado, ya que determina la distancia que debe difundirse la energía para hornear adecuadamente el centro de los alimentos.

Cuando se coloca un alimento en un horno caliente, la baja humedad del aire en el horno crea un gradiente de presión de vapor de humedad, lo que hace que la humedad en la superficie del alimento se evapore y esto a su vez crea un movimiento de humedad desde el interior del alimento a la superficie. El grado de pérdida de humedad está determinado por la naturaleza de los alimentos, el movimiento del aire en el horno y la velocidad de transferencia de masa. Cuando la velocidad de salida de humedad desde la superficie excede la velocidad de movimiento desde el interior, la zona de evaporación se mueve dentro de los alimentos, la superficie se seca, su temperatura se eleva a la temperatura del aire caliente (110 a 240 °C) y se forma una costra. Debido a que la cocción se realiza a presión atmosférica y la humedad escapa libremente de los alimentos, la temperatura interna de los alimentos no supera los 100 °C.

## **2 Efectos del horneado sobre los atributos de calidad**

El propósito de hornear es ocasionar cambios en las propiedades sensoriales de los alimentos, mejorar la palatabilidad y extender el rango de sabores, aromas y texturas en los alimentos producidos a partir de materias primas similares. Adicionalmente, destruye microorganismos, inactiva enzimas y disminuye la actividad de agua lo que permite conservar los alimentos.

Los cambios en la textura están determinados por la composición química de los alimentos (contenido de humedad, grasas, proteínas y carbohidratos estructurales) y por las condiciones de calentamiento. Una característica de muchos alimentos horneados es la formación de una corteza dorada, por lo cual el color impacta en la aceptabilidad y selección del producto (Cazzaniga y col 2021). Se ha informado que las condiciones de calentamiento ocasionan el oscurecimiento de la superficie de los alimentos, esto debido a la reacción de Maillard (entre

azúcares y aminoácidos), la caramelización de azúcares y dextrinas, y la carbonización de azúcares, grasas y proteínas. Por su parte, los aromas producidos por el horneado son una característica sensorial importante de los productos, debido a que la reacción de Maillard y la degradación de aminoácidos (degradación de Strecker) dan lugar a la formación de diferentes compuestos aromáticos según la combinación de aminoácidos libres y azúcares presentes en el alimento (Fellows 2017). Durante el horneado, se producen cambios en las proteínas y grasas del alimento, además, el almidón se gelatiniza e hidroliza a dextrinas y posteriormente, disminuyen los azúcares. Sin embargo, en cada caso, el contenido nutrimental no se ve sustancialmente afectado (Fellows 2017).

En el horneado en contraste con la deshidratación (donde el objetivo es eliminar la mayor cantidad de agua posible con cambios mínimos en la calidad sensorial), los cambios inducidos por el calor en la superficie de los alimentos y la remoción de humedad del interior para producir la textura crujiente son atributos deseables de calidad (Fellows 2017).

## **C TRANSFERENCIA DE MASA**

La transferencia de masa tiene lugar cuando el componente de una mezcla migra en una misma fase o de una fase a otra, a consecuencia de la diferencia de concentración entre dos puntos (Geankoplis y col 2018).

### **1 Difusión molecular**

La difusión molecular (o transporte molecular) se define como la transferencia (o desplazamiento) de moléculas individuales a través de un fluido por medio de los desplazamientos individuales y desordenados de las moléculas.

Al considerar la difusión de moléculas cuando la totalidad del fluido está inmóvil, la difusión de las moléculas se debe a un gradiente de concentración (fuerza impulsora).

A pesar de que la rapidez de difusión de sólidos suele ser menor que en los líquidos y en los gases, la transferencia de masa en los sólidos es de gran importancia en los procesos químicos y biológicos. Algunos ejemplos son la lixiviación; el secado; la difusión y reacción catalítica en catalizadores sólidos; entre otros (Geankoplis y col 2018).

### **a Difusión molecular en sólidos**

El transporte en sólidos puede clasificarse en dos tipos de difusión: la difusión que sigue la ley de Fick y que no depende esencialmente de la estructura del sólido; y la difusión en sólidos porosos, en la que la estructura real y los canales vacíos revisten gran importancia (Geankoplis y col 2018).

#### **1) Difusión en sólidos que sigue la ley de Fick**

Este tipo de difusión en sólidos no depende de la estructura real del sólido, debido a que se considera como un material homogéneo. La difusión se verifica cuando el fluido o soluto que se difunde se disuelve en el sólido para formar una solución más o menos homogénea (Geankoplis y col 2018). Al aplicar la ley de Fick para la difusión en sólidos se define (Iribesalazar 2018):

$$N_A = -D_{AB} \frac{dX_A}{dx} \quad (1)$$

donde  $N_A$  representa la densidad de flujo de la sustancia A por unidad de sección transversal de sólido,  $D_{AB}$  es la difusividad en  $m^2/s$  de A a través del sólido y casi siempre se supone constante e independiente de la presión para los sólidos y  $dX_A/dx$  es el gradiente de contenido de humedad

en la dirección de la difusión ( $x$ ). El signo negativo indica que la difusión ocurre en el sentido del decremento de la concentración.

Al integrar la Ecuación (1) para una placa sólida en estado estacionario se obtiene la siguiente expresión:

$$N_A = D_{AB} \frac{X_{A1} - X_{A2}}{x_2 - x_1} \quad (2)$$

## 2) Difusión en sólidos porosos

En esta sección interesan los sólidos porosos que tienen canales o espacios vacíos interconectados que afectan a la difusión. En caso de que los espacios vacíos estén totalmente llenos de agua en fase líquida, la concentración de A en el agua en el punto 1 es  $X_{A1}$  y en el punto 2 es  $X_{A2}$ . Al difundirse en el agua por los conductos vacíos, el componente A sigue una trayectoria sinuosa desconocida que es mayor que  $(x_2 - x_1)$  por un factor  $\tau$ , llamado sinuosidad o tortuosidad (Geankoplis y col 2018). Al utilizar la ecuación para la difusión en estado estacionario del componente A en B, se obtiene (Iribe-Salazar 2018):

$$N_A = \frac{\varepsilon D_{AB} (X_{A1} - X_{A2})}{\tau (x_2 - x_1)} \quad (3)$$

donde  $\varepsilon$  representa la fracción de espacios vacíos,  $D_{AB}$  la difusividad de A en B y  $\tau$  es la tortuosidad o sinuosidad, un factor de corrección de la trayectoria más larga que  $(x_2 - x_1)$ . En sólidos de tipo inerte,  $\tau$  puede variar de 1.5 a 5 (Geankoplis y col 2018). En diversos casos es conveniente combinar los términos en una expresión de difusividad efectiva ( $D_e$ ,  $m^2/s$ ) (Iribe-Salazar 2018):

$$D_e = \frac{\varepsilon}{\tau} D_{AB} \quad (4)$$

## 2 Transferencia de masa en estado transitorio

Para que se alcance el estado estacionario, debe transcurrir un cierto tiempo después de iniciar el proceso de transferencia de masa para que desaparezcan las condiciones de estado no estacionario.

Para deducir la ecuación de difusión en estado estacionario en una dirección para la transferencia de masa se realiza un balance de masa en un elemento volumen, al considerar que la masa se difunde en dirección  $x$  en un cubo constituido por un sólido cuyas dimensiones son  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta z$ . La difusión en la dirección  $x$  se expresa en la siguiente ecuación:

$$N_A = -D_{AB} \frac{\partial X_A}{\partial x} \quad (5)$$

En donde el término  $\partial X_A / \partial x$  es la derivada parcial de  $X_A$  con respecto a  $x$  o la velocidad de cambio de  $X_A$  con respecto a  $x$  cuando las otras variables ( $y$  y  $z$ ) y tiempo  $t$  se mantienen constantes.

Posteriormente, se procede a realizar un balance del componente A en términos de masa en ausencia de generación, es decir:

$$\text{Velocidad de entrada} = \text{Velocidad de salida} + \text{Velocidad acumulada}$$

La velocidad de entrada ( $N_A|_x \Delta y \Delta z$ ) y la velocidad de salida ( $N_A|_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z$ ) en kg/s quedan representadas en las siguientes expresiones:

$$N_A|_x (\Delta y \Delta z) = -D_{AB} \frac{\partial X_A}{\partial x} \Big|_x (\Delta y \Delta z)$$

$$N_A|_{x+\Delta x} (\Delta y \Delta z) = -D_{AB} \frac{\partial X_A}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} (\Delta y \Delta z) \quad (6)$$

Mientras que, la velocidad de acumulación para el volumen  $(\Delta x \Delta y \Delta z)$  en  $m^3$  es:

$$\text{Velocidad de acumulación} = (\Delta x \Delta y \Delta z) \frac{\partial X_A}{\partial t} \quad (7)$$

Al sustituir las Ecuaciones (6) y (7) en el balance del componente A antes mencionado y posteriormente, dividir entre el elemento volumen  $(\Delta x \Delta y \Delta z)$ , se obtiene la ecuación (8):

$$D_{AB} \frac{\frac{\partial X_A}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} - \frac{\partial X_A}{\partial x} \Big|_x}{\Delta x} = \frac{\partial X_A}{\partial t} \quad (8)$$

Al calcular el límite cuando  $\Delta x$  tiende a cero, se obtiene la segunda derivada parcial de la concentración del componente A con respecto a la posición  $(\partial^2 X_A / \partial x^2)$ , en el primer miembro de la Ecuación (8). Al reordenar la expresión, se obtiene la ley de la difusión de Fick con difusividad constante:

$$\frac{\partial X_A}{\partial t} = D_{AB} \frac{\partial^2 X_A}{\partial x^2} \quad (9)$$

Esta expresión relaciona la variación de la concentración en función de la posición  $(x)$  y el tiempo  $(t)$  (Geankoplis y col 2018). Sin embargo, el considerar una difusividad constante limita el modelo, debido a que debe considerarse como una función de la temperatura, contenido de humedad y estructura física (Farkas y col 1996).

Para una difusión en las tres dimensiones, una deducción similar lleva a la siguiente expresión conocida como la segunda ley de Fick (Geankoplis y col 2018):

$$\frac{\partial X_A}{\partial t} = D_{AB} \left( \frac{\partial^2 X_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 X_A}{\partial z^2} \right) \quad (10)$$

### a Transferencia de masa cuando la resistencia externa es despreciable

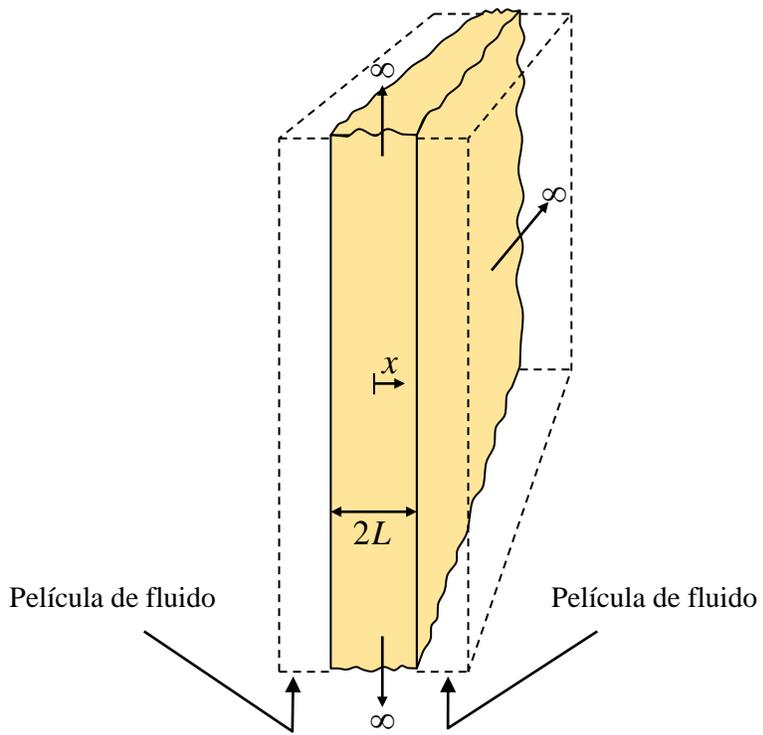
Cuando la resistencia convectiva es pequeña comparada con la resistencia total a la transferencia de masa ( $Bi > 40$ ), se considera que la resistencia que controla la velocidad de transferencia de masa en el periodo de velocidad decreciente es la interna. Esto indica que la transferencia de masa en la película que rodea al sólido es bastante rápida y, debido a esto, todos los puntos dentro de la película se encuentran con el mismo contenido de humedad. Así, el contenido de humedad de la superficie  $X_s$  del sólido es constante y es igual al contenido de humedad del medio  $X_\infty$  en cualquier instante (Sakin y col 2007).

En el caso de una placa infinita, es decir, cuando el espesor de la placa es pequeño comparado con su largo y ancho (**Figura 1**), la segunda ley de Fick para difusión en estado no estacionario se describe por la siguiente expresión (Sakin y col 2007):

$$\frac{\partial X_A}{\partial t} = D_{AB} \frac{\partial^2 X_A}{\partial x^2} \quad (9)$$

Donde  $X_A$  es el contenido de humedad (kg de agua/kg s.s.),  $D_{AB}$  representa la difusividad de humedad ( $m^2/s$ ),  $t$  el tiempo (s) y  $x$  la distancia para la difusión. Dicha ecuación se puede utilizar para establecer el contenido de humedad de la placa en función de la posición y el tiempo  $X(x, t)$ , mientras que la condición inicial y las condiciones de frontera sean conocidas.

La variable  $x$  se obtiene al medirse desde el centro de la placa, por lo que se considera que tiene un espesor de  $2L$  y la transferencia de masa es por ambas caras, así que  $L$  representa la mitad del espesor de la placa. El contenido de humedad  $X_0$  es uniforme y la placa se sumerge rápidamente en un fluido a contenido de humedad  $X_\infty$  constante. Dado que la resistencia convectiva es despreciable, la velocidad de transferencia de masa por convección en la película



**Figura 1.** Placa infinita con espesor  $2L$  rodeada por una película de fluido (Iribe-Salazar 2018).

es elevada y el contenido de humedad  $X_s$  de la superficie será igual al contenido de humedad del medio  $X_\infty$ . Con esto, la condición inicial y las de frontera serán las siguientes:

$$\begin{aligned} X(x, 0) &= X_0 \\ X(-L, t) &= X_\infty \\ X(L, t) &= X_\infty \end{aligned} \quad (11)$$

Por lo tanto, la solución a este sistema para el contenido de humedad promedio ( $\bar{X}$ ), es dada por la siguiente serie infinita (Crank 1975; Sakin y col 2007):

$$\frac{\bar{X} - X_\infty}{X_0 - X_\infty} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp\left[-\frac{(2n-1)^2 \pi^2 D_e t}{4L^2}\right] \quad (12)$$

Esta ecuación supone que la difusividad efectiva ( $D_e$ ) es constante, pero esto se presenta en raras ocasiones, debido a que puede verse afectada por el contenido de humedad y la temperatura (Sakin y col 2007).

### 3 Cinética de transferencia de masa durante el horneado

Durante el proceso de horneado se puede construir un gráfico del contenido de humedad del material respecto al tiempo (cinética de transferencia de masa), mientras se mantengan constantes las condiciones de proceso y se determine periódicamente el contenido de humedad en el alimento. Dicho gráfico permite determinar el tiempo necesario para hornear grandes lotes bajo las mismas condiciones de proceso (Treybal 2007; Iribe-Salazar 2018).

En la cinética de transferencia de masa se puede evidenciar dos etapas, un periodo de velocidad constante y un periodo de velocidad decreciente (Geankoplis y col 2018). Durante el periodo de velocidad constante, la humedad siempre se encuentra disponible en la superficie del alimento, debido a que el agua se difunde fácilmente del interior a la superficie del producto y el proceso está determinado por el coeficiente de transferencia de masa por convección. Por otro

lado, durante el periodo de velocidad decreciente, el movimiento del agua del interior a la superficie del alimento es más lento que la velocidad de agua transportada hacia el aire, lo que ocasiona una deficiencia de agua en la superficie. Sin embargo, las características de los materiales y las condiciones particulares de proceso dan lugar a curvas de formas diversas en el periodo de velocidad decreciente (Treybal 2007).

## **D SIMULACIÓN**

### **1 Generalidades**

La simulación es el estudio de un sistema o sus partes para el desarrollo de un modelo lógico-matemático, de manera que se obtenga una imitación de un proceso del sistema a través del tiempo. El principal objetivo de la simulación es disminuir el número de experimentos a realizar (Azofeifa 2004; Himmelblau y Bischoff 2004; Caro-Hernández 2019).

### **2 Ventajas y desventajas de la simulación**

De manera general, el análisis y simulación de un proceso presenta grandes ventajas, ya que permite: manipular los modelos matemáticos; simular una operación fuera de intervalos normales; estudiar procesos existentes de manera rápida, económica y completa; modificar elementos de un sistema y ensayar hipótesis sobre sistemas antes de llevarlos a la práctica; estudiar la modificación de variables y parámetros con resultados reproducibles; ensayar la sensibilidad de los parámetros del sistema; y examinar la estabilidad de sistemas frente a perturbaciones (Himmelblau y Bischoff 2004).

Sin embargo, puede presentar ciertas desventajas como: su desarrollo en ocasiones demanda de bastante tiempo; requiere una gran cantidad de corridas que implica el uso de materiales y

equipo; y en ocasiones pueden proporcionar respuestas que generan un falso sentido de seguridad en las decisiones que se están por tomar (Caro-Corrales 2002).

### **3 Etapas para el desarrollo de un modelo de simulación**

De manera general, el desarrollo de un modelo de simulación comprende las siguientes etapas:

**Definición del sistema:** en esta etapa se consideran los objetivos de la simulación y las variables de interés. Es de importancia definir la información que se espera obtener del modelo (Herrera y Becerra 2014).

**Análisis del sistema:** Deben describirse las interacciones lógicas entre las variables de decisión, de tal manera que se optimice la medida de efectividad en función de las variables no controlables, sin olvidar las restricciones del sistema (Azarang y García 2001).

**Construcción del modelo:** Una vez definidos los resultados esperados del estudio, lo siguiente es definir y construir un modelo con el que se obtendrán los resultados deseados (Iribe-Salazar 2018).

**Validación:** En esta fase se busca realizar pruebas experimentales para cotejar si el modelo es una representación semejante del sistema real.

**Experimentación:** en esta etapa se busca experimentar o evaluar diversos comportamientos del sistema, al realizar un análisis de sensibilidad con el fin de comparar los que presentan los mejores resultados de acuerdo con el objetivo planteado (Herrera y Becerra 2014).

## **E MÉTODO DE MONTE CARLO**

Se designa como método de Monte Carlo a un conjunto de métodos numéricos para el manejo de números aleatorios. Este método permite realizar simulaciones de procesos físicos complejos de manera eficiente (González 2010). La simulación por el método de Monte Carlo es básicamente un muestreo experimental cuyo propósito es estimar las distribuciones de las variables de salida que depende de variables probabilísticas de entrada. El término Monte Carlo se debe a su similitud al muestreo aleatorio en los juegos de ruleta en los casinos de Monte Carlo (Azofeifa 2004).

### **1 Componentes de un algoritmo del método de Monte Carlo**

Generador de números aleatorios: Se requiere de una fuente de números aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo de cero a uno.

Funciones de densidad de probabilidad: El sistema físico (o matemático) debe describirse por un conjunto de funciones de densidad de probabilidad, las que se estiman a partir de la generación de muestras de los factores involucrados en el sistema.

Generación de muestras: Se requiere de una regla para llevar a cabo la producción de muestras de la función de densidad de probabilidad específica, al contar con la disponibilidad de números aleatorios en el intervalo de cero a uno (González 2010; Iribe-Salazar 2018).

#### IV JUSTIFICACIÓN

La papa es uno de los alimentos de mayor producción y consumo a nivel mundial, debido a la gran variedad de productos presentes en el mercado, sin embargo, las papas fritas en forma de hojuela son de las más populares por sus características como el sabor y la textura crujiente. No obstante, presentan un alto contenido de grasa (35 al 45 %) que incrementan su contenido energético. Ante esto, la preocupación de los consumidores por obtener alimentos de calidad y a su vez, saludables, ha llevado a la búsqueda de nuevas técnicas de conservación. El horneado es una técnica alternativa viable a la fritura, por su potencial de generar un producto similar sin la necesidad de añadir grasa.

La mayoría de las investigaciones realizadas en productos de papa se centran en obtener alimentos con características aceptables, a pesar de que, el estudio de la transferencia de masa durante el proceso de horneado es escaso. Durante el horneado se presenta una gran cantidad de cambios dentro de los alimentos, tanto químicos como estructurales y sensoriales; a medida que estos cambios ocurren, el contenido de humedad tiene un impacto sobre las propiedades finales del producto, por esta razón, es relevante conocer la variabilidad en el contenido de humedad conforme procede el horneado.

Por su parte, la simulación mediante el método de Monte Carlo permite el análisis del procesamiento de los alimentos y a su vez, el estudio en el diseño de los procesos y los equipos.

A la fecha no se han encontrado publicaciones donde se utilice el método de Monte Carlo para analizar la variabilidad aleatoria en la transferencia de masa durante el proceso de horneado de rodajas de papa, que incluyan ambos períodos de horneado, de velocidad constante y de velocidad decreciente.

Es por ello, que surgió el interés de analizar la variación en el contenido de humedad durante el proceso de horneado con aire caliente de rodajas de papa mediante el método de Monte Carlo y evaluar el impacto del proceso en atributos de calidad. Las predicciones obtenidas con esta herramienta probabilística aportan información necesaria para mejorar la calidad durante el horneado de rodajas de papa.

## V OBJETIVOS

### A OBJETIVO GENERAL

Analizar la variabilidad aleatoria en la transferencia de masa durante el proceso de horneado con aire caliente de rodajas de papa (*Solanum tuberosum* L.) mediante la aplicación del método de Monte Carlo para obtener predicciones de la distribución en el contenido de humedad y evaluar el impacto del proceso en atributos de calidad (actividad de agua, diferencia total de color y fracturabilidad).

### B OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Construir cinéticas de horneado de rodajas de papa a 120, 130 y 140 °C con una velocidad de aire de 0.5 m/s para determinar la magnitud de la variabilidad aleatoria en el contenido de humedad durante la transferencia de masa.

2. Utilizar un modelo determinístico para la transferencia de masa en el horneado de rodajas de papa basado en la segunda ley de Fick, que genere predicciones satisfactorias del contenido de humedad durante el proceso de horneado en función del tiempo.

3. Caracterizar las distribuciones de probabilidad de los parámetros involucrados durante la transferencia de masa en estado transitorio [contenido de humedad inicial ( $X_0$ ), coeficiente local de transferencia de masa ( $k_Y$ ), humedad de saturación ( $Y_s$ ) y absoluta ( $Y$ ) del aire, área de transferencia de masa ( $A$ ), masa de sólidos secos ( $m_{ss}$ ), contenido de humedad crítico ( $X_c$ ) y en el equilibrio ( $X_\infty$ ), semiespesor ( $L$ ) y difusividad efectiva ( $D_e$ )] con la finalidad de considerarlas como variables aleatorias de entrada al modelo.

4. Aplicar el método de Monte Carlo para determinar la distribución de probabilidad del contenido de humedad promedio, durante todo el proceso de transferencia de masa en el horneado de rodajas de papa.

5. Validar los resultados de la simulación obtenida con el método de Monte Carlo mediante la comparación con datos experimentales.

6. Realizar un análisis de sensibilidad de los parámetros involucrados para determinar cuáles contribuyen en mayor medida en la variabilidad del contenido de humedad de las rodajas de papa horneadas.

7. Evaluar variables de calidad: actividad de agua, diferencia total de color y fracturabilidad a 120, 130 y 140 °C en rodajas de papa horneadas y contrastar con las del tubérculo en fresco.

8. Modelar la fracturabilidad durante el horneado en el periodo de velocidad decreciente con la distribución de Weibull y validar dicho modelo mediante la comparación con datos experimentales.

## VI MATERIALES Y MÉTODOS

### A MATERIALES

#### 1 Materia prima

Para el desarrollo de este proyecto se utilizó como materia prima papa (*Solanum tuberosum* L.) variedad Alpha adquirida del mercado local de la ciudad de Culiacán, Sinaloa. Se seleccionó en estado de madurez comercial, se aseguró que cumpliera con las características de forma y tamaño uniforme, además de estar libre de daños físicos. Una vez obtenidas las papas, se sanitizaron con una solución de hipoclorito de sodio al 1 %, posteriormente se les retiró la cáscara y fueron cortadas en rebanadas de 1.8 mm de espesor y 50 mm de diámetro con una rebanadora (RB-250, Torrey, México). El espesor ( $2L$ ) de las rodajas de papa se midió con micrómetro digital (Insize, CD-8”C, China). Las rebanadas se lavaron con agua destilada durante 1 minuto para retirar el almidón superficial y se sometieron a un escaldado a 90 °C por 2 minutos. Enseguida, se les retiró el exceso de agua con una toalla de papel para su posterior utilización (Tuta y Palazoglu 2017).

### B MÉTODOS

#### 1 Horneado

El horneado de rodajas de papa se llevó a cabo en un horno eléctrico comercial (Oster, 6081-013, México) a 120, 130 y 140 °C durante 43, 38 y 33 minutos, respectivamente. Las condiciones de horneado fueron determinadas por estudios preliminares, en donde se buscó obtener rodajas de papas horneadas con características homogéneas para color y textura.

#### 2 Cinética de transferencia de masa durante el horneado

En cada cinética de transferencia de masa de horneado se utilizaron 9 rodajas de papa. La masa de las rodajas se registró cada 20 s durante todo el proceso con una balanza electrónica

(Sartorius, TE1502S, EUA) y una interfaz (kit de interfaz Sartorius, modelo YDO 01 PT, EUA) conectada a una computadora.

En la obtención de las cinéticas de transferencia de masa se determinó el contenido de humedad al inicio del proceso de horneado ( $X_0$ , kg agua/kg s.s.) mediante el método descrito por la AOAC (2012). El contenido de humedad promedio ( $\bar{X}$ , kg de agua/kg s.s.) se calculó con siguiente la ecuación  $\bar{X} = (m - m_{ss})/m_{ss}$  (Iribe-Salazar y col 2018) donde  $m$  es la masa de la muestra (kg) y  $m_{ss}$  es la masa del sólido seco (kg s.s.). El contenido de humedad en el equilibrio ( $X_\infty$ , kg agua/kg s.s.) se definió cuando no se apreciaron cambios en la masa de la muestra (Geankoplis y col 2018).

En la cinética de transferencia de masa durante el horneado se aprecia un periodo de velocidad constante (PVC) que se caracteriza por la difusión de vapor desde la superficie de la muestra la cual se encuentra saturada de humedad y un periodo de velocidad decreciente (PVD) en donde la transferencia de masa ocurre por difusión desde el interior del alimento, debido a que no hay suficiente humedad en la superficie de la muestra para mantenerla saturada. El punto que divide ambos periodos es el contenido de humedad crítico ( $X_c$ ), el cual indica el contenido de humedad en donde comienzan a aparecer zonas secas en la superficie del alimento (Vázquez-López 2014). Para caracterizar ambos periodos de transferencia de masa se determinaron las variables involucradas en cada uno de ellos y el contenido de humedad crítico. En el análisis de la transferencia de masa, se realizaron 20 réplicas para cada variable.

#### **a Periodo de velocidad constante**

Entre las variables involucradas en este periodo se encuentra el área superficial de las rodajas de papa expuesta al horneado ( $A$ , m<sup>2</sup>), la cual se determinó con el método del cuadrículado al dibujar la superficie superior e inferior de las rodajas. Por otra parte, el cálculo

de la densidad de flujo de masa ( $N$ ) se realizó mediante la siguiente ecuación (Geankoplis y col 2018):

$$N = \left( \frac{m_{ss}}{A} \right) \left( - \frac{dX}{dt} \right) \quad (13)$$

Donde:

$N$  = Densidad de flujo de masa (kg agua/m<sup>2</sup>s).

$m_{ss}$  = Masa de sólido seco (kg s.s.).

$A$  = Área superficial expuesta al horneado (m<sup>2</sup>).

$dX/dt$  = Gradiente de contenido de humedad (kg agua/kg s.s.).

La humedad del aire en la superficie líquida ( $Y_s$ , kg agua/kg a.s.) y en la corriente de aire ( $Y$ , kg agua/kg a.s.) se determinaron mediante psicrometría, dicha técnica consiste en utilizar un termómetro de bulbo húmedo (con una cubierta de algodón húmeda) y uno de bulbo seco (sin una cubierta de algodón). Por otro lado, el coeficiente local de transferencia de masa se calculó con la siguiente expresión al considerar la densidad de flujo de masa y el gradiente de humedad del aire:

$$N = k_Y (Y_s - Y) \quad (14)$$

$$k_Y = \frac{N}{Y_s - Y} \quad (15)$$

Donde:

$k_Y$  = Coeficiente local de transferencia de masa (kg agua/m<sup>2</sup>s  $\Delta Y$ ).

$N$  = Densidad de flujo de masa (kg agua/m<sup>2</sup>s).

$Y_s$  = Humedad de saturación del aire (kg agua/kg a.s.).

$Y$  = Humedad del aire (kg agua/kg a.s.).

### **b Contenido de humedad crítico**

El contenido de humedad crítico ( $X_c$ , kg agua/kg s.s.) se determinó al considerar que el periodo de velocidad constante termina en este punto y comienza el periodo de velocidad decreciente. Para ello se realizó un análisis de regresión lineal múltiple ( $X = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$ ), en donde se consideró como  $X_c$  el último punto en el que el coeficiente del término cuadrático ( $\beta_2$ ) dejó de ser significativo ( $p > 0.05$ ) (Vázquez-López 2014).

### **c Periodo de velocidad decreciente**

Para el modelo de transferencia de masa durante el periodo de velocidad decreciente, la representación considerada para la rodaja de papa fue de una placa infinita bajo condiciones de horneado con aire caliente. Se utilizó un flujo de aire caliente de 0.5 m/s paralelo a las superficies superior e inferior de la rodaja. El contenido de humedad se estableció mediante la ley de difusión de Fick, definida por la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D_e \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \quad (16)$$

donde  $X$  indica el contenido de humedad (kg agua/kg s.s.),  $t$  el tiempo de horneado (s),  $D_e$  la difusividad efectiva ( $m^2/s$ ) y  $x$  la dimensión espacial (m). La coordenada  $x$  se midió desde el centro de la placa, misma que tuvo un espesor  $2L$ . El contenido de humedad inicial  $X_0$  se consideró uniforme y la placa se sometió a un flujo de aire caliente con humedad constante, que al considerar resistencia convectiva despreciable, la superficie de la placa tiene un contenido de humedad  $X_\infty$  en cualquier instante. Para esto se establecieron la condición inicial y las condiciones de frontera:

$$\begin{aligned} X(x, 0) &= X_c \\ X(-L, t) &= X_\infty \\ X(L, t) &= X_\infty \end{aligned} \quad (11)$$

donde la condición inicial indica que el contenido de humedad ( $X$ ) en cualquier posición ( $x$ ) al inicio del proceso, es igual al contenido de humedad crítico ( $X_c$ ). Por otro lado, las condiciones de frontera describen que el contenido de humedad en la superficie superior ( $L$ ) o inferior ( $-L$ ) de la rodaja de papa a cualquier tiempo, es definido por el contenido de humedad en el equilibrio ( $X_\infty$ ) (Geankoplis y col 2018).

De esta manera, es posible establecer el contenido de humedad promedio ( $\bar{X}$ , kg agua/kg s.s.) para una placa infinita con una resistencia convectiva despreciable, con la siguiente serie infinita (Crank 1975):

$$\frac{\bar{X} - X_\infty}{X_c - X_\infty} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp\left[-\frac{(2n-1)^2 \pi^2 D_e t}{4L^2}\right] \quad (12)$$

La solución anterior incluye el término de difusividad efectiva ( $D_e$ ), mismo que puede presentar un comportamiento constante o variable.

La determinación de la difusividad efectiva constante se obtuvo mediante el método de pendientes por subperiodos (MPS) y el método de aproximaciones sucesivas (MAS). Por otro lado, la evaluación de la difusividad efectiva variable se realizó al emplear un modelo que involucra un comportamiento dependiente del tiempo (modelo cuadrático, MC) (Iribe-Salazar 2018).

### 1) Método de pendientes por subperiodos (MPS)

Para determinar el contenido de humedad promedio se utilizó la solución representada en la Ecuación (12). Sin embargo, se consideró solo un término de la serie infinita, como se muestra en la siguiente expresión:

$$\frac{\bar{X} - X_\infty}{X_c - X_\infty} = \frac{8}{\pi^2} e^{\left[-\frac{\pi^2 D_e t}{4L^2}\right]} \quad (17)$$

Donde  $(\bar{X} - X_\infty)/(X_c - X_\infty)$  representa la Fracción de Humedad No Alcanzada (*FHNA*). La ecuación anterior se linealizó y se obtuvo:

$$\ln \frac{\bar{X} - X_\infty}{X_c - X_\infty} = -\frac{\pi^2 D_e}{4L^2} t + \ln \frac{8}{\pi^2} \quad (18)$$

Posteriormente, del gráfico del  $\ln[(\bar{X} - X_\infty)/(X_c - X_\infty)]$  contra tiempo ( $t$ ), se calculó la difusividad efectiva a partir de la pendiente:

$$m = -\frac{\pi^2 D_e}{4L^2} \quad (19)$$

Se consideraron diversos periodos de velocidad decreciente, los cuales se caracterizan por una difusividad efectiva constante. Este método solo es válido para números de Fourier de transferencia de masa ( $F_o = D_e t/L^2$ ) mayores de 0.2 con un error del 2 % en la *FHNA* (Caro-Corrales y col 2005).

## 2) Método de aproximaciones sucesivas (MAS)

En este método, para cada tiempo, el número de Fourier de transferencia de masa ( $F_o$ ) se resolvió al utilizar la Ecuación (17) mediante el método iterativo de Newton de segundo orden, se consideraron 15 términos de la serie infinita. Para esto se calculó la Fracción de Humedad No Alcanzada (*FHNA*),

$$FHNA = \frac{\bar{X} - X_\infty}{X_c - X_\infty} \quad (20)$$

misma que se sustituyó en la función  $f(F_o)$ , para posteriormente obtener la primera y segunda derivada de dicha función:

$$f(F_o) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp\left[-\frac{(2n-1)^2 \pi^2 D_e t}{4L^2}\right] - FHNA \quad (21)$$

$$f'(F_o) = -2 \sum_{n=1}^{15} e^{\frac{-(2n-1)^2 \pi^2 F_o}{4}} \quad (22)$$

$$f''(F_o) = \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{15} e^{\frac{-(2n-1)^2 \pi^2 F_o}{4}} * (2n-1)^2 \quad (23)$$

Enseguida, fueron sustituidas en el método iterativo de Newton de segundo orden:

$$F_{on} = F_o - \frac{f(F_o)}{f'(F_o) - \frac{f(F_o)f''(F_o)}{2f'(F_o)}} \quad (24)$$

donde  $F_{on}$  indica el nuevo número de Fourier y  $F_o$  el número de Fourier anterior. Una vez obtenido el número de Fourier de transferencia de masa, para cada instante, se determinó el coeficiente de difusividad efectiva.

$$\frac{F_o L^2}{t} = D_e \quad (25)$$

Adicionalmente, se probó un coeficiente de difusividad constante al considerar el promedio de estas difusividades (Caro-Corrales y col 2005; Iribe-Salazar 2018).

### 3) Modelo cuadrático (MC)

Los cambios en el coeficiente de difusión ocurridos durante el horneado, que han sido relacionados con factores estructurales (distribución del tamaño, número de poros y expansión de éstos) se expresaron mediante la segunda ley de Fick para la difusión unidimensional al considerar una difusividad efectiva con una función cuadrática del tiempo, como se muestra a continuación:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = (D_0 + D_1 t + D_2 t^2) \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \quad (26)$$

la cual se puede resolver con el método de separación de variables al definir  $dT$  como:

$$dT = (D_0 + D_1 t + D_2 t^2) dt \quad (27)$$

En esta expresión, la difusividad efectiva inicial se representa mediante  $D_0$ , la velocidad inicial de cambio de la difusividad se indica por medio de  $D_1$ , la cual varía linealmente ( $D'_e = D_1 + 2D_2t$ ) conforme avanza el horneado. Por su parte,  $D_2$  representa el incremento ( $D_2 > 0$ ) o disminución ( $D_2 < 0$ ) en la rapidez de cambio ( $D''_e = 2D_2$ ), mismo que se relaciona con la distribución del tamaño de poros alrededor de una matriz de almidón parcialmente gelatinizado y a la dilatación de los poros.

La segunda ley de Fick, la condición inicial y las condiciones de frontera se normalizan al utilizar la Fracción de Humedad No Alcanzada,  $\psi = (X - X_\infty)/(X_c - X_\infty)$ , la coordenada espacial adimensional,  $\xi = x/L$  y tiempo adimensional,  $\tau = T/L^2$ , para obtener la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} \quad \begin{array}{l} \psi(\xi, 0) = 1 \\ \psi(-1, \tau) = 0 \\ \psi(1, \tau) = 0 \end{array} \quad (28)$$

Al aplicar el método de separación de variables, se obtiene la solución  $\psi = (A \cos \lambda \xi + B \sin \lambda \xi) e^{-\lambda^2 \tau}$ . Una vez aplicadas las condiciones de frontera,  $B = 0$ , y esta última ecuación se satisface cuando:

$$\lambda_n = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots \quad (29)$$

Debido a que la ley de difusión de Fick es una ecuación diferencial parcial lineal, al utilizar el principio de superposición, la solución general es  $\psi = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \lambda_n \xi \exp(-\lambda_n^2 \tau)$ .

Al considerar la condición inicial, los coeficientes  $A_n$  se evalúan en forma similar a los coeficientes de Fourier:

$$\int_{-1}^1 \cos \lambda_m \xi d\xi = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_{-1}^1 \cos \lambda_m \xi \cos \lambda_n \xi d\xi \quad (30)$$

Al utilizar la Ecuación (26) y debido a la ortonormalidad, el único término distinto de cero en el segundo miembro se obtiene cuando  $m = n$ , es decir, es igual a la delta de Kronecker  $\delta_{mn}$ .

Por lo tanto,

$$\psi = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cos(2n-1) \frac{\pi}{2} \xi \exp\left[-\frac{\pi^2(2n-1)^2}{4} \tau\right] \quad (31)$$

Después de realizar la integración de la Ecuación (28),

$$T = \left(D_0 + \frac{1}{2} D_1 t + \frac{1}{3} D_2 t^2\right) t \quad (32)$$

En términos de las variables originales, el contenido de humedad como una función de la dimensión espacial y el tiempo se obtiene para una difusividad variable con un comportamiento cuadrático del tiempo:

$$\frac{X - X_{\infty}}{X_c - X_{\infty}} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2L} \exp\left[-\frac{(2n-1)^2 \pi^2 (D_0 + \frac{1}{2} D_1 t + \frac{1}{3} D_2 t^2) t}{4L^2}\right] \quad (33)$$

El contenido de humedad promedio adimensional  $\bar{\psi} = \int_{-1}^1 \psi d\xi / \int_{-1}^1 d\xi$  es el siguiente:

$$\bar{\psi} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp\left[-\frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4} \tau\right] \quad (34)$$

En términos de las variables originales, la solución analítica para el contenido de humedad promedio en función del tiempo para una difusividad variable con un comportamiento cuadrático del tiempo es:

$$\frac{\bar{X} - X_{\infty}}{X_c - X_{\infty}} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp\left[-\frac{(2n-1)^2 \pi^2 (D_0 + \frac{1}{2} D_1 t + \frac{1}{3} D_2 t^2) t}{4L^2}\right] \quad (35)$$

De la Ecuación anterior, el tiempo adimensional,  $\tau = T/L^2$  se escribe como:

$$\tau = \frac{\left(D_0 + \frac{1}{2} D_1 t + \frac{1}{3} D_2 t^2\right) t}{L^2} \quad (36)$$

Para cada tiempo,  $\tau$  se resolvió a partir de la Ecuación (33) con el método de Newton de segundo orden, se consideraron 15 términos en la serie infinita. Una vez conocido el tiempo adimensional, la Ecuación (36) se reordena a:

$$\frac{\tau L^2}{t} = D_0 + \frac{1}{2} D_1 t + \frac{1}{3} D_2 t^2 \quad (37)$$

y los parámetros  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  se estimaron al aplicar una regresión lineal (Crank 1975; Iribesalazar y col 2018).

#### 4) Distribución de Weibull

El coeficiente de difusión se ha relacionado con el desplazamiento cuadrático medio,  $(\Delta x)^2$  de una partícula browniana en un tiempo  $t$  (Einstein 1956) mediante la siguiente expresión:

$$D = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ t \rightarrow 0}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta x)^2}{2t} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) \quad (38)$$

donde  $\Phi(\Delta x)$  indica la función de densidad de probabilidad de los desplazamientos y  $t$  un intervalo de tiempo pequeño, de manera que los movimientos de una partícula difundida en dos intervalos de tiempo sean mutuamente excluyentes. En el caso de medios porosos,  $\Phi(\Delta x)$  contiene información sobre la estructura porosa, como la distribución del tamaño de poro, la distribución del número de poros y la tortuosidad; debido a que estos factores afectan el desplazamiento cuadrático medio de las partículas durante el proceso de difusión. Cuando la estructura del medio poroso cambia con el tiempo, la función de densidad de los desplazamientos se debe considerar como  $\Phi(\Delta x, t)$ .

Durante el horneado, el fenómeno predominante es la expansión de los poros por la presurización del aire y el vapor de agua, que puede considerarse como un escalamiento

temporal de la densidad de los desplazamientos. Esto permite establecer  $\Phi(\Delta x, t)$  como el producto de dos densidades de probabilidad, una independiente del tiempo que captura la estructura porosa del medio  $\Phi_\infty(\Delta x)$  y otra que describe el fenómeno de la dilatación de los poros  $f(t)$ . De esta forma, el coeficiente de difusión puede reescribirse como:

$$D = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \tau \rightarrow 0}} \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta x)^2}{2\tau} \Phi_\infty(\Delta x) f(t) d(\Delta x) dt \quad (39)$$

En este caso,  $\Phi_\infty(\Delta x) = \lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(\Delta x, t)$  indica que la estructura porosa ha alcanzado la expansión máxima de poros. Al denotar,  $F(t) = \int_0^t f(t) dt$  con la propiedad  $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$ , que es usual para las funciones de distribución, el coeficiente de difusión puede describirse por  $D = D_\infty F(t)$ , con  $D_\infty$  obtenida de la densidad de desplazamientos  $\Phi_\infty(\Delta x)$ .

Al definir un coeficiente de difusión normalizado,  $\theta_D = (D - D_0)/(D_\infty - D_0)$  donde  $D_0$  y  $D_\infty$  indican los coeficientes de difusión al inicio y final del método de horneado, permite que la fracción de difusión no alcanzada pueda describirse en términos de la función de distribución,  $F(t)$  como:

$$1 - \theta_D = \frac{D - D_\infty}{D_0 - D_\infty} = \frac{F(t) - 1}{F(t_0) - 1} \quad (40)$$

Por otro lado, en cuanto a la selección de la función de distribución, se ha informado que la distribución de Weibull,  $F(t) = 1 - e^{-(t/\beta)^\alpha}$ , donde  $\alpha$  y  $\beta$  son los parámetros de forma y de escala, describe adecuadamente el tamaño de partícula y la distribución de burbujas; de igual manera, su estructura matemática es similar a la de distribución de los poros en alimentos. Entonces, al aplicar la distribución de Weibull al coeficiente de difusión normalizado queda,

$$\theta_D = 1 - \exp\left[-\frac{t^\alpha - t_0^\alpha}{\beta^\alpha}\right] \quad (41)$$

Al tomar en cuenta que  $t \gg t_0$ , ya que con frecuencia  $t_0 = 0$ , permite una simplificación a  $\theta_D \approx 1 - e^{-(t/\beta)^\alpha}$ . Por lo tanto, se obtiene una estructura matemática más sencilla para describir el coeficiente de difusión como una función del tiempo:

$$D = D_0 + (D_\infty - D_0)\left(1 - e^{-(t/\beta)^\alpha}\right) \quad (42)$$

De esta manera, es posible establecer que:

$$dT = \left[ D_0 + (D_\infty - D_0)\left(1 - e^{-(t/\beta)^\alpha}\right) \right] dt \quad (43)$$

y después de realizar una integración, se obtiene la solución analítica para el contenido de humedad promedio en función del tiempo para una difusividad variable al aplicar la distribución de Weibull:

$$\frac{\bar{X} - X_\infty}{X_c - X_\infty} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp\left\{ -\frac{(2n-1)^2 \pi^2 \left[ D_0 + (D_\infty - D_0) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k!(k\alpha+1)} \left(\frac{t}{\beta}\right)^{k\alpha} \right] t}{4L^2} \right\} \quad (44)$$

En donde los parámetros de distribución de Weibull de la segunda serie infinita en el exponencial,  $\alpha$  y  $\beta$ , así como, los coeficientes de difusión extremos  $D_0$  y  $D_\infty$  se estimaron con un análisis de regresión no lineal.

### 3 Método de Monte Carlo para horneado

Para convertir el modelo determinístico de horneado de rodajas de papa en una herramienta probabilística, los parámetros involucrados durante la transferencia de masa en estado transitorio fueron considerados como variables aleatorias gobernadas por distribuciones de

probabilidad. Por lo que se consideró que el contenido de humedad promedio de la rodaja de papa tuvo una dependencia funcional de las siguientes variables de proceso:

$$\bar{X} = f(X_0, k_Y, Y_s, Y, A, m_{ss}, X_c, X_\infty, L, D_0, D_1, D_2) \quad (45)$$

Donde  $\bar{X}$  es el contenido de humedad promedio de la rodaja,  $X_0$  el contenido de humedad inicial,  $k_Y$  el coeficiente local de transferencia de masa,  $Y_s$  la humedad de saturación y  $Y$  la humedad absoluta del aire,  $A$  el área de transferencia de masa,  $m_{ss}$  la masa de sólidos secos,  $X_c$  el contenido de humedad crítico y  $X_\infty$  en el equilibrio,  $L$  el semiespesor,  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  los parámetros de difusividad efectiva. Con el propósito de incorporar la variabilidad del proceso se realizaron 20 réplicas para medir dichas variables y se obtuvo la media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ) correspondientes, para cada variable.

En la aplicación del modelo probabilístico de horneado se generaron 500 números aleatorios entre cero y uno, distribuidos uniformemente para cada variable. Mediante las funciones de transformación de Box y Muller (1958) se convirtieron las variables aleatorias uniformemente distribuidas en un nuevo conjunto de números aleatorios con una distribución Normal. Posteriormente, se seleccionó al azar un valor de cada una de las variables aleatorias y se procedió a calcular el contenido de humedad promedio ( $\bar{X}$ ) (Iribe-Salazar y col 2018). Para esto, se realizó un código en Microsoft Excel con el lenguaje de programación Visual Basic (**Figura 2**) y se consideraron 2.5 desviaciones estándar para los límites superior e inferior en la generación de números aleatorios.

#### **4 Validación de los resultados**

Para la validación de los resultados se realizó una comparación de las historias de la media ( $\mu$ ) y la desviación estándar ( $\sigma$ ) del contenido de humedad promedio de las rodajas de papa obtenidas por el método de Monte Carlo contra los resultados experimentales, bajo condiciones

```

Sub MC()
' Acceso directo: CTRL+o
Range("D2:O501").ClearContents
Range("R3:SW300").ClearContents
num_term_serie = [B15]
num_iter = [B16]
For i = 1 To 12
    m = Cells(1 + i, 2): d = Cells(1 + i, 3)
    Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", Cells(2, 3 + i), 1, num_iter, 2, , m, d
    Li = m - 2.5 * d: Ls = m + 2.5 * d
    For j = 1 To num_iter
        If Cells(1 + j, 3 + i) < Li Or Cells(1 + j, 3 + i) > Ls Then
            Cells(1 + j, 3 + i).ClearContents
            Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", Cells(1 + j, 3 + i), 1, 1, 2, , m, d
            j = j - 1
        End If
    Next
Next
Next
Pi = 4 * Atn(1)
For i = 1 To num_iter
    Ci = Cells(1 + i, 4)
    ky = Cells(1 + i, 5)
    Ys = Cells(1 + i, 6)
    Y = Cells(1 + i, 7)
    A = Cells(1 + i, 8)
    mss = Cells(1 + i, 9)
    Cc = Cells(1 + i, 10)
    Cinf = Cells(1 + i, 11)
    D0 = Cells(1 + i, 12)
    D1 = Cells(1 + i, 13)
    D2 = Cells(1 + i, 14)
    L = Cells(1 + i, 15)
    tc = (Ci - Cc) * mss / (ky * (Ys - Y) * A) 'Cálculo de tc
    tc = (Int(tc / 20) + 1) * 20 'tc múltiplo de 20
    ky = (Ci - Cc) * mss / ((Ys - Y) * A * tc) 'Recalcular ky
    For j = 1 To 123
        t = Cells(2 + j, 17) 'lectura de tiempos
        If t <= tc Then
            C = Ci - ky * (Ys - Y) * A * t / mss
            Cells(2 + j, 17 + i) = C
        Else
            De_int = D0 + D1 * (t - tc) / 2 + D2 * (t - tc) ^ 2 / 3
            Fo = De_int * (t - tc) / L ^ 2
            Sum = 0
            For n = 1 To num_term_serie
                Sum = Sum + Exp(-(2 * n - 1) ^ 2 * Pi ^ 2 * Fo / 4) / (2 * n - 1) ^ 2
                If Sum > 100 Then Exit For
            Next
            C = Cinf + (Cc - Cinf) * (8 / Pi ^ 2) * Sum
            If C < 20 Then Cells(j + 2, 17 + i) = C
        End If
    Next
Next
Next
[Al].Select
End Sub

```

**Figura 2.** Código de Microsoft Excel con el lenguaje de programación Visual Basic utilizado para el método de Monte Carlo.

constantes de temperatura (120, 130 y 140 °C) y velocidad del aire (0.5 m/s). Para ello se realizaron 20 cinéticas de transferencia de masa.

## 5 Análisis de sensibilidad

La variabilidad aleatoria en el contenido de humedad promedio ( $\bar{X}$ ) de la rodaja de papa durante el proceso de horneado se determinó al considerar la variabilidad en las variables aleatorias involucradas, las cuales fueron: el contenido de humedad inicial ( $X_0$ ), el coeficiente local de transferencia de masa ( $k_Y$ ), la humedad de saturación del aire ( $Y_s$ ), la humedad del aire ( $Y$ ), el área superficial expuesta al horneado ( $A$ ), la masa de sólidos secos ( $m_{ss}$ ), el contenido de humedad crítico ( $X_c$ ), el contenido de humedad en el equilibrio ( $X_\infty$ ), el semiespesor ( $L$ ) y la difusividad efectiva ( $D_e$ ). Su efecto relativo sobre la dispersión en el contenido de humedad promedio se atribuyó a la magnitud de sus desviaciones estándar individuales y la relación funcional entre el contenido de humedad promedio y dichas variables.

El análisis de sensibilidad de los parámetros involucrados ( $X_0$ ,  $k_Y$ ,  $Y_s$ ,  $Y$ ,  $A$ ,  $m_{ss}$ ,  $X_c$ ,  $X_\infty$ ,  $L$ ,  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$ ) se llevó a cabo para determinar cuál de ellos contribuye en mayor medida en la variabilidad del contenido de humedad promedio de la rodaja de papa horneada. El procedimiento consistió en realizar un estudio paramétrico con el método de Monte Carlo para las doce pruebas por separado, esto para examinar cuál de estas variables tiene un mayor efecto sobre la desviación estándar en el contenido de humedad promedio de la rodaja. Dentro de cada prueba, se consideró que existía variabilidad solamente en una de las doce variables de entrada, es decir, la desviación estándar de las variables restantes se consideró despreciable. La contribución relativa de cada variable de entrada a la dispersión en el contenido de humedad promedio de la rodaja, se obtuvo como el cociente de la varianza del contenido de humedad

promedio cuando una sola variable estuvo activa y la varianza en el contenido de humedad promedio cuando todas las variables de entrada estuvieron activas (Caro-Corrales y col 2002).

## **6 Evaluación de variables de calidad**

### **a Actividad de agua**

Para determinar la actividad de agua ( $a_w$ ) en las rodajas de papa se utilizó un higrómetro electrónico de punto de rocío (Decagón, CX-2, EUA). La medición se realizó en las muestras en fresco y después del proceso de horneado (Vázquez-López 2014).

### **b Diferencia total de color**

La obtención de los parámetros de color CIELAB,  $L^*$ ,  $a^*$  y  $b^*$  de la rodaja de papa en fresco y después del horneado se realizó con un colorímetro (Minolta, CR-200, Japón). La diferencia total de color ( $\Delta E$ ) se calculó con la siguiente ecuación:

$$\Delta E = \left[ (L^* - L_f^*)^2 + (a^* - a_f^*)^2 + (b^* - b_f^*)^2 \right]^{1/2} \quad (46)$$

donde  $L_f^*$ ,  $a_f^*$ ,  $b_f^*$  representan los parámetros de color de la rodaja de papa fresca y  $L^*$ ,  $a^*$ ,  $b^*$  los parámetros de color de la rodaja horneada (Tuta y Palazoglu 2017).

### **c Fracturabilidad**

El parámetro de calidad fracturabilidad ( $F$ ) se determinó en las muestras en fresco y después del proceso de horneado mediante una máquina de pruebas universal (Instron, 3342, EUA), para esto se utilizó una sonda cilíndrica plana de acero inoxidable de 8 mm de diámetro, una célula de carga de 500 N, una velocidad de 1.0 mm/s y se registró la fuerza de carga máxima, para agrietar las muestras, mediante el software Bluehill Lite (versión 2.23), los resultados fueron expresados como fuerza máxima de fractura (N) (Tuta y Palazoglu 2017; Iribe-Salazar y col 2018).

## 7 Modelado de la fracturabilidad con la distribución de Weibull

Se midió la fuerza de fractura cada 4 min durante todo el proceso de horneado para las diferentes temperaturas de horneado (120, 130 y 140 °C). Además, se desarrolló un modelo de fracturabilidad mediante la distribución de Weibull a partir del contenido de humedad crítico, al considerar la formación de una estructura esponjosa como resultado de los cambios en las distribuciones del tamaño y número de poros, debido a que estos factores afectan el desplazamiento de las partículas durante el proceso de difusión.

Dado que la variabilidad en el coeficiente de difusión ( $\theta_D$ ) y la fracturabilidad ( $\theta_F$ ) surge por los mismos procesos de cambios estructurales que ocurren en el interior del alimento, es posible que puedan relacionarse.

$$\theta_D = \frac{D - D_0}{D_\infty - D_0} \quad (47)$$

$$\theta_F = \frac{F - F_0}{F_\infty - F_0} \quad (48)$$

donde  $D_0$  y  $D_\infty$  indican los coeficientes de difusión al inicio y final del método de horneado. Sin embargo, debido a que  $\theta_D$  es principalmente afectado por el tamaño de poros, es necesario incorporar la dependencia con el número de poros ( $\theta_N$ ):

$$\theta_F = \theta_D \theta_N \quad (49)$$

de esta manera es posible modelar la fracturabilidad con ambos efectos. Para ello se utilizó una combinación lineal de una distribución de Weibull, donde se consideró la distribución de microporos no colapsables ( $\theta_m$ ) y la distribución de microporos colapsables ( $b\theta'_m$ ):

$$\theta_N = \theta_m + Ab\theta'_m \quad (50)$$

donde  $A$  es un parámetro de combinación lineal y  $b$  el factor de escala de tiempo. La distribución de microporos no colapsables ( $\theta_m$ ) y su respectiva derivada ( $\theta'_m$ ) se obtuvieron mediante las siguientes expresiones:

$$\theta_m = 1 - e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^a} \quad (51)$$

$$\theta'_m = a\left(\frac{t}{b}\right)^{a-1} e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^a} \quad (52)$$

Al sustituir la definición de  $\theta_N$  en el coeficiente de fracturabilidad normalizada ( $\theta_F$ ) como se muestra en la Ecuación (53), es posible determinar la fracturabilidad mediante la expresión (54):

$$\theta_F = \frac{F - F_0}{F_\infty - F_0} = \theta_D (\theta_m + Ab\theta'_m) \quad (53)$$

$$F = F_0 + (F_\infty - F_0)\theta_D (\theta_m + Ab\theta'_m) \quad (54)$$

De esta manera los parámetros de combinación lineal  $A$  y el parámetro de forma  $b$ , se estimaron mediante una regresión no lineal (Iribe-Salazar 2018).

## 8 Diseño de experimentos

Para evaluar el efecto del horneado sobre las variables de proceso ( $X_0$ ,  $N$ ,  $k_y$ ,  $Y_s$ ,  $Y$ ,  $X_c$  y  $X_\infty$ ), se realizó un diseño completamente aleatorio ( $n = 20$ ), para la comparación de medias se utilizó la prueba de Fisher ( $\alpha = 0.05$ ), donde el factor considerado fue la temperatura de horneado (120, 130 y 140 °C).

Se realizó un análisis mediante estadística descriptiva que consistió en obtener la media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ) de cada una de las variables de proceso ( $X_0$ ,  $k_y$ ,  $Y_s$ ,  $Y$ ,  $A$ ,  $m_{ss}$ ,  $X_c$ ,  $X_\infty$ ,  $L$ ,  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$ ), con la finalidad de obtener las distribuciones de probabilidad de cada variable y

utilizar estos datos para el modelado con el método de Monte Carlo, para esto se realizaron 20 réplicas.

Por otra parte, se utilizó un diseño completamente al azar para evaluar el impacto de la temperatura de horneado sobre las variables de calidad actividad de agua ( $a_w$ ,  $n = 3$ ), diferencia total de color ( $\Delta E$ ,  $n = 3$ ) y fracturabilidad ( $F$ ,  $n = 5$ ). La comparación de medias se realizó con la prueba de Fisher ( $\alpha = 0.05$ ). A su vez, se realizó un diseño con la prueba  $t$  de Student ( $\alpha = 0.05$ ) para la  $a_w$  y la  $F$  al usar como factor la condición de la hortaliza (rodajas de papa en fresco y horneadas).

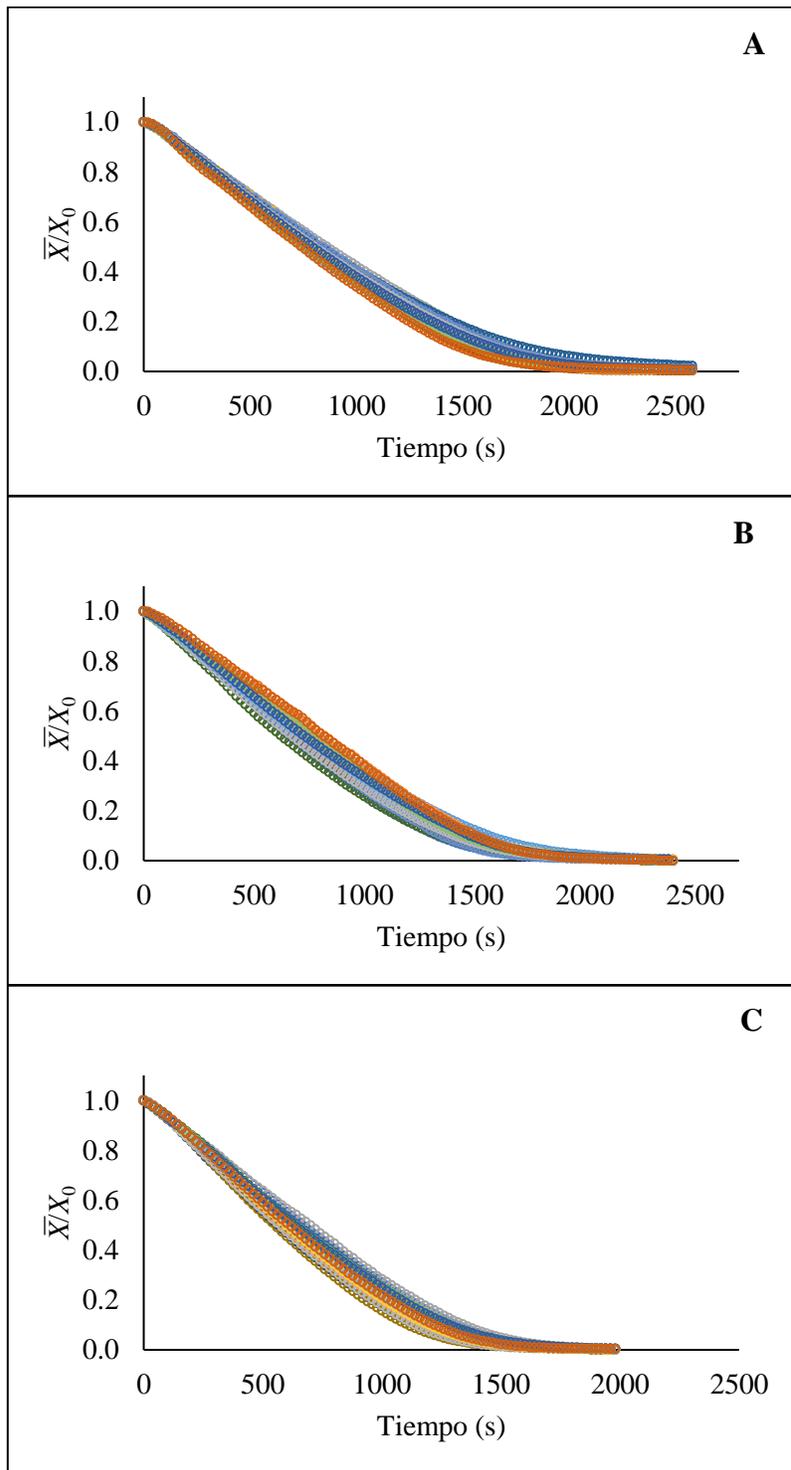
En las cinéticas de fracturabilidad ( $n = 5$ ) se analizó mediante la prueba Fisher ( $\alpha = 0.05$ ) el efecto del tiempo de horneado: 0, 240, 480, 720, 960, 1200, 1440, 1680, 1920 y 2160 s para las diferentes temperaturas: 120, 130 y 140 °C (Montgomery 2012; Iribe-Salazar 2018).

## VII RESULTADOS Y DISCUSIÓN

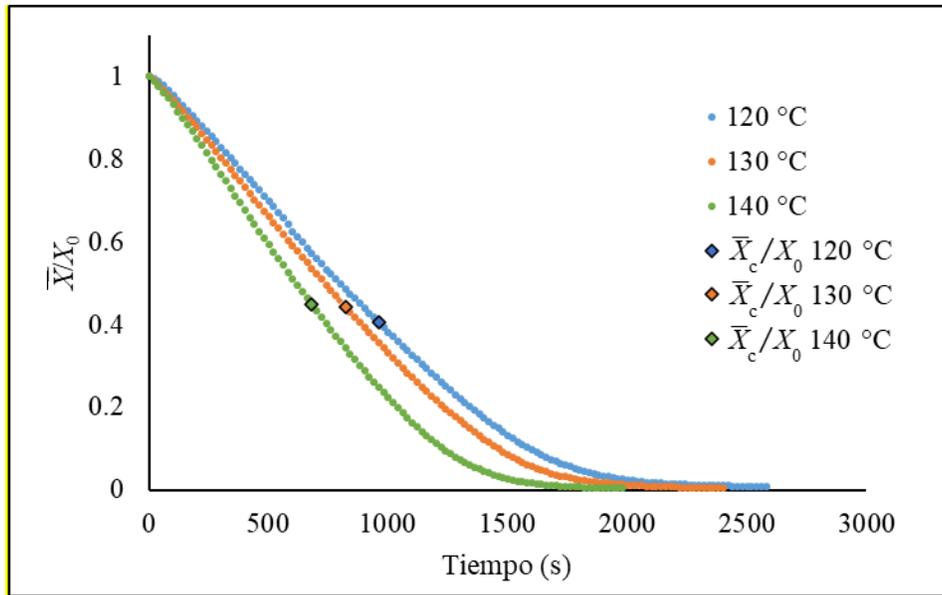
### A CINÉTICAS DE TRANSFERENCIA DE MASA

En la **Figura 3** se muestran las 20 cinéticas de transferencia de masa de horneado para cada temperatura (120, 130 y 140 °C), en el eje vertical se presenta el cociente del contenido de humedad promedio sobre el contenido de humedad inicial ( $\bar{X}/X_0$ ) y en el eje horizontal el tiempo de proceso. Se apreció variabilidad entre las cinéticas, motivo por el cual surgió el interés de analizar dicha variabilidad con el método de Monte Carlo. Cada una de las 20 cinéticas de horneado obtenidas se analizaron para obtener los 12 parámetros ingenieriles de transferencia de masa para cada una de las 3 temperaturas.

En la **Figura 4** se aprecia el promedio de las cinéticas de transferencia de masa del horneado de rodajas de papa a 120, 130 y 140 °C. El contenido de humedad inicial ( $X_0$ ) promedio respectivo fue 5.23, 4.40 y 4.48 kg agua/kg s.s. En el gráfico se observa la dependencia de la relación del contenido de humedad promedio ( $\bar{X}/X_0$ ) y la del contenido de humedad crítico ( $\bar{X}_c/X_0$ ) respecto al tiempo de horneado. El tiempo para alcanzar el contenido de humedad de equilibrio ( $X_\infty$ ) en el horneado de rodajas de papa fue menor al incrementar la temperatura de procesamiento (43, 38 y 33 min para 120, 130 y 140 °C, respectivamente). En el gráfico se aprecia que el horneado avanzó más rápidamente a la temperatura más alta (140 °C). A su vez, las curvas de humedad mostraron una inclinación más pronunciada con el incremento de la temperatura de horneado y el contenido de humedad crítico se alcanzó en menor tiempo a la temperatura más alta. Este comportamiento puede ser atribuido a que, al incrementar la temperatura de horneado, se transfiere una mayor cantidad de energía desde el aire circundante hacia los alimentos. En las curvas de humedad se aprecia que ambos períodos de horneado fueron afectados por la temperatura de horneado. La velocidad de migración del agua desde el



**Figura 3.** Cinéticas de transferencia de masa a las diferentes temperaturas de horneado: A) 120, B) 130 y C) 140 °C.



**Figura 4.** Cinéticas de transferencia de masa y contenido de humedad crítico de rodajas de papa horneadas (120, 130 y 140 °C).

interior del alimento hacia la superficie aumentó con la temperatura, esto es un reflejo del incremento de la difusividad de la humedad con la temperatura. El comportamiento dependiente de la temperatura de la cinética de transferencia de humedad fue similar con lo informado por Machado y col (2016), quienes estudiaron la deshidratación de rodajas de piña a temperaturas entre 50 y 100 °C. Además, el comportamiento del contenido de humedad en este estudio coincide con lo reportado por Cazzaniga y col (2022), quienes indicaron que, al aumentar la temperatura del horno, la velocidad de migración de agua incrementa y el tiempo de horneado para obtener el mismo contenido de humedad es menor.

Los parámetros ingenieriles de transferencia de masa a las diferentes temperaturas de horneado (120, 130 y 140 °C) se presentan en el **Cuadro 2**. El contenido de humedad inicial ( $X_0$ ) estuvo en el rango de 4.40 a 5.23 kg agua/kg s.s., lo que concuerda con lo reportado por Aprajeeta y col (2015), quienes indicaron un contenido de humedad inicial para rodajas de papa de aproximadamente 5 kg agua/kg s.s. En este estudio la densidad de flujo de masa ( $N$ ) osciló entre  $6.04 \times 10^{-4}$  y  $7.39 \times 10^{-4}$  kg agua/m<sup>2</sup>s, mientras que el coeficiente local de transferencia de masa ( $k_Y$ ) estuvo entre  $1.74 \times 10^{-2}$  y  $1.76 \times 10^{-2}$  kg agua/m<sup>2</sup>s $\Delta Y$ . Se obtuvo un incremento para  $N$  al aumentar la temperatura de horneado, no obstante, no se encontró diferencia significativa para  $k_Y$  al aumentar la temperatura. El incremento en la densidad de flujo de masa puede ser atribuido a que, al aumentar la temperatura de horneado, la fuerza impulsora ( $\Delta Y$ ) y la humedad de saturación del aire incrementaron, lo que promueve en consecuencia una mayor rapidez en la eliminación de agua en los alimentos (Saez-Ceniceros 2019; Vázquez-López 2014). Como se esperaba, en los resultados obtenidos para la humedad de saturación del aire ( $Y_s$ ) se apreció un incremento con el aumento de temperatura. Por el contrario, no se observaron diferencias en la humedad del aire ( $Y$ ) a las diferentes condiciones de horneado.

**Cuadro 2.** Parámetros ingenieriles de transferencia de masa obtenidos a las diferentes temperaturas de horneado.

Parámetro	Temperatura de horneado (°C)			LSD
	120	130	140	
$X_0$ (kg agua/kg s.s.)	$5.23 \pm 0.58^a$	$4.40 \pm 0.39^b$	$4.48 \pm 0.43^b$	0.30
$N$ (kg agua/m <sup>2</sup> s)	$6.04 \times 10^{-4} \pm 2.51 \times 10^{-5a}$	$6.38 \times 10^{-4} \pm 3.84 \times 10^{-5b}$	$7.39 \times 10^{-4} \pm 4.01 \times 10^{-5c}$	$2.47 \times 10^{-5}$
$k_Y$ (kg agua/m <sup>2</sup> sΔY)	$1.74 \times 10^{-2} \pm 7.14 \times 10^{-4a}$	$1.75 \times 10^{-2} \pm 1.15 \times 10^{-3a}$	$1.76 \times 10^{-2} \pm 9.25 \times 10^{-4a}$	$6.25 \times 10^{-4}$
$Y_s$ (kg agua/kg a.s.)	$4.64 \times 10^{-2} \pm 2.42 \times 10^{-3a}$	$4.83 \times 10^{-2} \pm 2.78 \times 10^{-3b}$	$5.41 \times 10^{-2} \pm 2.93 \times 10^{-3c}$	$1.64 \times 10^{-3}$
$Y$ (kg agua/kg a.s.)	$1.17 \times 10^{-2} \pm 2.62 \times 10^{-3a}$	$1.15 \times 10^{-2} \pm 2.47 \times 10^{-3a}$	$1.21 \times 10^{-2} \pm 3.06 \times 10^{-3a}$	$1.72 \times 10^{-3}$
$X_c$ (kg agua/kg s.s.)	$2.12 \pm 0.28^a$	$1.99 \pm 0.18^a$	$1.97 \pm 0.31^a$	0.17
$X_\infty$ (kg agua/kg s.s.)	$0.025 \pm 0.005^a$	$0.021 \pm 0.002^b$	$0.015 \pm 0.002^c$	0.002

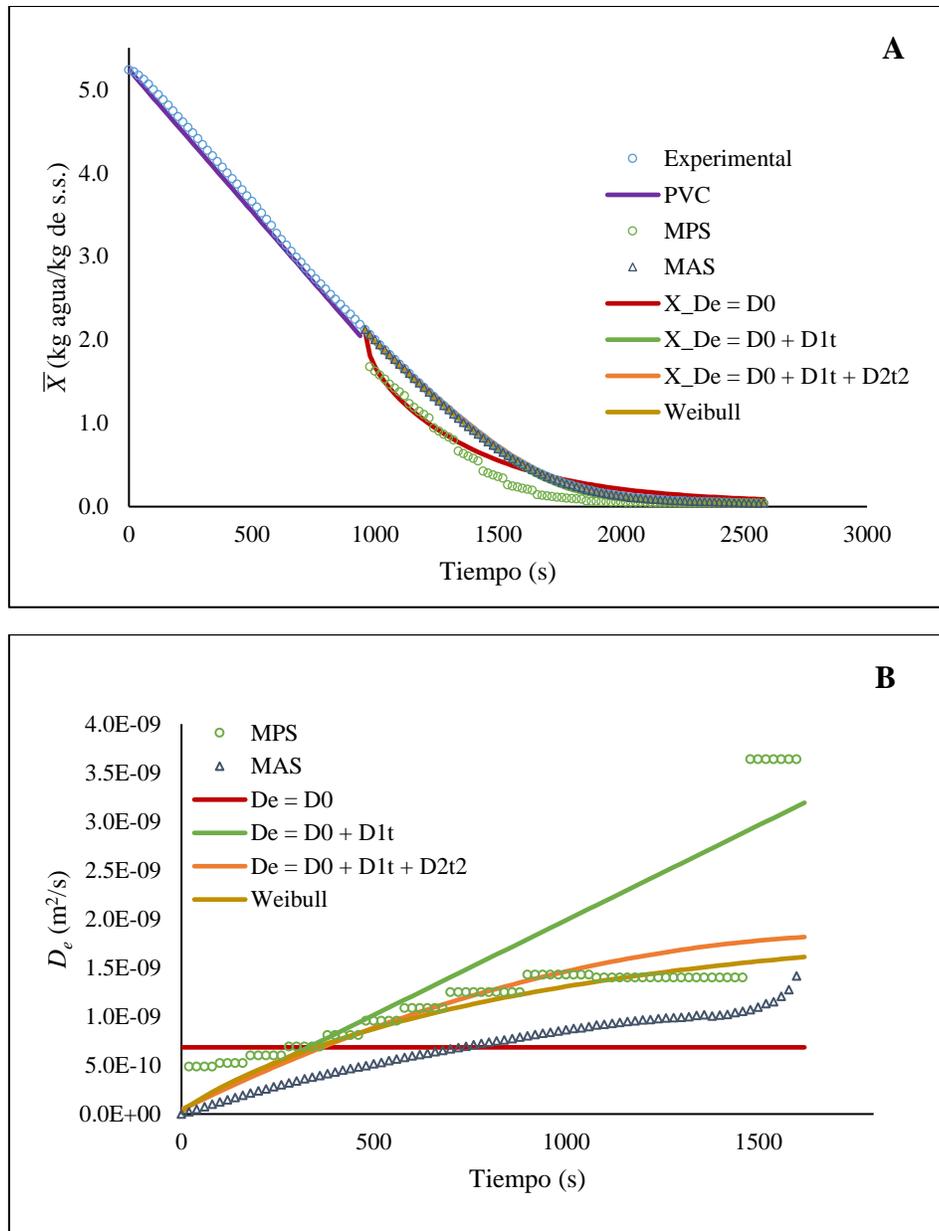
Letras diferentes en una misma fila indican diferencia significativa. Fisher ( $\alpha = 0.05$ ).

En el contenido de humedad crítico (2.12, 1.99 y 1.97 kg agua/kg s.s. para 120, 130 y 140 °C, respectivamente) no se observaron diferencias; sin embargo, a medida que aumentó la temperatura de horneado, el tiempo para alcanzar el contenido de humedad crítico disminuyó (960, 800 y 680 s para 120, 130 y 140 °C, respectivamente). Este comportamiento concuerda con los hallazgos reportados por Mahn y col (2017), quienes analizaron el secado de muestras de brócoli triturado y apreciaron una disminución del tiempo para alcanzar el contenido de humedad crítico a temperaturas más elevadas. El contenido de humedad crítico se logra obtener cuando el agua en la superficie del alimento es insuficiente para mantener una película saturada de humedad en su totalidad y, como resultado, la temperatura del material comienza a aumentar. En la literatura se han reportado variados comportamientos para el contenido crítico de humedad en relación con la temperatura, por este motivo es necesario realizar análisis adicionales sobre este parámetro para diversos productos. Esta recomendación surge de la complejidad que implica determinar el contenido de humedad crítico, que se ve afectado principalmente por las condiciones del proceso y los atributos del producto, lo que en última instancia influye en gran medida en los resultados obtenidos (Machado y col 2016).

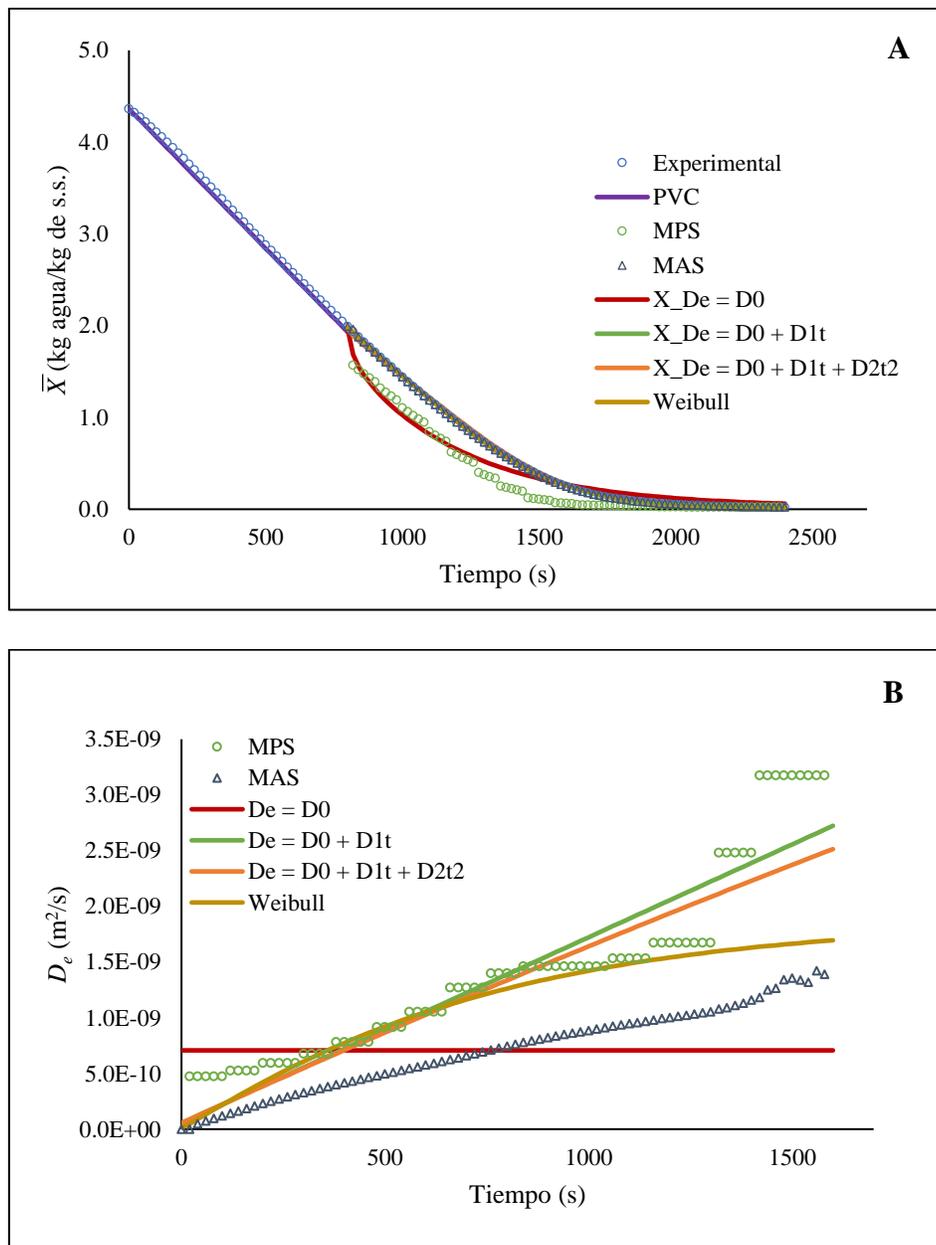
El contenido de humedad de equilibrio ( $X_{\infty}$ ) fue de 0.025, 0.021 y 0.015 kg agua/kg s.s. para las rodajas de papa horneadas a temperaturas de 120, 130 y 140 °C, respectivamente. Estos resultados coinciden con los reportados por Iribe-Salazar y col (2018), quienes realizaron el horneado de tortillas de maíz y obtuvieron un contenido de humedad al final del proceso de  $0.022 \pm 0.004$  kg agua/kg s.s. Por su parte, Xu y Kerr (2012) mencionan que un contenido de humedad final de 2 a 3 % (b.h.) es característico de los alimentos crujientes.

## B MODELO PARA EL PROCESO DE HORNEADO

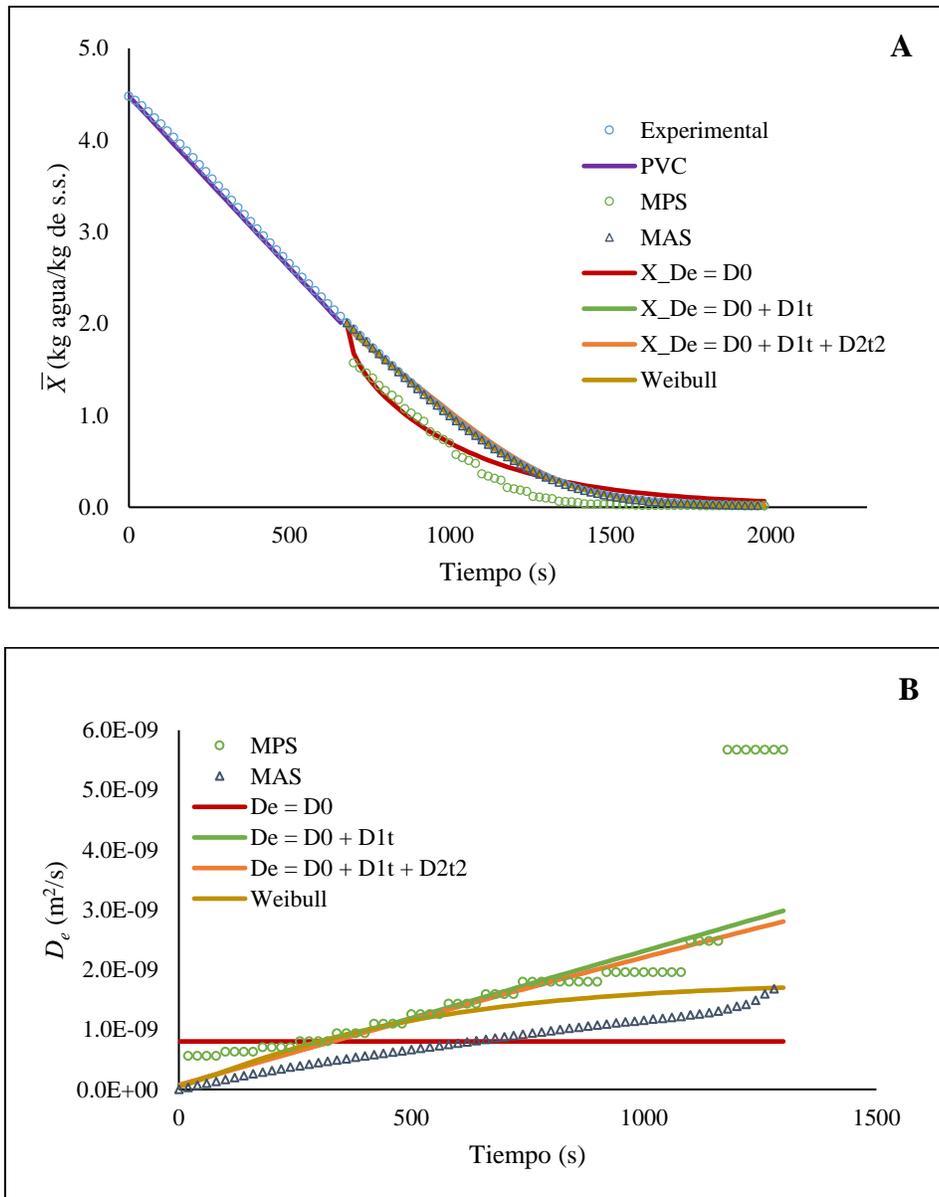
En las **Figuras 5, 6 y 7** se muestra el contenido de humedad promedio experimental y las estimaciones para el período de velocidad constante y el período de velocidad decreciente (incisos a) y a su vez, se muestra la difusividad efectiva obtenida por los distintos métodos (incisos b) para las diferentes temperaturas de horneado (120, 130 y 140 °C). Durante el período de velocidad constante (PVC), las estimaciones fueron muy cercanas a los datos experimentales, con coeficientes de determinación ( $R^2$ ) superiores a 0.999 para el horneado de rodajas de papa a 120, 130 y 140 °C. Por su parte, para el periodo de velocidad decreciente, se utilizaron cuatro métodos diferentes para estimar el contenido de humedad promedio, los cuales consideraron una difusividad efectiva constante (método de pendientes por subperíodos, MPS; y método de aproximaciones sucesivas, MAS) y una difusividad efectiva variable (representada como una función cuadrática del tiempo, MC; y con la distribución de Weibull) aplicado durante el horneado a 120, 130 y 140 °C. Para el periodo de velocidad decreciente es evidente que el método de pendientes por subperiodos (MPS) no predice satisfactoriamente el contenido de humedad durante el proceso de horneado. Esta limitación puede deberse a que se considera solo un término de la serie infinita y se utiliza una difusividad constante para cada subperiodo. Los coeficientes de determinación ( $R^2$ ) para este método fueron 0.9760, 0.9734 y 0.9756 para el horneado de rodajas de papa a 120, 130 y 140 °C, respectivamente (**Cuadro 3**). Por otro lado, la estimación del contenido de humedad mediante el método de aproximaciones sucesivas (MAS) fue adecuada (**Figuras 5, 6 y 7**), sin embargo, por la forma en que se determina la difusividad efectiva mediante este método, no hay certeza de que las difusividades calculadas sean precisas. Esta incertidumbre surge porque las difusividades se resolvieron a partir de la solución de la ley de difusión de Fick, lo que implica que se debe esperar un ajuste razonable al



**Figura 5.** A) Contenido de humedad promedio experimental ( $\bar{X}$ ) y estimado para el periodo de velocidad constante (PVC) y decreciente, al considerar una difusividad efectiva constante (MPS y MAS) y como una función constante ( $D_e = D_0$ ), lineal ( $D_e = D_0 + D_1t$ ), cuadrática del tiempo ( $D_e = D_0 + D_1t + D_2t^2$ ) y con la distribución de Weibull para el horneado de rodajas de papa a 120 °C. B) Difusividad efectiva ( $D_e$ ) estimada por los diferentes métodos.



**Figura 6.** A) Contenido de humedad promedio experimental ( $\bar{X}$ ) y estimado para el periodo de velocidad constante (PVC) y decreciente, al considerar una difusividad efectiva constante (MPS y MAS) y como una función constante ( $D_e = D_0$ ), lineal ( $D_e = D_0 + D_1t$ ), cuadrática del tiempo ( $D_e = D_0 + D_1t + D_2t^2$ ) y con la distribución de Weibull para el horneado de rodajas de papa a 130 °C. B) Difusividad efectiva ( $D_e$ ) estimada por los diferentes métodos.



**Figura 7.** A) Contenido de humedad promedio experimental ( $\bar{X}$ ) y estimado para el periodo de velocidad constante (PVC) y decreciente, al considerar una difusividad efectiva constante (MPS y MAS) y como una función constante ( $D_e = D_0$ ), lineal ( $D_e = D_0 + D_1t$ ), cuadrática del tiempo ( $D_e = D_0 + D_1t + D_2t^2$ ) y con la distribución de Weibull para el horneado de rodajas de papa a 140 °C. B) Difusividad efectiva ( $D_e$ ) estimada por los diferentes métodos.

**Cuadro 3.** Intervalos de la difusividad efectiva ( $D_e$ ) obtenida por diferentes métodos (método de pendientes por subperiodos, MPS; método de aproximaciones sucesivas, MAS; método cuadrático, MC; y la distribución de Weibull).

Temperatura (°C)	Método	Difusividad efectiva (m <sup>2</sup> /s)	R <sup>2</sup>
120	MPS	$4.87 \times 10^{-10} - 3.64 \times 10^{-9}$	0.9760
	MAS	$2.50 \times 10^{-11} - 1.42 \times 10^{-9}$	0.9999
	MC	$4.35 \times 10^{-11} - 1.82 \times 10^{-9}$	0.9992
	Weibull	$1.95 \times 10^{-11} - 1.61 \times 10^{-9}$	0.9997
130	MPS	$4.74 \times 10^{-10} - 3.17 \times 10^{-9}$	0.9734
	MAS	$4.77 \times 10^{-11} - 1.42 \times 10^{-9}$	0.9999
	MC	$5.52 \times 10^{-11} - 2.51 \times 10^{-9}$	0.9989
	Weibull	$1.00 \times 10^{-11} - 1.69 \times 10^{-9}$	0.9999
140	MPS	$5.58 \times 10^{-10} - 5.67 \times 10^{-9}$	0.9756
	MAS	$3.40 \times 10^{-11} - 1.68 \times 10^{-9}$	0.9999
	MC	$7.15 \times 10^{-11} - 2.80 \times 10^{-9}$	0.9987
	Weibull	$4.15 \times 10^{-11} - 1.69 \times 10^{-9}$	0.9999

sustituirlas en la misma ecuación. De igual manera, la estimación del contenido de humedad al utilizar el método de difusividad variable modelado como una función cuadrática del tiempo (Método Cuadrático, MC) en la ley de difusión de Fick, demuestra un ajuste satisfactorio de la solución analítica a los datos experimentales. Esto puede atribuirse al ajuste progresivo de la difusividad a lo largo del tiempo, resultante de los cambios en la estructura y la porosidad del alimento durante el proceso de horneado. Por último, se aprecia en las **Figuras 5, 6 y 7** (incisos A) que el ajuste para el contenido de humedad promedio con la distribución de Weibull fue adecuado, lo cual podría deberse a que este modelo describe de manera apropiada el fenómeno ocurrido en la estructura de las rodajas de papa durante el horneado, que involucra la migración de humedad, la formación y destrucción de microporos.

El método de aproximaciones sucesivas, el método de difusividad variable representado como una función cuadrática del tiempo y el modelo obtenido con la distribución de Weibull, arrojaron coeficientes  $R^2$  superiores a 0.999 para las temperaturas de horneado estudiadas (**Cuadro 3**). Sin embargo, se consideran que los modelos más adecuados para la estimación del contenido de humedad promedio son los que consideran una difusividad variable con el tiempo (Modelo Cuadrático y Weibull), ya que describen de manera adecuada del fenómeno de la migración de humedad al considerar los cambios ocurridos en la estructura del alimento.

Además de las estimaciones para el contenido de humedad promedio en las **Figuras 5, 6 y 7** (incisos B) se muestra el comportamiento de la difusividad efectiva obtenida mediante el método de pendientes por subperiodos (MPS), el método de aproximaciones sucesivas (MAS) y el método de difusividad efectiva variable: representada con una función constante ( $D_e = D_0$ ), lineal ( $D_e = D_0 + D_1t$ ) y cuadrática del tiempo ( $D_e = D_0 + D_1t + D_2t^2$ ); y la distribución de Weibull ( $D = D_0 + (D_\infty - D_0) (1 - e^{-(t/\beta)^\alpha})$ ). A excepción de la difusividad que sólo considera el coeficiente

constante ( $D_e = D_0$ ), en las diferentes difusividades obtenidas se observó un aumento de  $D_e$  con el incremento de la temperatura y el tiempo de horneado. Las difusividades ( $D_e$ ) determinadas por el método de pendientes por subperiodos (MPS) variaron de  $4.87 \times 10^{-10}$  a  $3.64 \times 10^{-9}$ ,  $4.74 \times 10^{-10}$  a  $3.17 \times 10^{-9}$  y  $5.58 \times 10^{-10}$  a  $5.67 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s para las temperaturas de horneado de 120, 130 y 140 °C, respectivamente. Por otra parte, la  $D_e$  obtenida por el método de aproximaciones sucesivas (MAS) varió de  $2.50 \times 10^{-11}$  a  $1.42 \times 10^{-9}$ ,  $4.77 \times 10^{-11}$  a  $1.42 \times 10^{-9}$  y  $3.40 \times 10^{-11}$  a  $1.68 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s, para el horneado a 120, 130 y 140 °C, respectivamente. Finalmente, los intervalos para la variable  $D_e$  modelada como una función cuadrática del tiempo (MC) a 120, 130 y 140 °C fueron de  $4.35 \times 10^{-11}$  a  $1.82 \times 10^{-9}$ ,  $5.52 \times 10^{-11}$  a  $2.51 \times 10^{-9}$  y  $7.15 \times 10^{-11}$  a  $2.80 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s, respectivamente (**Cuadro 3**). Por último, para la difusividad con el modelo de Weibull los parámetros fueron  $D_0 = 1.95 \times 10^{-11}$  m<sup>2</sup>/s,  $D_\infty = 2.02 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s,  $\alpha = 0.894$ ,  $\beta = 960$  s para 120 °C;  $D_0 = 1.00 \times 10^{-11}$  m<sup>2</sup>/s,  $D_\infty = 1.87 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s,  $\alpha = 1.081$ ,  $\beta = 720$  s para 130 °C; y  $D_0 = 4.15 \times 10^{-11}$  m<sup>2</sup>/s,  $D_\infty = 1.79 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s,  $\alpha = 1.117$ ,  $\beta = 500$  s para 140 °C. Las difusividades obtenidas con la distribución de Weibull se encontraron en el rango de  $1.95 \times 10^{-11}$  a  $1.61 \times 10^{-9}$ ,  $1.00 \times 10^{-11}$  a  $1.69 \times 10^{-9}$  y  $4.15 \times 10^{-11}$  a  $1.69 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s para el horneado a 120, 130 y 140 °C, respectivamente (**Cuadro 3**).

Arazola y col (2021) destacaron que el coeficiente de difusión, que indica la velocidad a la que el agua migra dentro del alimento, aumenta con la temperatura. Estos autores reportaron intervalos de difusividad de  $6.99 \times 10^{-8}$  a  $9.83 \times 10^{-8}$  y de  $4.26 \times 10^{-8}$  a  $5.67 \times 10^{-8}$  m<sup>2</sup>/s para muestras de ñame variedad Espino tradicional y variedad Espino brasileño, respectivamente, ambas sometidas a un proceso de fritura. Cazzaniga y col (2022) encontraron difusividades que van desde  $10^{-6}$  a  $10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s para el horneado (190 a 235 °C) de bocadillos de yuca. Las diferencias entre los hallazgos por estos autores y los de este estudio pueden atribuirse principalmente a las

variaciones en la metodología para estimar la difusividad, la composición de la muestra y las condiciones de procesamiento. A su vez, se ha indicado que la variabilidad en la difusividad efectiva depende de las condiciones del proceso, la composición del material, la estructura y el tamaño de la muestra. Los cambios en el coeficiente de difusión pueden deberse a factores estructurales que tienen lugar dentro del alimento, como la formación y distribución de poros, al igual que la expansión de estos debido a la presurización.

El contenido de humedad estimado tanto con el método de aproximaciones sucesivas (MAS) como los métodos de difusividad variable (Modelo Cuadrático, MC; y con la distribución de Weibull) proporcionaron ajustes satisfactorios a la cinética experimental de transferencia de masa (**Figuras 5, 6 y 7**). Las difusividades efectivas estimadas con MAS (**Figuras 5, 6 y 7**) fueron inferiores a las estimadas con el MC y Weibull, además, exhibieron un comportamiento sigmoideo. En las tres temperaturas estudiadas, el MAS sugirió que, durante las etapas finales del horneado, la difusividad de la humedad aumentaría sin ninguna limitación de crecimiento. Por el contrario, los métodos de difusividad variable (Modelo Cuadrático y la distribución de Weibull) indicaron que alcanzaría una difusividad máxima finita, lo que refleja un comportamiento más alineado con la realidad. De esta manera, los métodos que consideran una difusividad variable (MC y Weibull), pueden ayudar en gran medida a describir el comportamiento fenomenológico de la migración de la humedad dentro de los alimentos, un tema relevante durante el procesamiento de alimentos.

## **C MODELO DE MONTE CARLO PARA EL PROCESO DE HORNEADO**

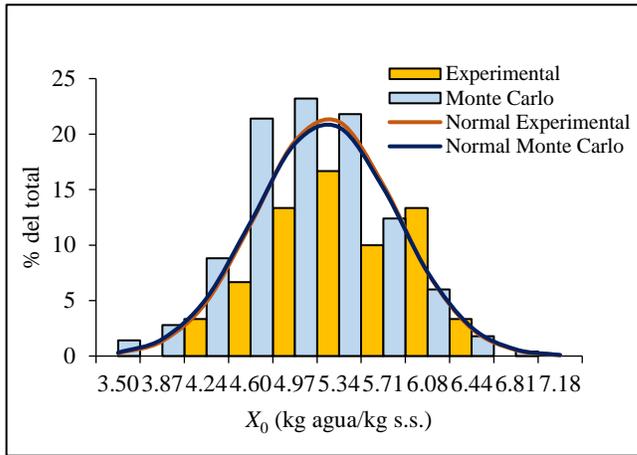
En el **Cuadro 4** se muestran las medias ( $\mu$ ) y desviaciones estándar ( $\sigma$ ) experimentales de las doce variables ( $X_0, k_Y, Y_s, Y, A, m_{ss}, X_c, X_\infty, L, D_0, D_1, D_2$ ) involucradas durante el proceso de

**Cuadro 4.** Media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ) experimental de las variables de entrada para las diferentes condiciones de horneado.

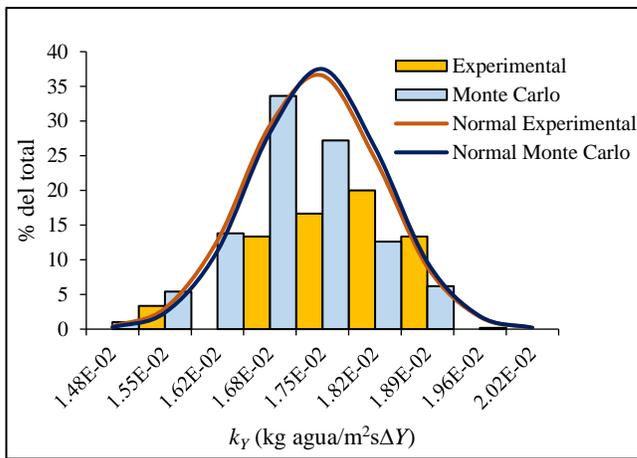
Variable de entrada	Temperatura de horneado (°C)		
	120	130	140
$X_0$ (kg agua/kg s.s.)	$5.23 \pm 0.58$	$4.40 \pm 0.39$	$4.48 \pm 0.43$
$k_Y$ (kg agua/m <sup>2</sup> s $\Delta Y$ )	$1.74 \times 10^{-2} \pm 7.14 \times 10^{-4}$	$1.75 \times 10^{-2} \pm 1.15 \times 10^{-3}$	$1.76 \times 10^{-2} \pm 9.25 \times 10^{-4}$
$Y_s$ (kg agua/kg a.s.)	$4.64 \times 10^{-2} \pm 2.42 \times 10^{-3}$	$4.83 \times 10^{-2} \pm 2.78 \times 10^{-3}$	$5.41 \times 10^{-2} \pm 2.93 \times 10^{-3}$
$Y$ (kg agua/kg a.s.)	$1.17 \times 10^{-2} \pm 2.62 \times 10^{-3}$	$1.15 \times 10^{-2} \pm 2.47 \times 10^{-3}$	$1.21 \times 10^{-2} \pm 3.06 \times 10^{-3}$
$A$ (m <sup>2</sup> )	$3.41 \times 10^{-2} \pm 5.87 \times 10^{-4}$	$3.38 \times 10^{-2} \pm 5.34 \times 10^{-4}$	$3.43 \times 10^{-2} \pm 4.36 \times 10^{-4}$
$m_{ss}$ (kg)	$6.31 \times 10^{-3} \pm 9.30 \times 10^{-4}$	$7.04 \times 10^{-3} \pm 4.85 \times 10^{-4}$	$6.80 \times 10^{-3} \pm 5.94 \times 10^{-4}$
$X_c$ (kg agua/kg s.s.)	$2.12 \pm 0.28$	$1.99 \pm 0.18$	$1.97 \pm 0.31$
$X_\infty$ (kg agua/kg s.s.)	$0.025 \pm 0.005$	$0.021 \pm 0.002$	$0.015 \pm 0.002$
$L$ (m)	$8.77 \times 10^{-4} \pm 2.81 \times 10^{-5}$	$8.66 \times 10^{-4} \pm 2.02 \times 10^{-5}$	$8.58 \times 10^{-4} \pm 2.19 \times 10^{-5}$
$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	$6.08 \times 10^{-11} \pm 4.75 \times 10^{-11}$	$4.10 \times 10^{-11} \pm 2.19 \times 10^{-11}$	$5.29 \times 10^{-11} \pm 4.10 \times 10^{-11}$
$D_1$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	$1.97 \times 10^{-12} \pm 5.13 \times 10^{-13}$	$2.02 \times 10^{-12} \pm 4.62 \times 10^{-13}$	$2.64 \times 10^{-12} \pm 5.56 \times 10^{-13}$
$D_2$ (m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> )	$-6.46 \times 10^{-16} \pm 3.26 \times 10^{-16}$	$-3.91 \times 10^{-16} \pm 3.92 \times 10^{-16}$	$-4.75 \times 10^{-16} \pm 2.81 \times 10^{-16}$

horneado consideradas para la estimación con el método de Monte Carlo. Se aprecia que en algunas variables como en los parámetros de difusividad ( $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$ ) se presenta una gran variabilidad, esto podría deberse a la complejidad del proceso de horneado y a la forma en que la humedad migra desde el interior de un alimento que es caracterizado por tener entre sus componentes un alto contenido de humedad y almidón.

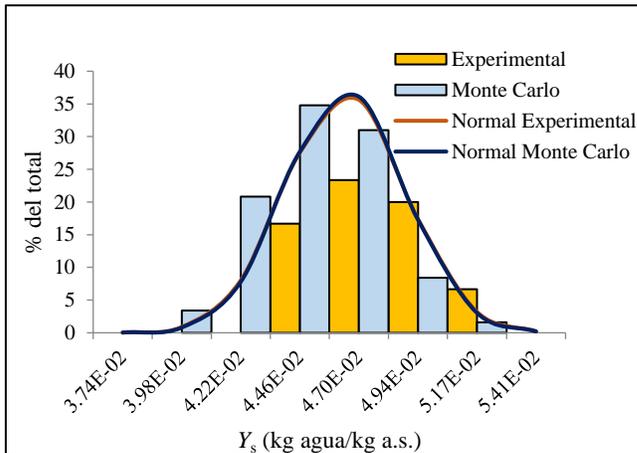
Las distribuciones de probabilidad en forma de histograma de frecuencia y el análisis obtenido mediante estadística descriptiva para las doce variables de entrada al modelo ( $X_0$ ,  $k_Y$ ,  $Y_s$ ,  $Y$ ,  $A$ ,  $m_{ss}$ ,  $X_c$ ,  $X_\infty$ ,  $L$ ,  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$ ), así como para el contenido de humedad crítico promedio ( $\bar{X}_c$ ) correspondiente a cada proceso de horneado (120, 130 y 140 °C), se muestran desde la **Figura 8** hasta la **Figura 20**. Las distribuciones de probabilidad observadas en los gráficos de cada una de las variables corresponden a 20 datos obtenidos experimentalmente, mientras que lo predicho por Monte Carlo corresponde a 500 datos generados aleatoriamente. Por su parte, el análisis mediante estadística descriptiva presentado para cada una de las variables corresponde a los 20 datos obtenidos experimentalmente y a lo predicho con el método de Monte Carlo con los 500 datos generados de manera aleatoria. Se observa en todos los casos, que tanto la media como la desviación estándar de los datos predichos como experimentales fueron muy similares. A su vez, es notorio que los histogramas para cada una de las variables se asemejan a una curva en forma de campana y que no se encuentran desplazados entre sí, lo que permite deducir que las distribuciones de probabilidad de las variables presentaron un comportamiento tipo Normal. Sin embargo, para comprobar que los datos para cada variable presentan un comportamiento Normal y pueden modelarse adecuadamente mediante una distribución Normal, se realizaron tres diferentes pruebas de Normalidad, las cuales fueron W. de Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov y Anderson-Darling (**Cuadro 5 y 6**). Estas pruebas indicaron que debido a que el valor



$X_0$ (kg agua/kg s.s.)		
	Experimental	MC
Media	5.24	5.23
Error típico	0.13	
Mediana	5.25	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	0.58	0.59
Varianza de la muestra	0.34	
Rango	1.97	
Mínimo	4.20	
Máximo	6.14	
Cuenta	20	

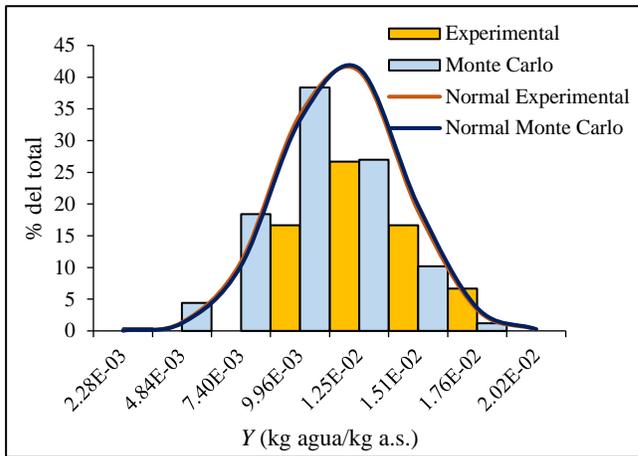


$k_\gamma$ (kg agua/m <sup>2</sup> sΔY)		
	Experimental	MC
Media	$1.74 \times 10^{-2}$	$1.75 \times 10^{-2}$
Error típico	$1.94 \times 10^{-4}$	
Mediana	$1.76 \times 10^{-2}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$8.67 \times 10^{-4}$	$8.50 \times 10^{-4}$
Varianza de la muestra	$7.52 \times 10^{-7}$	
Rango	$3.20 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$1.53 \times 10^{-2}$	
Máximo	$1.85 \times 10^{-2}$	
Cuenta	20	

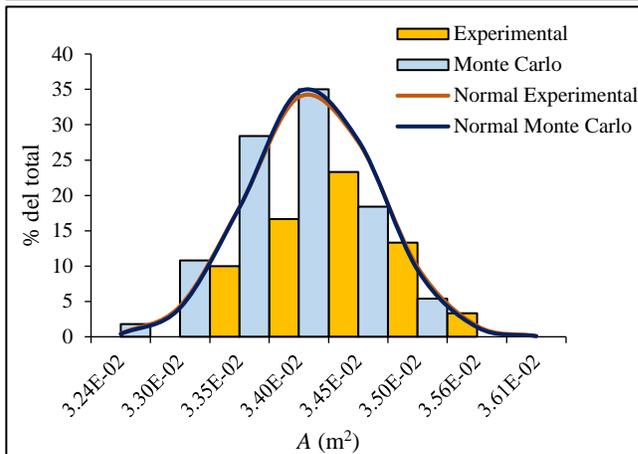


$Y_s$ (kg agua/kg a.s.)		
	Experimental	MC
Media	$4.64 \times 10^{-2}$	$4.64 \times 10^{-2}$
Error típico	$5.42 \times 10^{-4}$	
Mediana	$4.57 \times 10^{-2}$	
Moda	$4.51 \times 10^{-2}$	
Desviación estándar	$2.42 \times 10^{-3}$	$2.39 \times 10^{-3}$
Varianza de la muestra	$5.87 \times 10^{-6}$	
Rango	$8.33 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$4.34 \times 10^{-2}$	
Máximo	$5.17 \times 10^{-2}$	
Cuenta	20	

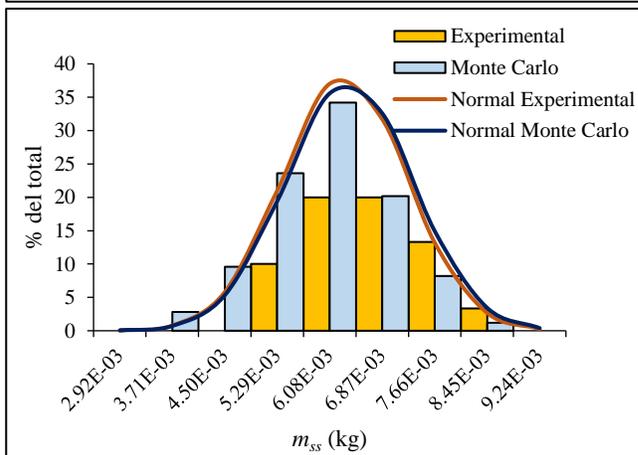
**Figura 8.** A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para el contenido de humedad inicial ( $X_0$ ), el coeficiente local de transferencia de masa ( $k_\gamma$ ) y humedad de saturación del aire ( $Y_s$ ) obtenidos para el horneado a 120 °C.



Y (kg agua/kg a.s.)		
	Experimental	MC
Media	$1.17 \times 10^{-2}$	$1.18 \times 10^{-2}$
Error típico	$5.85 \times 10^{-4}$	
Mediana	$1.08 \times 10^{-2}$	
Moda	$1.05 \times 10^{-2}$	
Desviación estándar	$2.62 \times 10^{-3}$	$2.62 \times 10^{-3}$
Varianza de la muestra	$6.85 \times 10^{-6}$	
Rango	$8.97 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$8.66 \times 10^{-3}$	
Máximo	$1.76 \times 10^{-2}$	
Cuenta	20	

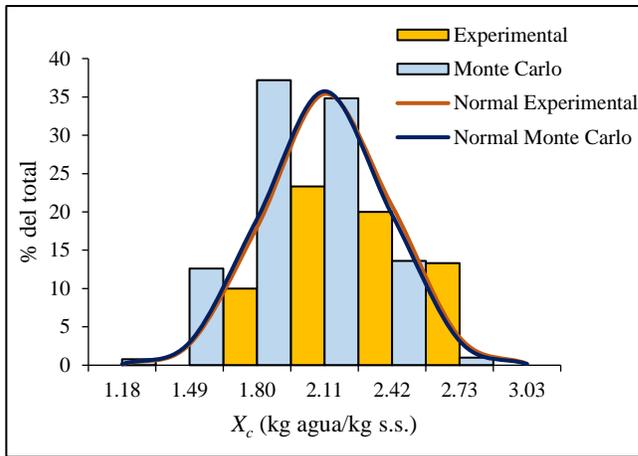


A (m <sup>2</sup> )		
	Experimental	MC
Media	$3.41 \times 10^{-2}$	$3.41 \times 10^{-2}$
Error típico	$1.28 \times 10^{-4}$	
Mediana	$3.41 \times 10^{-2}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$5.74 \times 10^{-4}$	$5.61 \times 10^{-4}$
Varianza de la muestra	$3.29 \times 10^{-7}$	
Rango	$1.89 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$3.32 \times 10^{-2}$	
Máximo	$3.50 \times 10^{-2}$	
Cuenta	20	

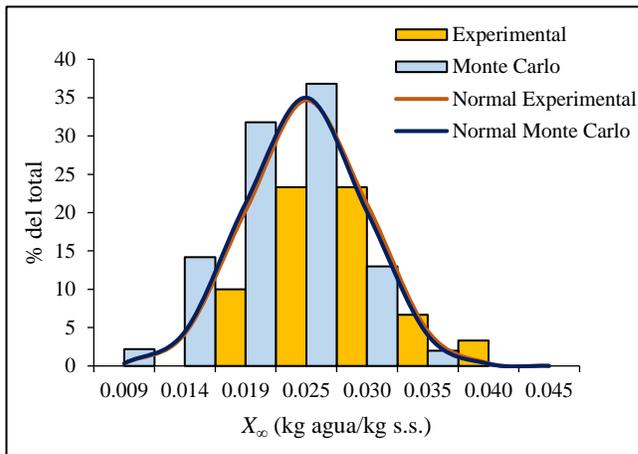


$m_{ss}$ (kg)		
	Experimental	MC
Media	$6.31 \times 10^{-3}$	$6.37 \times 10^{-3}$
Error típico	$2.08 \times 10^{-4}$	
Mediana	$6.45 \times 10^{-3}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$9.30 \times 10^{-4}$	$9.50 \times 10^{-4}$
Varianza de la muestra	$8.65 \times 10^{-7}$	
Rango	$3.22 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$5.15 \times 10^{-3}$	
Máximo	$8.37 \times 10^{-3}$	
Cuenta	20	

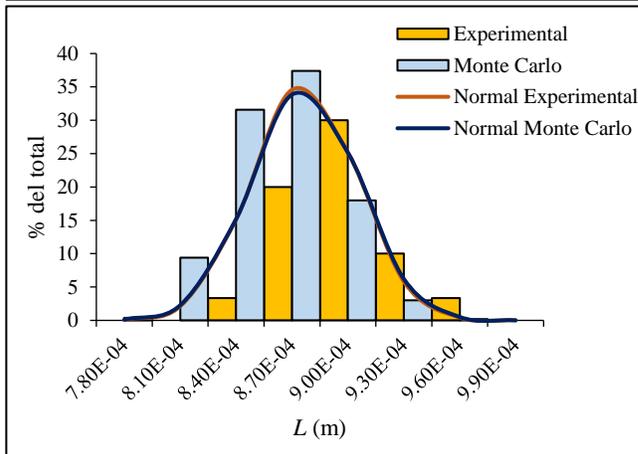
**Figura 9.** A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para la humedad del aire (Y), el área (A) y la masa de sólidos secos ( $m_{ss}$ ) obtenidos para el horneado a 120 °C.



$X_c$ (kg agua/kg s.s.)		
	Experimental	MC
Media	2.12	2.11
Error típico	0.06	
Mediana	2.11	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	0.28	0.28
Varianza de la muestra	0.08	
Rango	0.81	
Mínimo	1.73	
Máximo	2.54	
Cuenta	20	

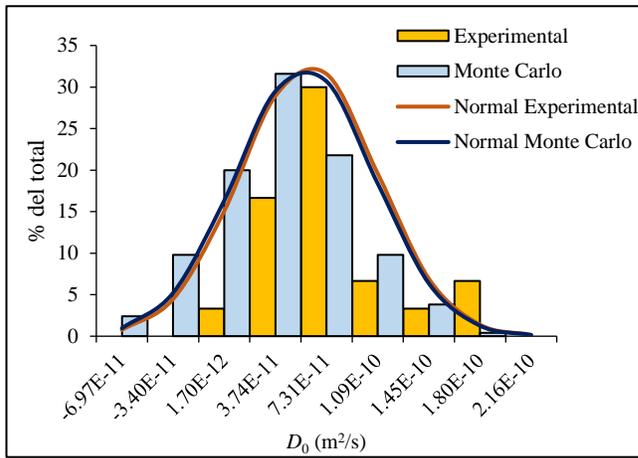


$X_\infty$ (kg agua/kg s.s.)		
	Experimental	MC
Media	0.025	0.025
Error típico	0.001	
Mediana	0.025	
Moda	0.026	
Desviación estándar	0.005	0.005
Varianza de la muestra	$2.62 \times 10^{-5}$	
Rango	0.021	
Mínimo	0.017	
Máximo	0.039	
Cuenta	20	

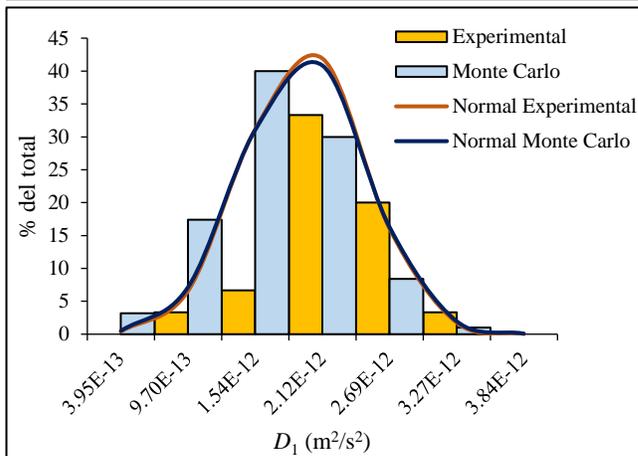


$L$ (m)		
	Experimental	MC
Media	$8.77 \times 10^{-4}$	$8.77 \times 10^{-4}$
Error típico	$6.27 \times 10^{-6}$	
Mediana	$8.77 \times 10^{-4}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$2.81 \times 10^{-5}$	$2.86 \times 10^{-5}$
Varianza de la muestra	$7.87 \times 10^{-10}$	
Rango	$1.34 \times 10^{-4}$	
Mínimo	$8.16 \times 10^{-4}$	
Máximo	$9.50 \times 10^{-4}$	
Cuenta	20	

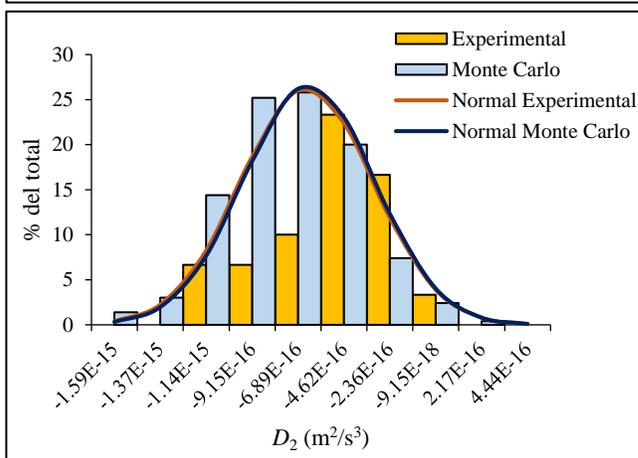
**Figura 10.** A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para el contenido de humedad crítico ( $X_c$ ), el contenido de humedad de equilibrio ( $X_\infty$ ) y el semiespesor ( $L$ ) obtenidos para el horneado a 120 °C.



	$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	
	Experimental	MC
Media	$6.08 \times 10^{-11}$	$5.78 \times 10^{-11}$
Error típico	$1.06 \times 10^{-11}$	
Mediana	$5.29 \times 10^{-11}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$4.71 \times 10^{-11}$	$4.81 \times 10^{-11}$
Varianza de la muestra	$2.26 \times 10^{-21}$	
Rango	$1.66 \times 10^{-10}$	
Mínimo	$1.70 \times 10^{-12}$	
Máximo	$1.68 \times 10^{-10}$	
Cuenta	20	

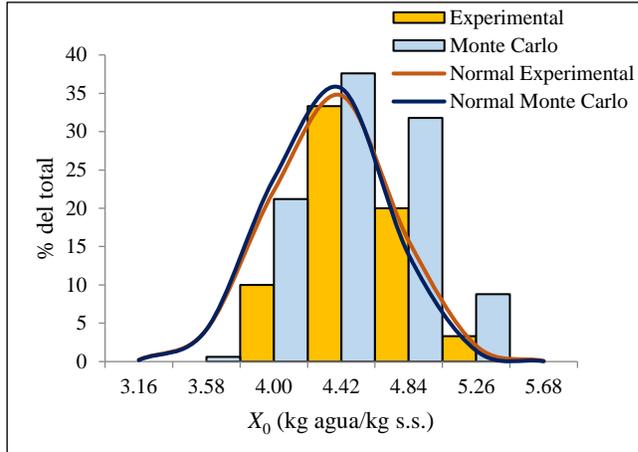


	$D_1$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	
	Experimental	MC
Media	$1.97 \times 10^{-12}$	$1.96 \times 10^{-12}$
Error típico	$1.15 \times 10^{-13}$	
Mediana	$1.84 \times 10^{-12}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$5.12 \times 10^{-13}$	$5.26 \times 10^{-13}$
Varianza de la muestra	$2.63 \times 10^{-25}$	
Rango	$2.30 \times 10^{-12}$	
Mínimo	$9.70 \times 10^{-13}$	
Máximo	$3.27 \times 10^{-12}$	
Cuenta	20	

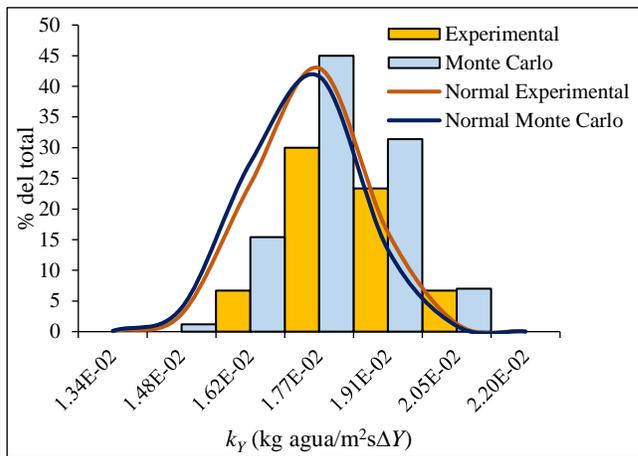


	$D_2$ (m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> )	
	Experimental	MC
Media	$-6.46 \times 10^{-16}$	$-6.35 \times 10^{-16}$
Error típico	$7.28 \times 10^{-17}$	
Mediana	$-5.63 \times 10^{-16}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$3.26 \times 10^{-16}$	$3.22 \times 10^{-16}$
Varianza de la muestra	$1.06 \times 10^{-16}$	
Rango	$1.17 \times 10^{-15}$	
Mínimo	$-1.30 \times 10^{-15}$	
Máximo	$-1.26 \times 10^{-16}$	
Cuenta	20	

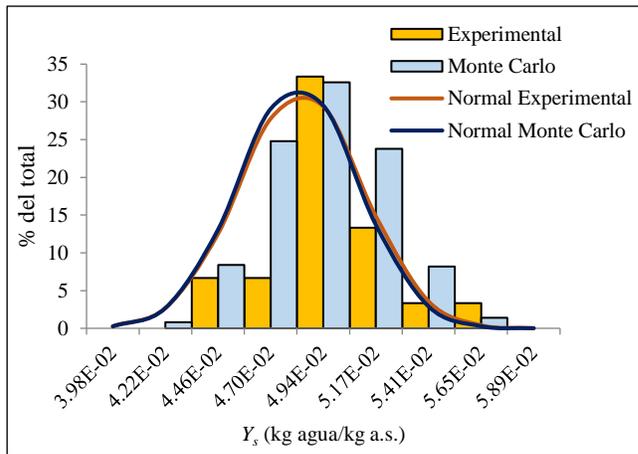
**Figura 11.** A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para los coeficientes de difusión  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  obtenidos para el horneado a 120 °C.



$X_0$ (kg agua/kg s.s.)		
	Experimental	MC
Media	4.36	4.34
Error típico	0.08	
Mediana	4.23	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	0.38	0.36
Varianza de la muestra	0.14	
Rango	1.37	
Mínimo	3.89	
Máximo	5.26	
Cuenta	20	

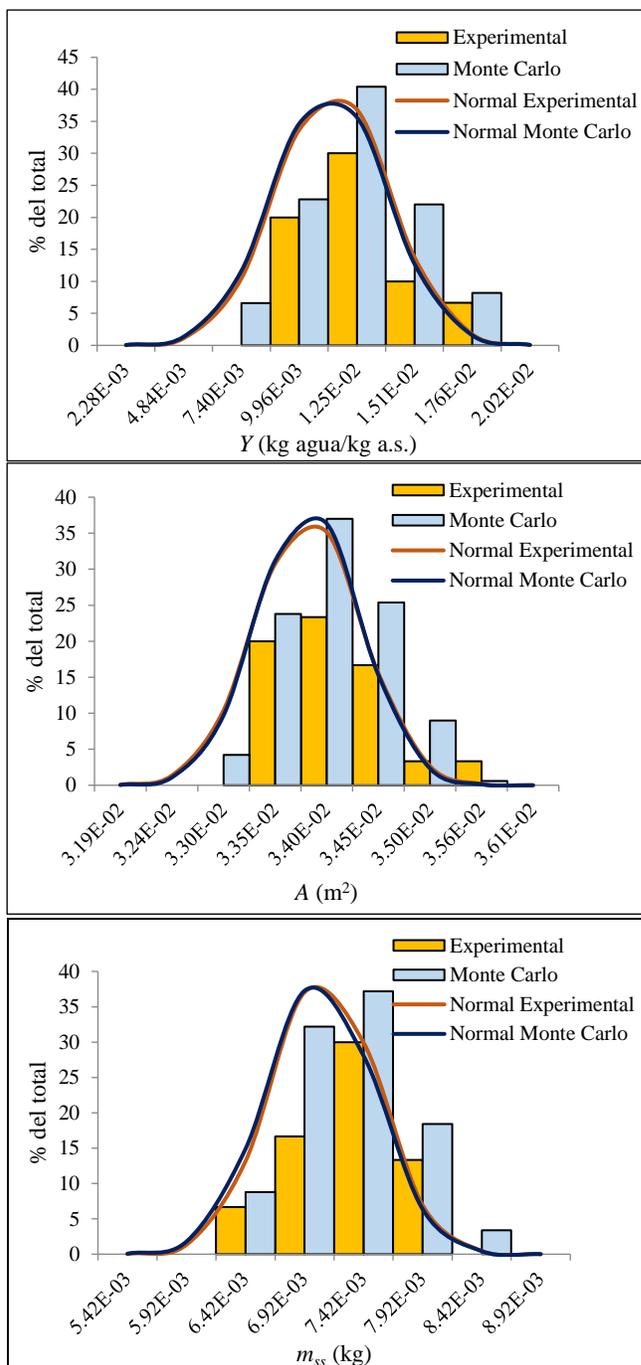


$k_y$ (kg agua/m <sup>2</sup> s ΔY)		
	Experimental	MC
Media	$1.75 \times 10^{-2}$	$1.73 \times 10^{-2}$
Error típico	$1.94 \times 10^{-4}$	
Mediana	$1.76 \times 10^{-2}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$1.15 \times 10^{-3}$	$1.15 \times 10^{-3}$
Varianza de la muestra	$7.52 \times 10^{-7}$	
Rango	$3.20 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$1.53 \times 10^{-2}$	
Máximo	$1.85 \times 10^{-2}$	
Cuenta	20	



$Y_s$ (kg agua/kg a.s.)		
	Experimental	MC
Media	$4.83 \times 10^{-2}$	$4.82 \times 10^{-2}$
Error típico	$5.42 \times 10^{-4}$	
Mediana	$4.57 \times 10^{-2}$	
Moda	$4.51 \times 10^{-2}$	
Desviación estándar	$2.78 \times 10^{-3}$	$2.70 \times 10^{-3}$
Varianza de la muestra	$5.87 \times 10^{-6}$	
Rango	$8.33 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$4.34 \times 10^{-2}$	
Máximo	$5.17 \times 10^{-2}$	
Cuenta	20	

**Figura 12.** A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para el contenido de humedad inicial ( $X_0$ ), el coeficiente local de transferencia de masa ( $k_y$ ) y humedad de saturación del aire ( $Y_s$ ) obtenidos para el horneado a 130 °C.

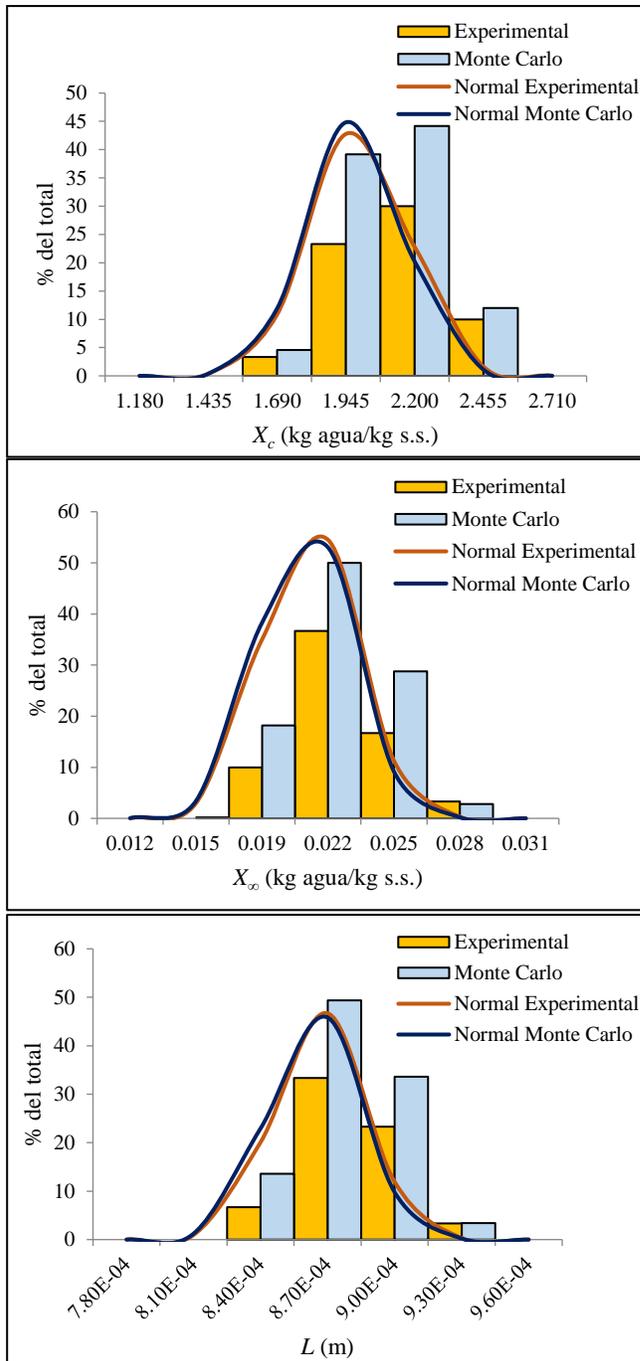


Y (kg agua/kg a.s.)		
	Experimental	MC
Media	$1.15 \times 10^{-2}$	$1.13 \times 10^{-2}$
Error típico	$5.51 \times 10^{-4}$	
Mediana	$1.11 \times 10^{-2}$	
Moda	$1.11 \times 10^{-2}$	
Desviación estándar	$2.47 \times 10^{-3}$	$2.49 \times 10^{-3}$
Varianza de la muestra	$6.08 \times 10^{-6}$	
Rango	$8.76 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$8.87 \times 10^{-3}$	
Máximo	$1.76 \times 10^{-2}$	
Cuenta	20	

A (m²)		
	Experimental	MC
Media	$3.38 \times 10^{-2}$	$3.38 \times 10^{-2}$
Error típico	$1.19 \times 10^{-4}$	
Mediana	$3.39 \times 10^{-2}$	
Moda	$3.36 \times 10^{-2}$	
Desviación estándar	$5.34 \times 10^{-4}$	$5.16 \times 10^{-4}$
Varianza de la muestra	$2.85 \times 10^{-7}$	
Rango	$2.05 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$3.30 \times 10^{-2}$	
Máximo	$3.50 \times 10^{-2}$	
Cuenta	20	

m <sub>ss</sub> (kg)		
	Experimental	MC
Media	$7.08 \times 10^{-3}$	$7.05 \times 10^{-3}$
Error típico	$1.00 \times 10^{-4}$	
Mediana	$7.04 \times 10^{-3}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$4.47 \times 10^{-4}$	$4.56 \times 10^{-4}$
Varianza de la muestra	$2.00 \times 10^{-7}$	
Rango	$1.70 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$6.21 \times 10^{-3}$	
Máximo	$7.91 \times 10^{-3}$	
Cuenta	20	

**Figura 13.** A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para la humedad del aire (Y), el área (A) y la masa de sólidos secos ( $m_{ss}$ ) obtenidos para el horneado a 130 °C.

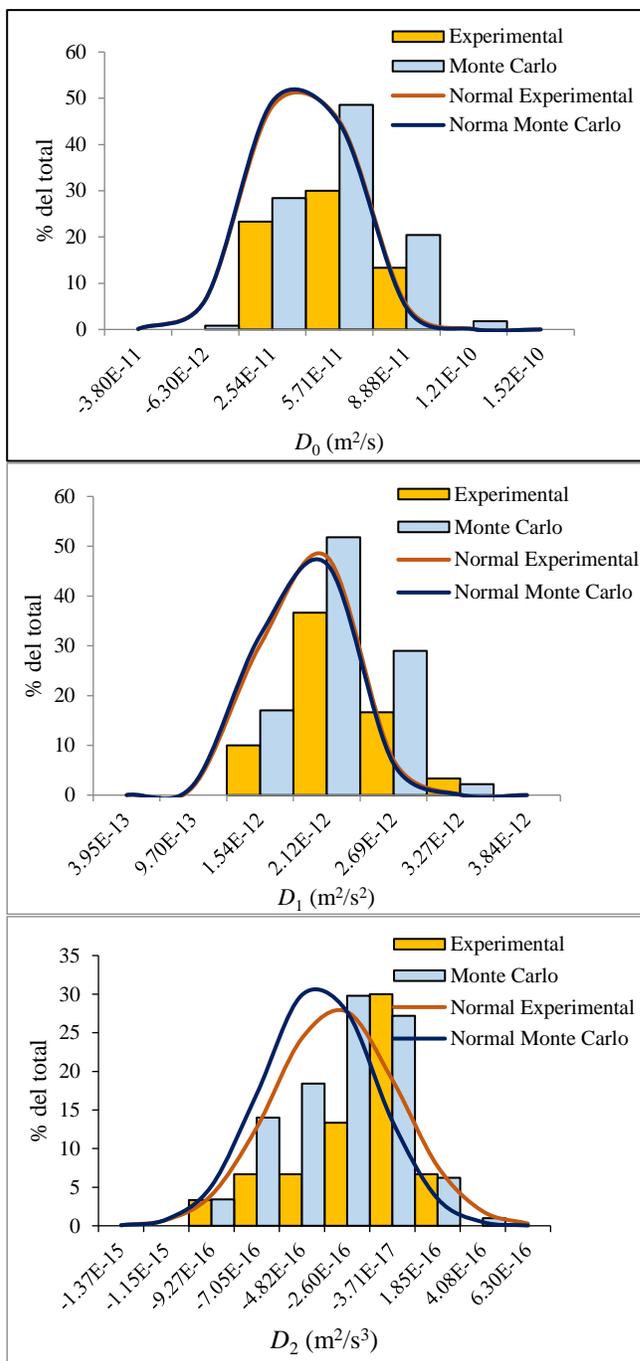


	$X_c$ (kg agua/kg s.s.)	
	Experimental	MC
Media	1.99	1.98
Error típico	0.04	
Mediana	1.98	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	0.18	0.18
Varianza de la muestra	0.03	
Rango	0.69	
Mínimo	1.65	
Máximo	2.34	
Cuenta	20	

	$X_\infty$ (kg agua/kg s.s.)	
	Experimental	MC
Media	0.021	0.021
Error típico	$5.04 \times 10^{-4}$	
Mediana	0.020	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	0.002	0.002
Varianza de la muestra	$5.07 \times 10^{-6}$	
Rango	0.008	
Mínimo	0.018	
Máximo	0.026	
Cuenta	20	

	$L$ (m)	
	Experimental	MC
Media	$8.66 \times 10^{-4}$	$8.64 \times 10^{-4}$
Error típico	$4.51 \times 10^{-6}$	
Mediana	$8.64 \times 10^{-4}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$2.02 \times 10^{-5}$	$2.01 \times 10^{-5}$
Varianza de la muestra	$4.07 \times 10^{-10}$	
Rango	$1.34 \times 10^{-4}$	
Mínimo	$8.37 \times 10^{-4}$	
Máximo	$9.16 \times 10^{-4}$	
Cuenta	20	

**Figura 14.** A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para el contenido de humedad crítico ( $X_c$ ), el contenido de humedad de equilibrio ( $X_\infty$ ) y el semiespesor ( $L$ ) obtenidos para el horneado a 130 °C.

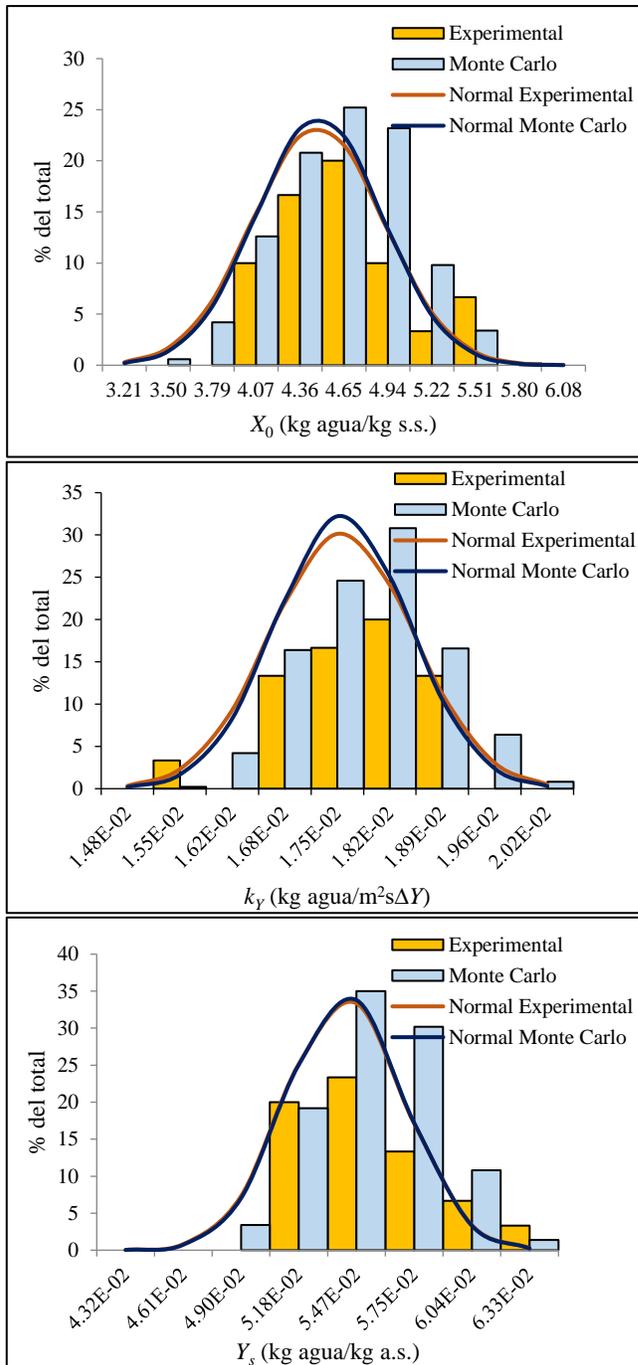


	$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	
	Experimental	MC
Media	$4.02 \times 10^{-11}$	$3.98 \times 10^{-11}$
Error típico	$4.91 \times 10^{-12}$	
Mediana	$4.08 \times 10^{-11}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$2.20 \times 10^{-11}$	$2.16 \times 10^{-11}$
Varianza de la muestra	$4.82 \times 10^{-22}$	
Rango	$7.49 \times 10^{-11}$	
Mínimo	$8.26 \times 10^{-12}$	
Máximo	$8.31 \times 10^{-11}$	
Cuenta	20	

	$D_1$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	
	Experimental	MC
Media	$1.94 \times 10^{-12}$	$1.92 \times 10^{-12}$
Error típico	$8.33 \times 10^{-14}$	
Mediana	$1.89 \times 10^{-12}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$3.72 \times 10^{-13}$	$3.73 \times 10^{-13}$
Varianza de la muestra	$1.39 \times 10^{-25}$	
Rango	$1.36 \times 10^{-12}$	
Mínimo	$1.46 \times 10^{-12}$	
Máximo	$2.82 \times 10^{-12}$	
Cuenta	20	

	$D_2$ (m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> )	
	Experimental	MC
Media	$-3.14 \times 10^{-16}$	$-3.98 \times 10^{-16}$
Error típico	$6.93 \times 10^{-17}$	
Mediana	$-1.90 \times 10^{-16}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$3.10 \times 10^{-16}$	$-2.79 \times 10^{-16}$
Varianza de la muestra	$9.62 \times 10^{-32}$	
Rango	$1.07 \times 10^{-15}$	
Mínimo	$-1.09 \times 10^{-15}$	
Máximo	$-2.52 \times 10^{-17}$	
Cuenta	20	

**Figura 15.** A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para los coeficientes de difusión  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  obtenidos para el horneado a 130 °C.

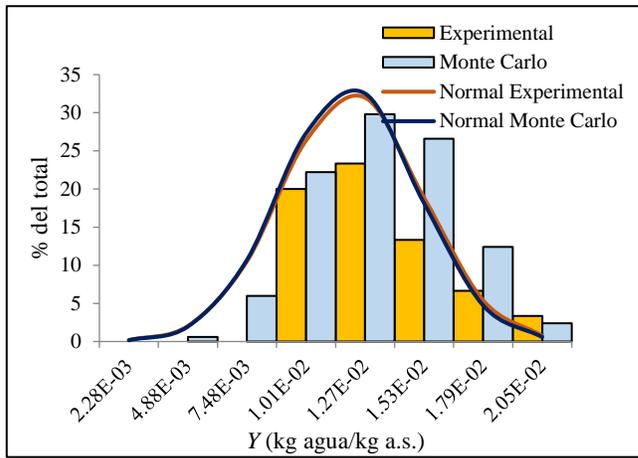


	$X_0$ (kg agua/kg s.s.)	
	Experimental	MC
Media	4.48	4.49
Error típico	0.10	
Mediana	4.44	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	0.43	0.41
Varianza de la muestra	0.18	
Rango	1.43	
Mínimo	3.89	
Máximo	5.32	
Cuenta	20	

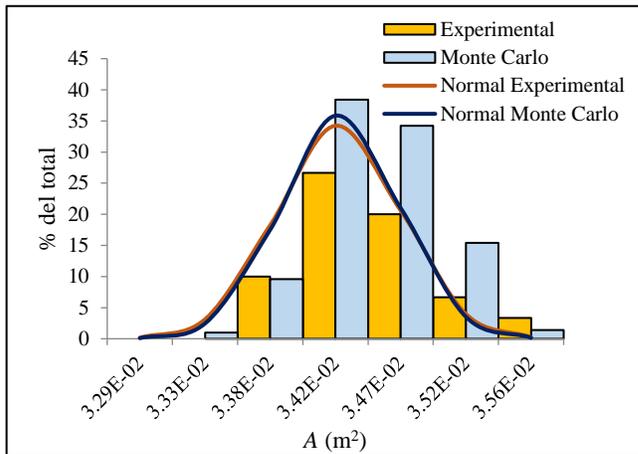
	$k_y$ (kg agua/m <sup>2</sup> sΔY)	
	Experimental	MC
Media	$1.76 \times 10^{-2}$	$1.76 \times 10^{-2}$
Error típico	$2.06 \times 10^{-4}$	
Mediana	$1.76 \times 10^{-2}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$9.25 \times 10^{-4}$	$8.65 \times 10^{-4}$
Varianza de la muestra	$8.56 \times 10^{-7}$	
Rango	$3.56 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$1.57 \times 10^{-2}$	
Máximo	$1.93 \times 10^{-2}$	
Cuenta	20	

	$Y_s$ (kg agua/kg a.s.)	
	Experimental	MC
Media	$5.41 \times 10^{-2}$	$5.41 \times 10^{-2}$
Error típico	$5.42 \times 10^{-4}$	
Mediana	$4.57 \times 10^{-2}$	
Moda	$4.51 \times 10^{-2}$	
Desviación estándar	$2.93 \times 10^{-3}$	$2.90 \times 10^{-3}$
Varianza de la muestra	$5.87 \times 10^{-6}$	
Rango	$8.33 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$4.34 \times 10^{-2}$	
Máximo	$5.17 \times 10^{-2}$	
Cuenta	20	

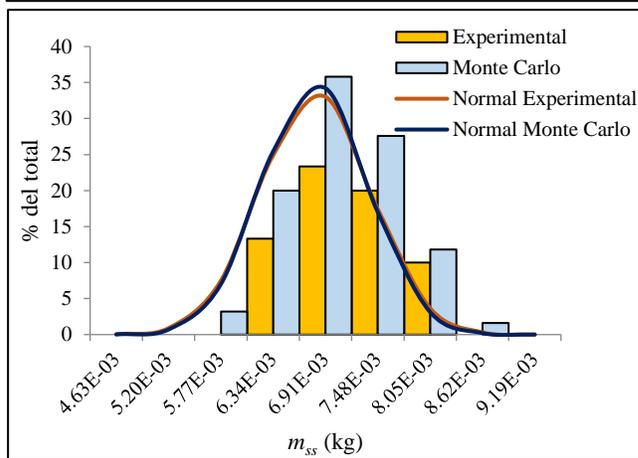
**Figura 16.** A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para el contenido de humedad inicial ( $X_0$ ), el coeficiente local de transferencia de masa ( $k_y$ ) y humedad de saturación del aire ( $Y_s$ ) obtenidos para el horneado a 140 °C.



Y (kg agua/kg a.s.)		
	Experimental	MC
Media	$1.21 \times 10^{-2}$	$1.20 \times 10^{-2}$
Error típico	$6.84 \times 10^{-4}$	
Mediana	$1.11 \times 10^{-2}$	
Moda	$1.11 \times 10^{-2}$	
Desviación estándar	$3.06 \times 10^{-3}$	$2.98 \times 10^{-3}$
Varianza de la muestra	$9.35 \times 10^{-6}$	
Rango	$1.06 \times 10^{-2}$	
Mínimo	$8.66 \times 10^{-3}$	
Máximo	$1.93 \times 10^{-2}$	
Cuenta	20	

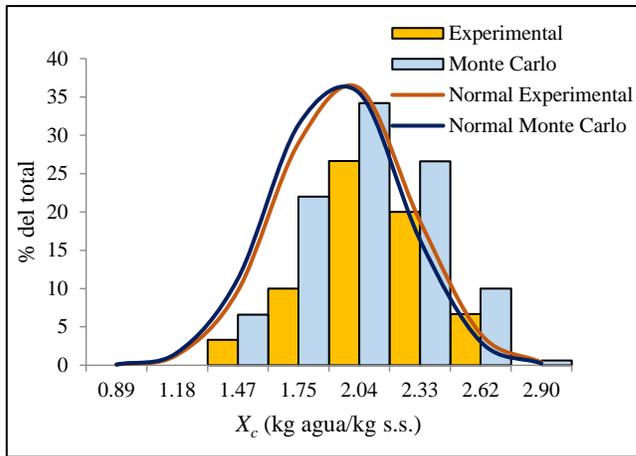


A (m²)		
	Experimental	MC
Media	$3.43 \times 10^{-2}$	$3.43 \times 10^{-2}$
Error típico	$9.75 \times 10^{-5}$	
Mediana	$3.42 \times 10^{-2}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$4.36 \times 10^{-4}$	$4.16 \times 10^{-4}$
Varianza de la muestra	$1.90 \times 10^{-7}$	
Rango	$1.97 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$3.36 \times 10^{-2}$	
Máximo	$3.56 \times 10^{-2}$	
Cuenta	20	

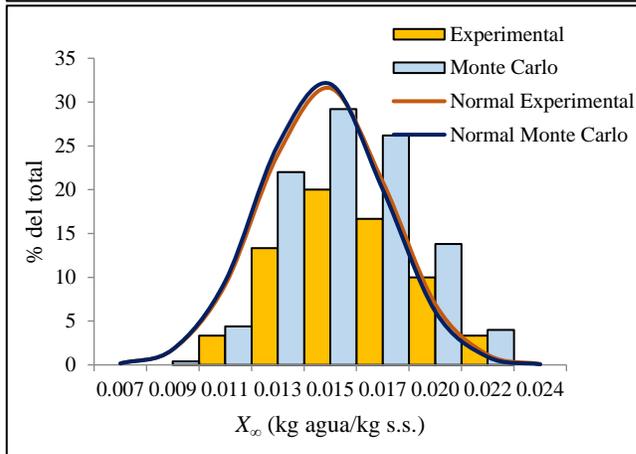


$m_{ss}$ (kg)		
	Experimental	MC
Media	$6.80 \times 10^{-3}$	$6.79 \times 10^{-3}$
Error típico	$1.33 \times 10^{-4}$	
Mediana	$6.79 \times 10^{-3}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$5.94 \times 10^{-4}$	$5.71 \times 10^{-4}$
Varianza de la muestra	$3.52 \times 10^{-7}$	
Rango	$2.13 \times 10^{-3}$	
Mínimo	$5.82 \times 10^{-3}$	
Máximo	$7.95 \times 10^{-3}$	
Cuenta	20	

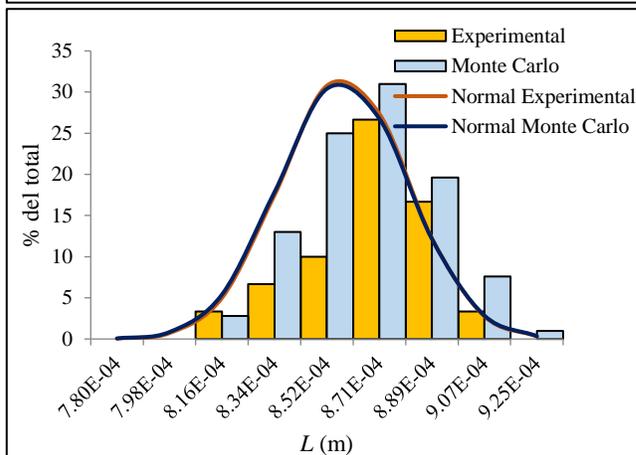
**Figura 17.** A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para la humedad del aire (Y), el área (A) y la masa de sólidos secos ( $m_{ss}$ ) obtenidos para el horneado a 140 °C.



	$X_c$ (kg agua/kg s.s.)	
	Experimental	MC
Media	1.97	1.97
Error típico	0.07	
Mediana	1.99	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	0.31	0.30
Varianza de la muestra	0.09	
Rango	1.34	
Mínimo	1.19	
Máximo	2.53	
Cuenta	20	

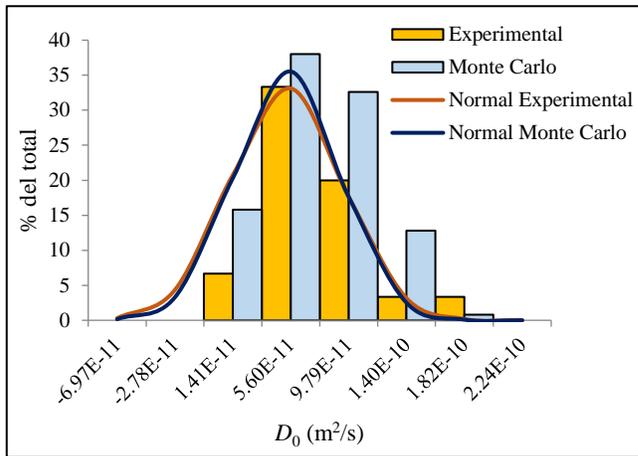


	$X_\infty$ (kg agua/kg s.s.)	
	Experimental	MC
Media	0.015	0.015
Error típico	$5.47 \times 10^{-4}$	
Mediana	0.015	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	0.002	0.002
Varianza de la muestra	$5.99 \times 10^{-6}$	
Rango	0.008	
Mínimo	0.011	
Máximo	0.020	
Cuenta	20	

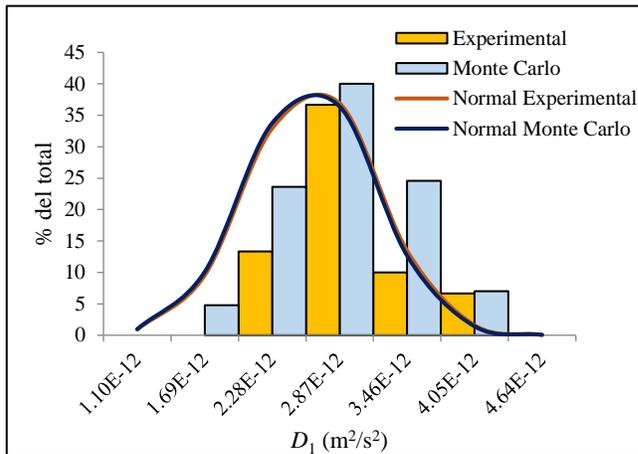


	$L$ (m)	
	Experimental	MC
Media	$8.58 \times 10^{-4}$	$8.58 \times 10^{-4}$
Error típico	$4.90 \times 10^{-6}$	
Mediana	$8.68 \times 10^{-4}$	
Moda	$8.78 \times 10^{-4}$	
Desviación estándar	$2.19 \times 10^{-5}$	$2.23 \times 10^{-5}$
Varianza de la muestra	$4.78 \times 10^{-10}$	
Rango	$8.16 \times 10^{-5}$	
Mínimo	$8.13 \times 10^{-4}$	
Máximo	$8.94 \times 10^{-4}$	
Cuenta	20	

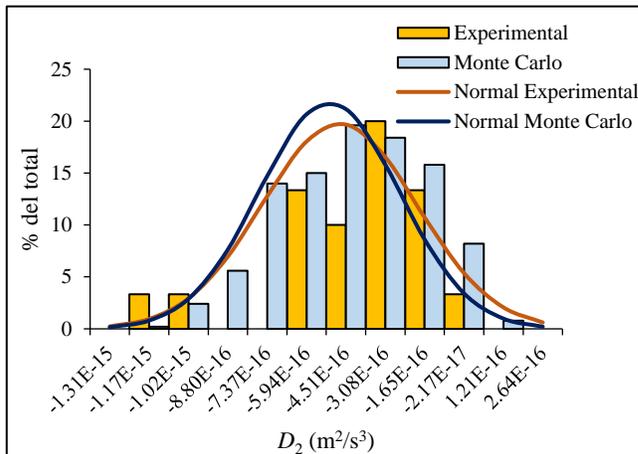
**Figura 18.** A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para el contenido de humedad crítico ( $X_c$ ), el contenido de humedad de equilibrio ( $X_\infty$ ) y el semiespesor ( $L$ ) obtenidos para el horneado a 140 °C.



	$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	
	Experimental	MC
Media	$5.29 \times 10^{-11}$	$5.37 \times 10^{-11}$
Error típico	$8.95 \times 10^{-12}$	
Mediana	$4.88 \times 10^{-11}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$4.00 \times 10^{-11}$	$3.74 \times 10^{-11}$
Varianza de la muestra	$1.60 \times 10^{-21}$	
Rango	$1.77 \times 10^{-10}$	
Mínimo	$4.83 \times 10^{-12}$	
Máximo	$1.82 \times 10^{-10}$	
Cuenta	20	

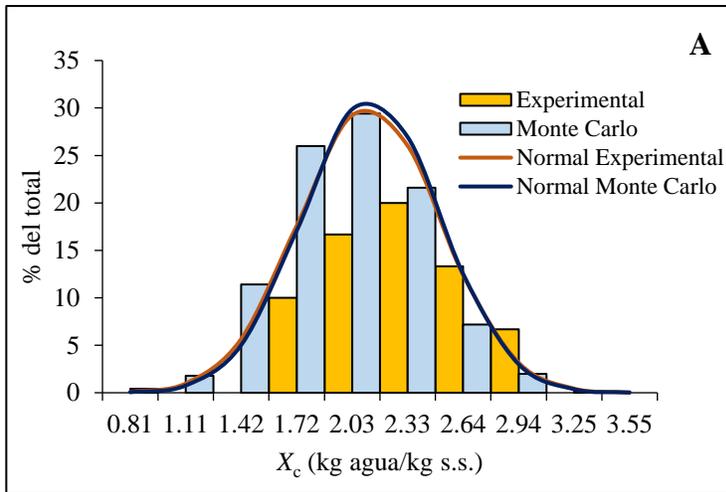


	$D_1$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	
	Experimental	MC
Media	$2.64 \times 10^{-12}$	$2.62 \times 10^{-12}$
Error típico	$1.24 \times 10^{-13}$	
Mediana	$2.43 \times 10^{-12}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$5.56 \times 10^{-13}$	$5.54 \times 10^{-13}$
Varianza de la muestra	$3.09 \times 10^{-25}$	
Rango	$1.96 \times 10^{-12}$	
Mínimo	$2.08 \times 10^{-12}$	
Máximo	$4.04 \times 10^{-12}$	
Cuenta	20	

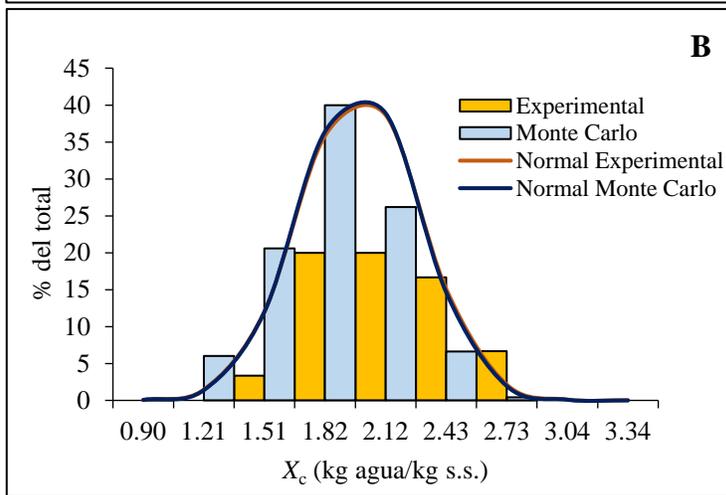


	$D_2$ (m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> )	
	Experimental	MC
Media	$-4.75 \times 10^{-16}$	$-5.12 \times 10^{-16}$
Error típico	$6.28 \times 10^{-17}$	
Mediana	$-4.16 \times 10^{-16}$	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	$2.81 \times 10^{-16}$	$-2.55 \times 10^{-16}$
Varianza de la muestra	$7.88 \times 10^{-32}$	
Rango	$1.13 \times 10^{-15}$	
Mínimo	$-1.17 \times 10^{-15}$	
Máximo	$-3.41 \times 10^{-17}$	
Cuenta	20	

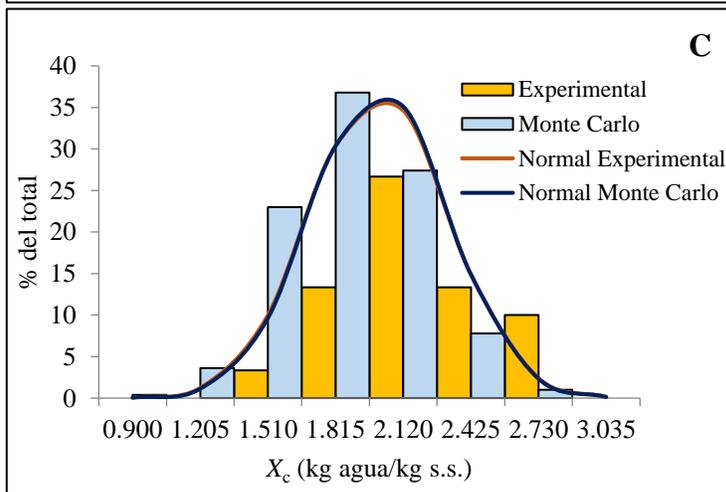
**Figura 19.** A) Distribución de probabilidad y B) análisis estadístico para los coeficientes de difusión  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  obtenidos para el horneado a 140 °C.



$\bar{X}_c$ (kg agua/kg s.s.), $t = 960$ s		
	Experimental	MC
Media	2.12	2.13
Error típico	0.09	
Mediana	2.11	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	0.39	0.37
Varianza de la muestra	0.15	
Rango	1.39	
Mínimo	1.47	
Máximo	2.86	
Cuenta	20	



$\bar{X}_c$ (kg agua/kg s.s.), $t = 800$ s		
	Experimental	MC
Media	1.99	1.99
Error típico	0.07	
Mediana	1.89	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	0.30	0.30
Varianza de la muestra	0.09	
Rango	1.02	
Mínimo	1.49	
Máximo	2.52	
Cuenta	20	



$\bar{X}_c$ (kg agua/kg s.s.), $t = 690$ s		
	Experimental	MC
Media	2.01	2.01
Error típico	0.07	
Mediana	1.96	
Moda	#N/D	
Desviación estándar	0.31	0.30
Varianza de la muestra	0.09	
Rango	1.23	
Mínimo	1.50	
Máximo	2.73	
Cuenta	20	

**Figura 20.** Distribución de probabilidad y análisis estadístico para el contenido de humedad promedio ( $\bar{X}_c$ ) obtenido para las diferentes temperaturas de horneado A) 120, B) 130 y C) 140 °C.

**Cuadro 5.** Pruebas de Normalidad para las doce variables de entrada al modelo ( $X_0$ ,  $k_Y$ ,  $Y_s$ ,  $Y$ ,  $A$ ,  $m_{ss}$ ,  $X_c$ ,  $X_\infty$ ,  $L$ ,  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$ ) obtenidas a las temperaturas de horneado de 120, 130 y 140 °C.

Variable	Temperatura (°C)	Pruebas de Normalidad		
		W. de Shapiro-Wilk	Kolmogorov-Smirnov	Anderson-Darling
$X_0$ (kg agua/kg s.s.)	120	$p = 0.602$	$p = 0.947$	$p \geq 0.10$
$k_Y$ (kg agua/m <sup>2</sup> s $\Delta Y$ )		$p = 0.066$	$p = 0.684$	$p \geq 0.10$
$Y_s$ (kg agua/kg a.s.)		$p = 0.130$	$p = 0.650$	$p \geq 0.10$
$Y$ (kg agua/kg a.s.)		$p = 0.044$	$p = 0.500$	$p \geq 0.10$
$A$ (m <sup>2</sup> )		$p = 0.585$	$p = 0.999$	$p \geq 0.10$
$m_{ss}$ (kg)		$p = 0.064$	$p = 0.476$	$p \geq 0.10$
$X_c$ (kg agua/kg s.s.)		$p = 0.066$	$p = 0.738$	$p \geq 0.10$
$X_\infty$ (kg agua/kg s.s.)		$p = 0.250$	$p = 0.877$	$p \geq 0.10$
$L$ (m)		$p = 0.575$	$p = 0.921$	$p \geq 0.10$
$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)		$p = 0.029$	$p = 0.451$	$p \geq 0.10$
$D_1$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )		$p = 0.437$	$p = 0.844$	$p \geq 0.10$
$D_2$ (m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> )		$p = 0.143$	$p = 0.586$	$p \geq 0.10$
$X_0$ (kg agua/kg s.s.)	130	$p = 0.046$	$p = 0.222$	$p \geq 0.10$
$k_Y$ (kg agua/m <sup>2</sup> s $\Delta Y$ )		$p = 0.050$	$p = 0.631$	$p \geq 0.10$
$Y_s$ (kg agua/kg a.s.)		$p = 0.148$	$p = 0.568$	$p \geq 0.10$
$Y$ (kg agua/kg a.s.)		$p = 0.005$	$p = 0.186$	$p \geq 0.10$
$A$ (m <sup>2</sup> )		$p = 0.725$	$p = 0.997$	$p \geq 0.10$
$m_{ss}$ (kg)		$p = 0.945$	$p = 0.997$	$p \geq 0.10$
$X_c$ (kg agua/kg s.s.)		$p = 0.276$	$p = 0.638$	$p \geq 0.10$
$X_\infty$ (kg agua/kg s.s.)		$p = 0.141$	$p = 0.559$	$p \geq 0.10$
$L$ (m)		$p = 0.247$	$p = 0.850$	$p \geq 0.10$
$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)		$p = 0.425$	$p = 0.835$	$p \geq 0.10$
$D_1$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )		$p = 0.202$	$p = 0.888$	$p \geq 0.10$
$D_2$ (m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> )		$p = 0.002$	$p = 0.482$	$p \geq 0.10$
$X_0$ (kg agua/kg s.s.)	140	$p = 0.251$	$p = 0.908$	$p \geq 0.10$
$k_Y$ (kg agua/m <sup>2</sup> s $\Delta Y$ )		$p = 0.815$	$p = 0.956$	$p \geq 0.10$
$Y_s$ (kg agua/kg a.s.)		$p = 0.045$	$p = 0.523$	$p \geq 0.10$
$Y$ (kg agua/kg a.s.)		$p = 0.039$	$p = 0.561$	$p \geq 0.10$
$A$ (m <sup>2</sup> )		$p = 0.061$	$p = 0.487$	$p \geq 0.10$
$m_{ss}$ (kg)		$p = 0.726$	$p = 0.999$	$p \geq 0.10$
$X_c$ (kg agua/kg s.s.)		$p = 0.491$	$p = 0.738$	$p \geq 0.10$
$X_\infty$ (kg agua/kg s.s.)		$p = 0.418$	$p = 0.774$	$p \geq 0.10$
$L$ (m)		$p = 0.040$	$p = 0.294$	$p \geq 0.10$
$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)		$p = 0.006$	$p = 0.578$	$p \geq 0.10$
$D_1$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )		$p = 0.0003$	$p = 0.329$	$p \geq 0.10$
$D_2$ (m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> )		$p = 0.040$	$p = 0.735$	$p \geq 0.10$

**Cuadro 6.** Pruebas de Normalidad para el contenido de humedad crítico promedio ( $\bar{X}_c$ ) obtenido a las diferentes temperaturas de horneado (120, 130 y 140 °C).

Variable	Pruebas de Normalidad		
	W. de Shapiro-Wilk	Kolmogorov-Smirnov	Anderson-Darling
$\bar{X}_c$ (kg agua/kg s.s.), 120 °C, $t = 960$ s	$p = 0.877$	$p = 0.998$	$p \geq 0.10$
$\bar{X}_c$ (kg agua/kg s.s.), 130 °C, $t = 800$ s	$p = 0.050$	$p = 0.315$	$p \geq 0.10$
$\bar{X}_c$ (kg agua/kg s.s.), 140 °C, $t = 680$ s	$p = 0.465$	$p = 0.758$	$p \geq 0.10$

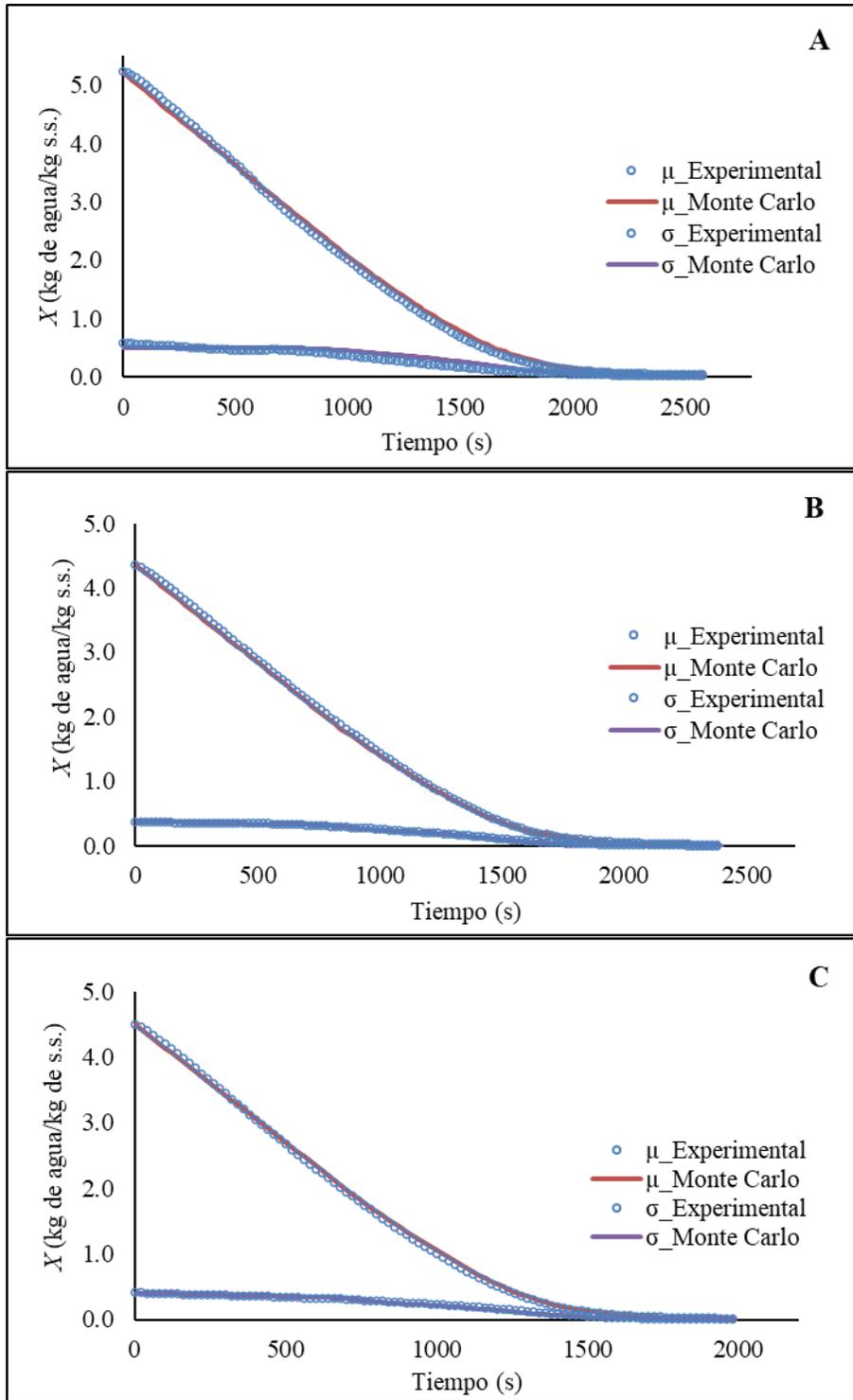
$p$  más pequeño de las pruebas realizadas es mayor ó igual a 0.05, no se puede rechazar la idea de que los datos provienen de una distribución normal con 95 % de confianza.

Algunas investigaciones han utilizado el método de Monte Carlo para analizar variables en distintos procesos. Cronin y Kearney (1998) aplicaron el método de Monte Carlo para cuantificar y optimizar la distribución final del contenido de humedad en el secado de hortalizas. Caro-Corrales y col (2002) analizaron la variabilidad aleatoria en el enfriamiento de galletas, utilizaron el método de Monte Carlo para predecir la dispersión en la temperatura de la superficie de la galleta al final del proceso de enfriamiento. Demir y col (2003) analizaron la variabilidad de temperatura entre avellanas durante el tostado con el método de Monte Carlo. Iribe-Salazar y col (2021) analizaron la variabilidad aleatoria en el horneado de tortilla y aplicaron el método de Monte Carlo para analizar la variabilidad en el contenido de humedad. Todos los autores antes mencionados coinciden en que las variables de entrada al proceso se distribuyen normalmente y mencionan que el método de Monte Carlo da simulaciones satisfactorias.

Por último, cabe resaltar que al utilizar el método de Monte Carlo para el proceso de horneado y estimar la media y su variabilidad, es posible analizar los límites de la distribución y la cantidad de producto que se encuentra con cierto contenido de humedad, y a su vez favorece evaluar la calidad del producto, lo que brinda información para la posible optimización y mejoras del proceso.

## **D VALIDACIÓN DEL MODELO DE MONTE CARLO CON DATOS EXPERIMENTALES**

En la **Figura 21** se aprecia la comparación de la media ( $\mu$ ) y la desviación estándar ( $\sigma$ ) del contenido de humedad promedio ( $\bar{X}$ ) contra el tiempo de horneado, obtenidas con el método de



**Figura 21.** Media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ) del contenido de humedad promedio ( $\bar{X}$ ) contra el tiempo de horneado, experimentales y con el método de Monte Carlo para el horneado a A) 120, B) 130 y C) 140 °C.

de humedad promedio ( $\mu_{\bar{X}}$ ) con el método de Monte Carlo tuvieron un ajuste adecuado ( $R_{120\text{ }^{\circ}\text{C}}^2 = 0.9991$ ,  $R_{130\text{ }^{\circ}\text{C}}^2 = 0.9999$  y  $R_{140\text{ }^{\circ}\text{C}}^2 = 0.9996$ ) al comparar con los datos experimentales durante todo el proceso de horneado de las rodajas de papa a las diferentes temperaturas. A su vez, se aprecia que el método de Monte Carlo predijo de manera adecuada la desviación estándar del contenido de humedad promedio ( $\sigma_{\bar{X}}$ ) durante todo el proceso ( $R_{120\text{ }^{\circ}\text{C}}^2 = 0.9404$ ,  $R_{130\text{ }^{\circ}\text{C}}^2 = 0.9987$  y  $R_{140\text{ }^{\circ}\text{C}}^2 = 0.9950$ ), debido a que la predicción se superpone a los datos experimentales. Los resultados indicaron que la desviación estándar del contenido de humedad promedio predicha por el método de Monte Carlo presentó un comportamiento logístico o sigmoidal, debido a que al inicio del proceso de horneado la variación fue mayor y con el paso del tiempo disminuyó, hasta alcanzar un equilibrio al final del proceso. Esto sucede debido a que el tiempo de horneado (2580, 2400 y 1980 s) considerado para las diferentes temperaturas (120, 130 y 140 °C), es lo suficientemente largo para que las muestras de papa al final del proceso alcancen un contenido de humedad promedio en el equilibrio, es decir, la pérdida de humedad de la muestra es constante por el equilibrio que se genera entre la muestra y el medio circundante, mismo que indica el final de la transferencia de masa.

Las estimaciones con el método de Monte Carlo mostraron un ajuste adecuado a los resultados de la media ( $\mu_{\bar{X}}$ ) y la desviación estándar ( $\sigma_{\bar{X}}$ ) del contenido de humedad promedio, lo que refleja la correcta caracterización de las variables de entrada al modelo.

En el **Cuadro 7** se aprecia la media y la desviación estándar del contenido de humedad promedio crítico obtenidas experimentalmente y con el método de Monte Carlo para las diferentes temperaturas de horneado (120, 130 y 140 °C). Se observa que las estimaciones obtenidas con

**Cuadro 7.** Media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ) del contenido de humedad promedio crítico ( $\bar{X}_c$ ) experimental y con el método de Monte Carlo a las diferentes temperaturas de horneado.

<b>Contenido de humedad promedio crítico (kg de agua/kg de s.s.)</b>					
<b>Temperatura (°C)</b>	<b>Tiempo (s)</b>	<b>Experimental</b>		<b>Monte Carlo</b>	
		<b>Media (<math>\mu</math>)</b>	<b>Desviación estándar (<math>\sigma</math>)</b>	<b>Media (<math>\mu</math>)</b>	<b>Desviación estándar (<math>\sigma</math>)</b>
120	960	2.12	0.39	2.13	0.37
130	800	1.99	0.30	1.99	0.30
140	690	2.01	0.31	2.01	0.30

el método de Monte Carlo para la media del contenido de humedad promedio crítico fueron muy similares a las obtenidas mediante experimentos.

## E ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Para el análisis de sensibilidad se evaluó la variabilidad aleatoria en el contenido de humedad promedio ( $\bar{X}$ ) a diferentes tiempos de horneado: 900, 1200 y 2580 s para 120 °C; 600, 900 y 2400 s para 130 °C; 600, 900 y 1980 s para 140 °C (se consideró un instante previo al tiempo del contenido de humedad crítico promedio, un tiempo posterior y el último punto del proceso de horneado), con la finalidad de analizar la contribución relativa de cada una de las variables de entrada al modelo sobre la dispersión del contenido de humedad promedio.

El análisis de sensibilidad obtenido para los diferentes tiempos del horneado a 120 °C con el método de Monte Carlo (**Cuadro 8**) indicó que la variación en algunos de los parámetros involucrados en el proceso de horneado ejerce un efecto importante sobre la variación del contenido de humedad promedio. La contribución relativa de cada variable de entrada al modelo se indicó mediante el cociente del cuadrado de la desviación estándar del contenido de humedad promedio cuando una de las variables del proceso estuvo activa y el cuadrado de la desviación estándar del contenido de humedad cuando todas las variables estuvieron activas. El análisis de sensibilidad evidenció que a los 900 s de horneado el contenido de humedad inicial ( $X_0$ ) ejerció un mayor efecto (56.45 %) sobre la dispersión del contenido de humedad promedio comparado con las demás variables, sin embargo, la contribución de este parámetro disminuyó con el tiempo de horneado. Por su parte, la variabilidad en el coeficiente local de transferencia de masa ( $k_Y$ ), humedad de saturación ( $Y_s$ ) y absoluta ( $Y$ ) del aire, área de transferencia de masa ( $A$ ), masa de sólidos secos ( $m_{ss}$ ), contenido de humedad crítico ( $X_c$ ), semiespesor ( $L$ ) y los coeficientes de

**Cuadro 8.** Análisis de sensibilidad a diferentes tiempos (900, 1200 y 2580 s) del proceso de horneado a 120 °C.

<b>Tiempo (s)</b>	<b>900</b>	<b>1200</b>	<b>2580</b>
<b>Variables activas</b>	<b>Contribución relativa (%)</b>	<b>Contribución relativa (%)</b>	<b>Contribución relativa (%)</b>
$X_0$ (kg agua/kg s.s.)	56.45	53.04	2.48
$k_Y$ (kg agua/m <sup>2</sup> sΔY)	7.68	8.09	0.87
$Y_s$ (kg agua/kg a.s.)	1.22	0.80	0.06
$Y$ (kg agua/kg a.s.)	0.07	0.07	0.01
$A$ (m <sup>2</sup> )	0.79	0.54	0.04
$m_{ss}$ (kg)	25.29	27.65	2.44
$X_c$ (kg agua/kg s.s.)	0.36	0.38	0.16
$X_\infty$ (kg agua/kg s.s.)	0.00	0.01	53.45
$L$ (m)	0.00	0.42	1.50
$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	0.00	0.15	0.04
$D_1$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	0.00	1.16	11.91
$D_2$ (m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> )	0.00	0.04	26.08

difusividad  $D_0$  y  $D_1$  ejercieron un efecto menor sobre la dispersión del contenido de humedad promedio durante todo el proceso de horneado. Por otro lado, la dispersión en el contenido de equilibrio ( $X_\infty$ ) y el coeficiente de difusividad  $D_2$  al inicio del proceso no contribuyó en gran medida en la dispersión del contenido de humedad promedio, sin embargo, al final del proceso (2580 s) estos parámetros ejercieron un mayor efecto ( $X_\infty = 53.45 \%$  y  $D_2 = 26.08 \%$ ). De igual manera, se apreciaron comportamientos similares en los análisis de sensibilidad obtenidos para el horneado a 130 y 140 °C (**Cuadros 9 y 10**).

Cabe mencionar que las variaciones en los 12 parámetros evaluados estuvieron dentro de las condiciones típicas de operación que podrían existir en la producción de rodajas de papa deshidratadas.

El hecho de que el contenido de humedad inicial ( $X_0$ ), el contenido de equilibrio ( $X_\infty$ ) y el coeficiente de difusividad  $D_2$  tuvieran una mayor contribución sobre la dispersión del contenido de humedad promedio de las 12 variables de entrada al modelo consideradas, podría estar relacionado con la composición y estructura de las rodajas de papa, así como, con las condiciones de horneado (velocidad, temperatura y humedad del aire), por lo que se recomendaría ejercer un mayor control sobre estas variables.

Al igual que en otros procesos, en el modelado de la transferencia de masa durante el horneado de rodajas de papa existe cierta variabilidad en los parámetros de entrada (coeficientes de transferencia de masa, velocidad de evaporación de humedad, condiciones iniciales y de frontera), lo que genera variabilidad en las predicciones del modelo. Para ello, el análisis de sensibilidad se utiliza con la finalidad de descomponer la variabilidad de entrada, es decir, para identificar los parámetros que son más influyentes en los resultados finales del modelo.

**Cuadro 9.** Análisis de sensibilidad a diferentes tiempos (600, 900 y 2400 s) del proceso de horneado a 130 °C.

<b>Tiempo (s)</b>	<b>600</b>	<b>900</b>	<b>2400</b>
<b>Variables activas</b>	<b>Contribución relativa (%)</b>	<b>Contribución relativa (%)</b>	<b>Contribución relativa (%)</b>
$X_0$ (kg agua/kg s.s.)	80.70	59.14	2.80
$k_Y$ (kg agua/m <sup>2</sup> sΔY)	3.45	4.16	1.78
$Y_s$ (kg agua/kg a.s.)	0.90	1.64	1.03
$Y$ (kg agua/kg a.s.)	0.91	1.63	1.12
$A$ (m <sup>2</sup> )	0.72	1.29	1.49
$m_{ss}$ (kg)	12.19	22.52	2.32
$X_c$ (kg agua/kg s.s.)	0.16	0.39	5.31
$X_\infty$ (kg agua/kg s.s.)	0.00	0.00	50.09
$L$ (m)	0.00	0.01	2.56
$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	0.00	0.05	0.16
$D_1$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	0.00	0.60	5.61
$D_2$ (m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> )	0.00	0.00	24.99

**Cuadro 10.** Análisis de sensibilidad a diferentes tiempos (600, 900 y 1980 s) del proceso de horneado a 140 °C.

<b>Tiempo (s)</b>	<b>600</b>	<b>900</b>	<b>1980</b>
<b>Variables activas</b>	<b>Contribución relativa (%)</b>	<b>Contribución relativa (%)</b>	<b>Contribución relativa (%)</b>
$X_0$ (kg agua/kg s.s.)	77.49	34.49	3.37
$k_Y$ (kg agua/m <sup>2</sup> sΔY)	2.47	4.06	2.22
$Y_s$ (kg agua/kg a.s.)	1.76	2.87	2.91
$Y$ (kg agua/kg a.s.)	1.27	2.08	1.11
$A$ (m <sup>2</sup> )	3.52	2.59	0.09
$m_{ss}$ (kg)	10.41	34.34	1.85
$X_c$ (kg agua/kg s.s.)	0.30	5.11	2.89
$X_\infty$ (kg agua/kg s.s.)	0.00	0.00	50.47
$L$ (m)	0.00	0.07	2.57
$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	0.00	0.54	1.75
$D_1$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	0.00	5.94	6.21
$D_2$ (m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> )	0.00	0.04	23.42

Por lo que, el análisis de sensibilidad se ha empleado en otros estudios con diferentes enfoques. Feyissa y col (2012) aplicaron un análisis de sensibilidad a un modelo de transferencia de calor y masa de un proceso de horneado, para evaluar el efecto de los parámetros de entrada en las predicciones del modelo, identificaron y clasificaron los parámetros en función de su impacto relativo. Dichos autores reportaron que algunos parámetros tuvieron un mínimo o ningún impacto sobre el modelo, sin embargo, el coeficiente de difusión de humedad es un parámetro de entrada que tiene un fuerte impacto en la predicción del contenido de humedad, lo que concuerda con lo encontrado en este estudio. Por otro lado, Iribe-Salazar y col (2021) realizaron un análisis de sensibilidad en el horneado de tortillas de maíz a 180 °C y reportaron que el contenido de humedad final de las muestras, es decir, el contenido de humedad en el equilibrio fue el parámetro que ejerció un mayor efecto al final del proceso de horneado, similar a lo encontrado en este estudio.

El análisis de sensibilidad obtenido en esta investigación para cada temperatura de horneado permite determinar los parámetros que no parecen tener ninguna influencia en los resultados del modelo, lo que indica que algunas variables pudieran omitirse (siempre que su magnitud se mantenga dentro de un rango aceptable) y con ello, reducirse la complejidad en el análisis del modelo. Por el contrario, los parámetros más influyentes, son de gran utilidad para señalar las variables de entrada que deben medirse con mayor precisión y con las que se debe tener un mayor cuidado, es decir, brindan información para saber dónde centrarse y con ello, obtener un modelo con mejor ajuste a los datos experimentales.

Es por ello que el análisis de sensibilidad obtenido en este estudio podría ayudar en la industria alimentaria a comprender cómo las variaciones en los parámetros de entrada afectan la calidad del producto final. En este sentido, dicho análisis desempeña un papel importante en

los esfuerzos de la industria por mantener constante la calidad del producto y reducir la cantidad de producto defectuoso.

## **F VARIABLES DE CALIDAD**

### **1 Actividad de agua ( $a_w$ )**

En el **Cuadro 11** se aprecia que la variable de calidad actividad de agua ( $a_w$ ) estuvo entre 0.276 y 0.234, no se apreciaron diferencias entre los tratamientos de horneado. Sin embargo, al contrastar con las muestras en fresco si se encontraron diferencias. Cabe señalar que las muestras horneadas presentaron una actividad de agua baja, cercana a la que reportan algunos autores de 0.27 a 0.39 para hojuelas de papa deshidratadas comerciales (Neilson y col 2006) y de 0.20 a 0.26 para hojuelas de papa obtenidas por secado convectivo (Zalpouri y col 2021). Se ha reportado que los alimentos deshidratados a actividades de agua en este rango presentan una alta estabilidad y una vida de anaquel prolongada (Bell 2020; Mosquera-Vivas y col 2019; Tapia y col 2020).

### **2 Diferencia total de color ( $\Delta E$ )**

Las coordenadas de color ( $L^*$ ,  $a^*$ ,  $b^*$ ) y el cambio de color ( $\Delta E$ ) de las rodajas de papa se muestran en el **Cuadro 11**. Los parámetros de color de las muestras fueron de  $L^* = 53.7$  a  $47.4$ ,  $a^* = -0.5$  a  $-2.1$  y  $b^* = 17.2$  a  $18.8$ . Se apreció que la luminosidad ( $L^*$ ) de las muestras presentó una disminución con el incremento de la temperatura de horneado, lo que pudiera relacionarse principalmente con el incremento en la movilidad del agua, esto resulta en un menor contenido de humedad en la muestra. Este fenómeno podría explicarse con el incremento de la difusividad efectiva a lo largo del tiempo, lo que finalmente provoca una alteración en la reflexión de la luz

**Cuadro 11.** Variables de calidad de las rodajas de papa: actividad de agua ( $a_w$ ), parámetros de color ( $L^*$ ,  $a^*$ ,  $b^*$  y  $\Delta E$ ) y fracturabilidad ( $F$ ).

Variable de calidad	Muestra en fresco	Temperatura (°C)			LSD
		120	130	140	
$a_w$	0.998	0.276 <sup>a*</sup>	0.247 <sup>a*</sup>	0.234 <sup>a*</sup>	0.047
$L^*$	70.6	53.7 <sup>a*</sup>	50.4 <sup>a,b*</sup>	47.4 <sup>b*</sup>	5.5
$a^*$	- 2.7	- 0.9 <sup>a*</sup>	- 0.5 <sup>a*</sup>	- 2.1 <sup>b*</sup>	1.1
$b^*$	12.0	17.6 <sup>a*</sup>	17.2 <sup>a*</sup>	18.8 <sup>a*</sup>	2.2
$\Delta E$	-	17.9 <sup>a</sup>	21.6 <sup>a,b</sup>	24.6 <sup>b</sup>	4.2
$F$ (N)	11.46	5.20 <sup>a*</sup>	5.44 <sup>a*</sup>	5.49 <sup>a*</sup>	0.91

Letras diferentes en la misma fila indican diferencia estadística (Fisher,  $\alpha = 0.05$ ).

\* Indica diferencia significativa ( $t$ -Student,  $\alpha = 0.05$ ) respecto al fresco.

en las rodajas de papa. Para la diferencia total de color ( $\Delta E$ ) sólo se observó diferencia en los tratamientos a 120 y 140 °C, estos resultados estuvieron dentro de los rangos reportados por Tuta y Palazoglu (2017) para rodajas de papa fritas ( $15.7 \pm 1.8$  a  $22.3 \pm 4.4$ ) y horneadas ( $21.7 \pm 5.4$  a  $37.4 \pm 6.4$ ). Sin embargo, los datos fueron inferiores al  $\Delta E = 28.9$  obtenido por Ogliari y col (2020) para papas horneadas a 180 °C por 40 min. Estos cambios en el color de las muestras pueden ser el resultado de la formación de compuestos coloreados como las melanoidinas provenientes de la reacción de Maillard (Cazzaniga y col 2021; Murata 2021; Shi y col 2024), así como la oxidación de compuestos como el ácido ascórbico, la cual se promueve en presencia de oxígeno durante el horneado (Tuta y Palazoglu 2017). Por lo que, los cambios de color pueden ser una consecuencia de las reacciones químicas ocurridas durante el horneado, así como del incremento en la velocidad de remoción de agua por el incremento de la difusividad de humedad en la muestra, debido a que tanto las reacciones de oscurecimiento no enzimático como la oxidación de ácido ascórbico se ven afectadas por el contenido de humedad y actividad de agua presente en los alimentos. De esta manera, es posible manipular estas reacciones durante el procesamiento de los alimentos al controlar la actividad de agua, ya que generalmente, por debajo de una actividad de 0.3 las reacciones de oscurecimiento no enzimático no tienen lugar y a medida que la actividad de agua incrementa, las velocidades de reacción aumentan, se alcanza un máximo en las velocidades en un rango de actividad de agua de 0.6 y 0.8 (Labuza y Altunakar 2020). Por lo que, durante el horneado de rodajas de papa, los cambios de color ocasionados por reacciones de oscurecimiento se pueden controlar al mantener la actividad de agua por debajo de estos niveles.

### **3 Fracturabilidad ( $F$ )**

En el **Cuadro 11** se muestra la fracturabilidad ( $F$ ) medida en las rodajas de papa en fresco

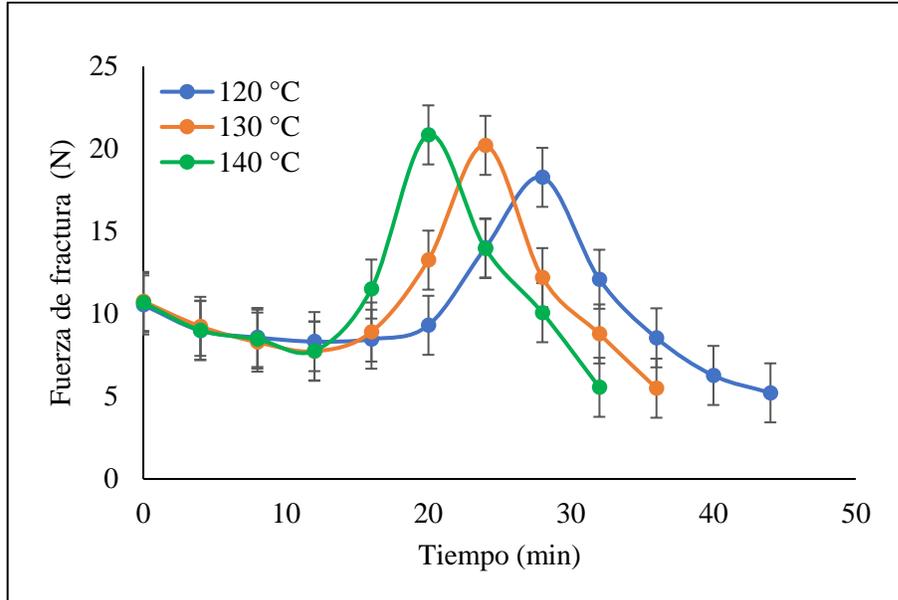
y después del horneado a las diferentes temperaturas. Se observa que entre los tratamientos de horneado (120, 130 y 140 °C) no se apreciaron diferencias en la fracturabilidad (5.20, 5.44 y 5.49 N). Respecto al fresco (11.46 N), este parámetro disminuyó al final del proceso de horneado. Se ha mencionado que la materia seca de las muestras es de particular importancia, debido a que se ha correlacionado con la textura de los alimentos (Gilsenan y col 2010), por lo que, en este caso, el que no se apreciaran diferencias entre los tratamientos de horneado, pudiera relacionarse con que las muestras presentaron una cantidad de materia seca muy similar. La fracturabilidad para papa fresca fue superior a lo reportado por Castro-Lara (2008) para distintos tipos de papa en fresco (5.41 – 9.11 N); las diferencias pueden deberse a las variedades de papa utilizadas, así como a las dimensiones de las muestras y condiciones de medición. La fracturabilidad de las muestras horneadas estuvieron en el rango reportado por estos mismos autores para papas comerciales (4.5 a 5.45 N). Sin embargo, fueron superiores a lo encontrado por Gilsenan y col (2010) ( $2.2 \pm 0.5$  y  $1.6 \pm 0.4$  N) para rodajas de papas orgánicas y convencionales después del horneado (190 °C, 1 h). Las diferencias entre lo reportado por los autores anteriores y los datos experimentales pueden atribuirse a las variaciones en las condiciones de horneado y en la determinación de la fracturabilidad. Por otra parte, la disminución de la fracturabilidad de las rodajas de papa después del horneado respecto a las muestras en fresco pudiera estar relacionado con la reducción del contenido de humedad dentro de las muestras y con los cambios e interacciones de los componentes del alimento (Alvis y Vélez 2008; Cazzaniga 2022). Entre estos componentes se encuentran el almidón y la pectina, ambos forman parte integral de la pared celular y son reconocidos como polímeros primordiales que influyen en las propiedades estructurales de la papa. Sin embargo, estos compuestos son susceptibles a los efectos de los tratamientos térmicos (Moens y col 2021). Por otro lado, los

cambios en la fuerza de fractura han sido relacionados con las alteraciones en el coeficiente de difusión, el cual se ve afectado por el tamaño y número de poros presentes en la estructura porosa del alimento. Particularmente, por el número de microporos colapsables y no colapsables formados durante el horneado, esto debido a la evaporación de humedad desde el interior de la muestra, lo que favorece la presurización y despresurización de los poros (Iribe-Salazar y col 2018).

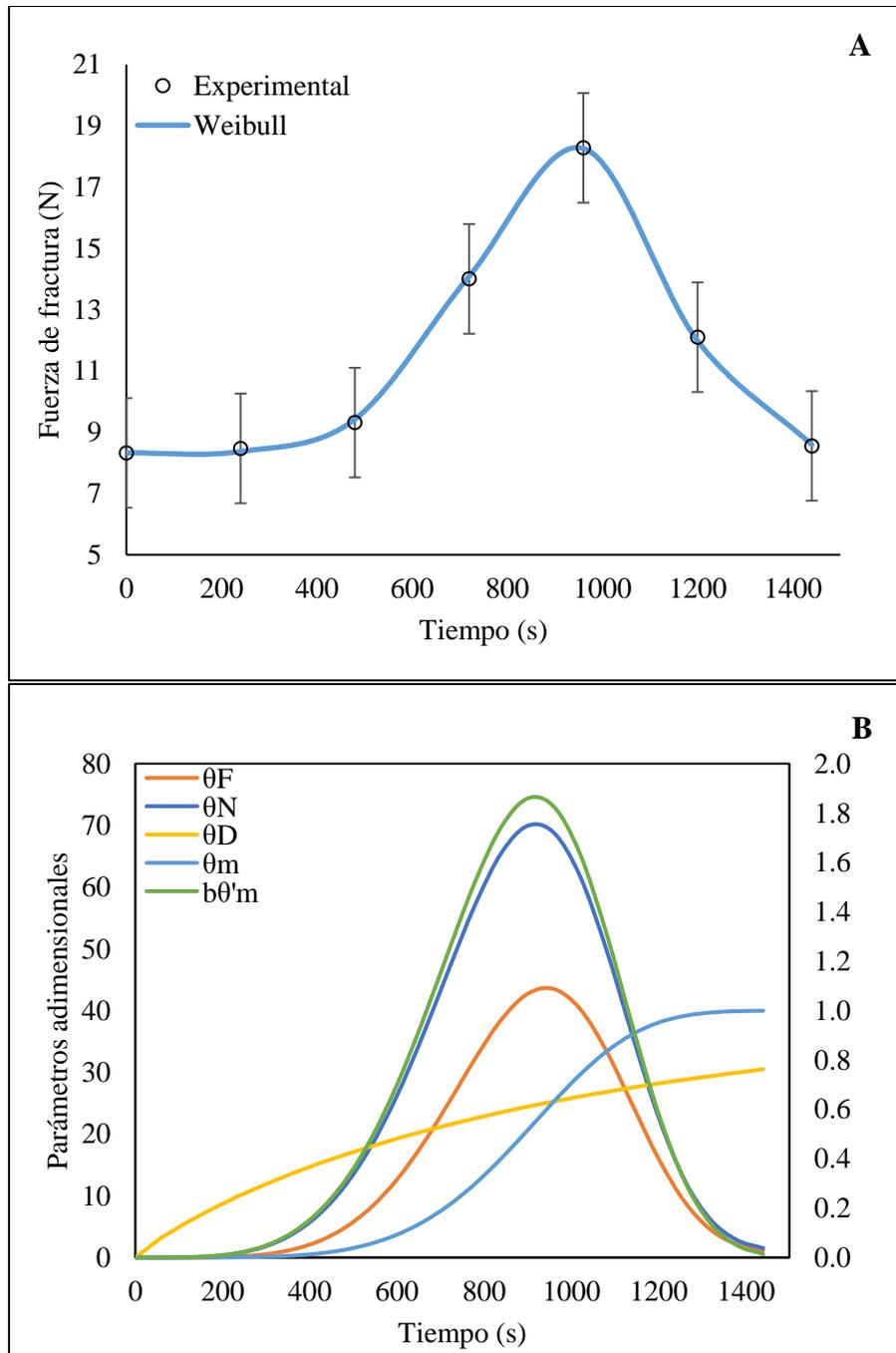
## **G MODELO DE FRACTURABILIDAD MEDIANTE LA DISTRIBUCIÓN DE WEIBULL**

En la **Figura 22** se aprecia la fuerza de fractura registrada cada 4 min durante todo el horneado de rodajas de papa a 120, 130 y 140 °C. La fuerza de fractura registrada al inicio del proceso fue de 10.55 N a 120 °C, 10.76 N a 130 °C y 10.69 N a 140 °C. Con el paso del tiempo, la fuerza requerida para agrietar las muestras incrementó hasta alcanzar un máximo de 18.28, 20.22 y 20.85 N para las diferentes temperaturas. Sin embargo, al final del proceso de horneado se necesitó menor fuerza para romper las rodajas de papa, al disminuir este parámetro a 5.22, 5.50 y 5.56 N para 120, 130 y 140 °C, respectivamente.

Por otra parte, la **Figura 23 A** muestra el comportamiento de la fuerza de fractura experimental y estimada con la distribución de Weibull para el horneado de rodajas de papa a 120 °C, cabe señalar que se estimó a partir del contenido de humedad crítico, es decir, durante el periodo de velocidad decreciente. Se puede apreciar que al inicio del periodo de velocidad decreciente la fuerza de fractura fue de 8.32 N, posteriormente a los 960 s se mostró un máximo local de 18.28 N y finalmente la fuerza requerida para agrietar las muestras disminuyó a 8.55 N.



**Figura 22.** Cinética de la fuerza de fractura para el horneado de rodajas de papa a 120, 130 y 140 °C ( $LSD = 3.58$  N).



**Figura 23.** A) Fuerza de fractura experimental y estimada con la distribución de Weibull; y B) parámetros adimensionales obtenidos para el horneado de rodajas de papa a 120 °C.

El modelo para la fracturabilidad con la distribución de Weibull para el horneado de rodajas de papa a 120 °C tuvo un coeficiente de determinación de 0.999 y los parámetros de combinación lineal  $A$ , de forma  $a$  y escala de tiempo  $b$  fueron 37.34, 4.96 y 960 s, respectivamente.

Esta tendencia de incremento, hasta alcanzar un máximo y posterior disminución concuerda por lo reportado por Kayacier y Singh (2003) e Iribe-Salazar y col (2018), quienes evaluaron la fuerza de fractura en botanas de tortilla horneadas. Estos últimos autores modelaron la fracturabilidad al utilizar la distribución de Weibull.

En la **Figura 23 B** se muestra el comportamiento de los parámetros adimensionales ( $\theta_m$ , distribución del número de microporos no colapsables,  $b\theta'_m$ , distribución del número de microporos colapsables,  $\theta_N$ , distribución del número de microporos,  $\theta_D$ , difusividad normalizada relacionada con el tamaño de los microporos y  $\theta_F$ , fracturabilidad normalizada) que tienen relevancia en la estimación de la fracturabilidad con la distribución de Weibull. Se aprecia un incremento de la fracturabilidad normalizada ( $\theta_F$ ) con el tiempo hasta alcanzar un máximo a los 960 s y posteriormente presenta una disminución, este parámetro relaciona el coeficiente de difusión y la distribución del número de poros ( $\theta_F = \theta_D\theta_N$ ).

El coeficiente de difusión ( $\theta_D$ ) presentó un incremento con el tiempo, hasta alcanzar el equilibrio,  $\theta_D$  indica la rapidez de migración de agua que tiene lugar desde el interior de la muestra hacia la superficie, que al término del proceso se ralentiza por la poca disponibilidad de humedad en la muestra.

La distribución del número de poros ( $\theta_N$ ) se ve afectada principalmente por el número de microporos, a su vez,  $\theta_N$  relaciona la distribución de microporos no colapsables ( $\theta_m$ ) y la

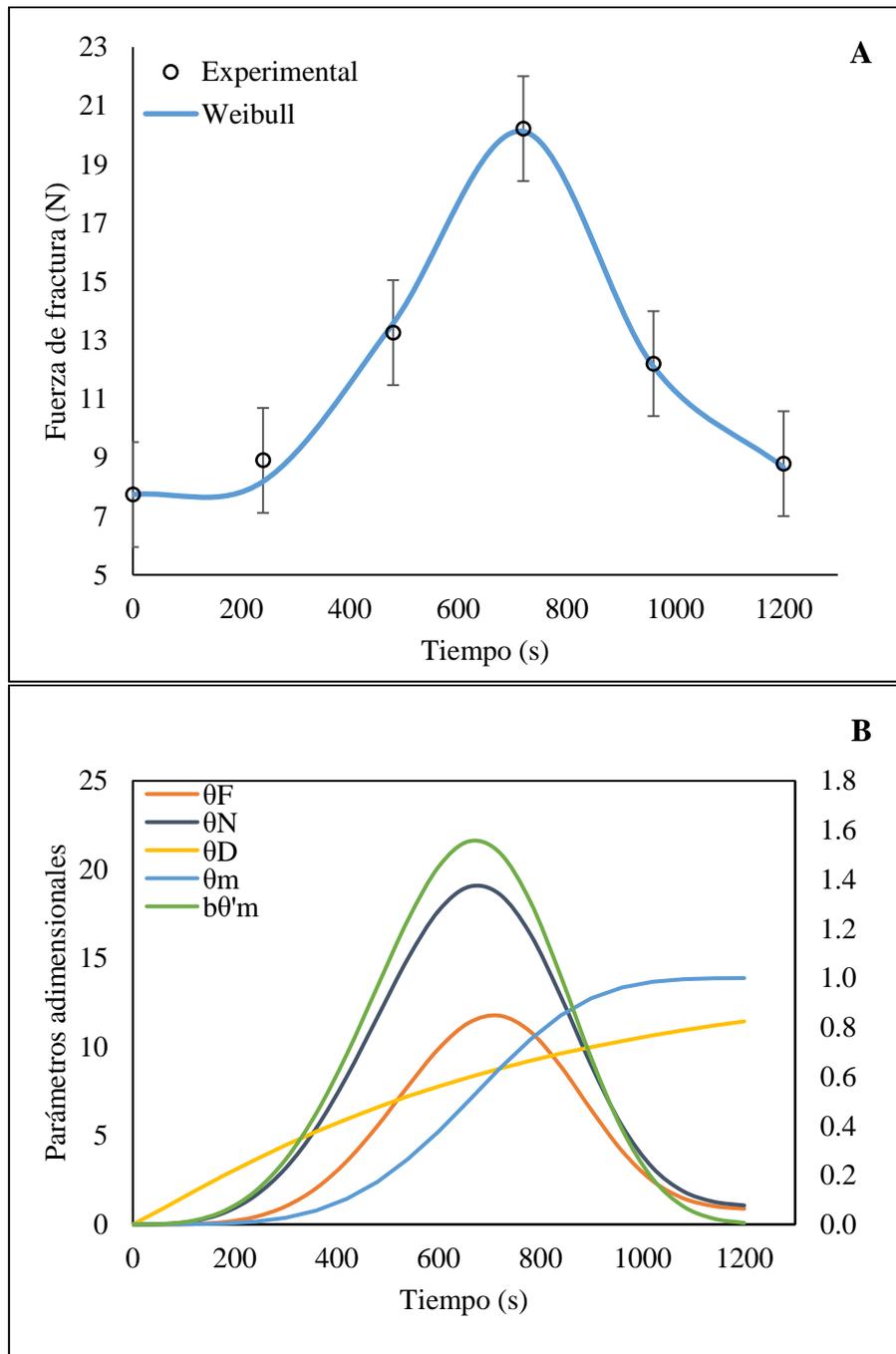
distribución de microporos colapsables ( $b\theta'_m$ ), el comportamiento de  $\theta_N$  indica que el número de microporos crece repentinamente hasta los 960 s y luego disminuye.

Por su parte, la distribución de microporos no colapsables ( $\theta_m$ ) muestra un incremento a medida que avanza el horneado, esto es debido a que el agua en la muestra cambia a vapor, presuriza la estructura porosa y promueve la formación de más microporos, hasta que las paredes de los microporos colapsables se interconectan entre sí, se forman poros más grandes y no colapsables.

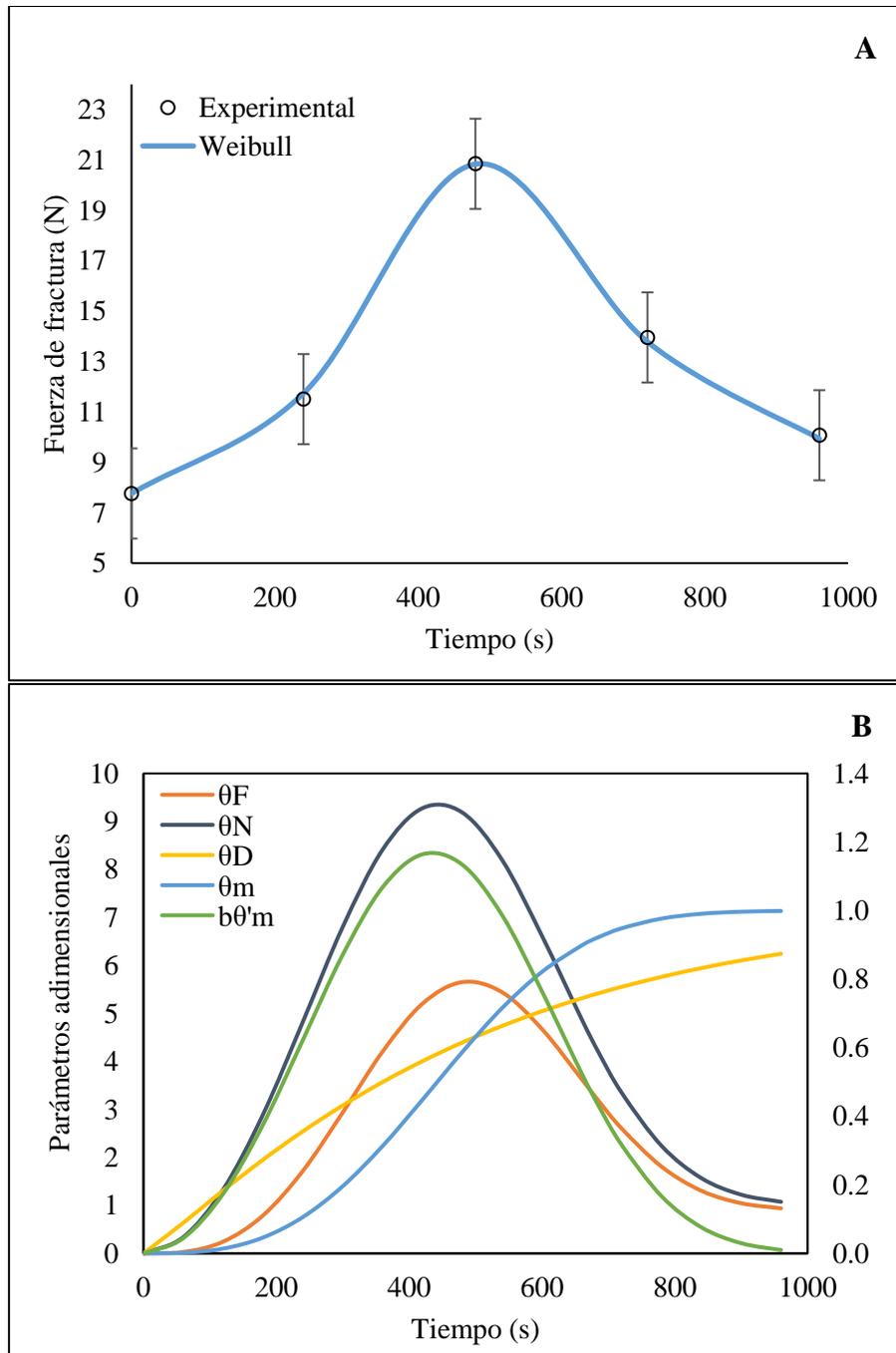
Por otro lado, la distribución de microporos colapsables ( $b\theta'_m$ ) aumenta con el tiempo hasta alcanzar un máximo a alrededor de los 960 s y posteriormente disminuye. Este parámetro indica el cambio de la estructura microporosa colapsable, que relaciona la formación y destrucción de poros inestables o colapsables.

De igual manera, se desarrolló un modelo con la distribución de Weibull para la fracturabilidad de rodajas de papa horneadas a 130 y 140 °C, donde se aprecian buenos ajustes con coeficientes de determinación ( $R^2$ ) superiores a 0.99, con comportamientos parecidos a los mencionados anteriormente (**Figuras 24 y 25**). Los parámetros adimensionales obtenidos en la estimación de la fracturabilidad fueron  $A = 11.92$ ,  $a = 4.10$  y  $b = 720$  s para 130 °C; y  $A = 7.58$ ,  $a = 2.98$  y  $b = 500$  s para 140 °C.

Finalmente, en el **Cuadro 12** se muestran los datos experimentales y estimados con la distribución de Weibull para la fracturabilidad de las rodajas de papa a las diferentes temperaturas de horneado (120, 130 y 140 °C), donde se consideró sólo el periodo de velocidad decreciente para la estimación. Se aprecia que los modelos obtenidos con la distribución de Weibull predicen satisfactoriamente la fracturabilidad experimental, debido a que se obtuvieron  $R^2 \geq 0.995$ . En el cuadro al igual que en las figuras mencionadas con anterioridad, se observa



**Figura 24.** A) Fuerza de fractura experimental y estimada con la distribución de Weibull; y B) parámetros adimensionales obtenidos para el horneado de rodajas de papa a 130 °C.



**Figura 25.** A) Fuerza de fractura experimental y estimada con la distribución de Weibull; y B) parámetros adimensionales obtenidos para el horneado de rodajas de papa a 140 °C.

**Cuadro 12.** Fracturabilidad (N) experimental y estimada con la distribución de Weibull de rodajas de papa horneadas (120, 130 y 140 °C).

<i>t</i> (s)	120 °C		130 °C		140 °C	
	<i>F<sub>exp</sub></i> (N)	<i>F<sub>ajust</sub></i> (N)	<i>F<sub>exp</sub></i> (N)	<i>F<sub>ajust</sub></i> (N)	<i>F<sub>exp</sub></i> (N)	<i>F<sub>ajust</sub></i> (N)
0	8.32	8.32	7.74	7.74	7.76	7.76
240	8.47	8.37	8.91	8.18	11.51	11.74
480	9.31	9.42	13.26	13.58	20.85	20.84
720	14.00	14.09	20.22	20.12	13.96	13.79
960	18.28	18.26	12.20	12.10	10.08	9.94
1200	12.10	11.98	8.79	8.67	-	-
1440	8.55	8.59	-	-	-	-
<b><i>R</i><sup>2</sup></b>	0.999		0.995		0.999	

que los puntos máximos de fracturabilidad se alcanzaron a los 960, 720 y 480 s para el horneado de rodajas de papa a 120, 130 y 140 °C.

## VIII CONCLUSIONES

La temperatura de horneado influye significativamente en la transferencia de masa, ya que su incremento acelera la eliminación de humedad y la migración de agua desde el interior del alimento. Esto indica que la temperatura no solo favorece la evaporación, sino que también impacta el movimiento del agua dentro de la matriz alimentaria.

Las temperaturas más altas aumentan la fuerza impulsora y la humedad de saturación del aire, lo que eleva la densidad de flujo de masa y favorece la eliminación de agua del alimento. Las variables ingenieriles obtenidas a distintas temperaturas mostraron estimaciones alineadas con los datos experimentales durante el período de velocidad constante en el horneado de rodajas de papa.

La difusividad efectiva obtenida varía según el método utilizado. Los enfoques de difusividad variable, modelados con una función cuadrática del tiempo y con la distribución de Weibull, produjeron ajustes satisfactorios en la estimación del contenido de humedad promedio y ofrecen una descripción más realista del comportamiento fenomenológico de la migración de humedad dentro del alimento. Estos métodos tienen un potencial significativo para mejorar la comprensión y el modelado de la migración de humedad durante el procesamiento de alimentos.

La media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ) del contenido de humedad promedio ( $\bar{X}$ ) predichas con el método de Monte Carlo presentaron un adecuado ajuste a los datos obtenidos experimentalmente. Con ello, se puede predecir la variabilidad en el contenido de humedad del alimento durante todo el proceso de horneado.

El análisis de sensibilidad permitió identificar áreas de oportunidad y mejoras en el proceso de horneado de rodajas de papa. En la industria alimentaria, este análisis ayuda a

entender cómo las variaciones en los parámetros de entrada afectan la calidad del producto final, siendo clave para mantener la calidad constante y reducir los productos defectuosos.

No hubo diferencias en la actividad de agua para todas las rodajas de papa horneadas, estuvo dentro de un rango vinculado a una mayor estabilidad y una vida útil más prolongada. Los cambios en la diferencia total de color fueron evidentes solo entre 120 y 140 °C, mostraron un tono característico que recuerda a los bocadillos horneados, atribuido a la reacción de Maillard y la oxidación del ácido ascórbico.

Los cambios en la fracturabilidad pueden estar relacionados con variaciones en la difusividad, influenciadas por el tamaño y la cantidad de poros formados dentro de la estructura del alimento durante el horneado.

Los hallazgos ofrecen información valiosa sobre las botanas de papa horneada, ya que mostraron una actividad de agua que promueve la seguridad alimentaria, un color marrón característico de productos horneados y una textura crujiente, todas características importantes para la aceptación del consumidor.

El modelo empleado con la distribución de Weibull para la fracturabilidad describe adecuadamente los cambios en la estructura de las rodajas de papa durante el proceso de horneado, brinda información sobre la relación del incremento en el coeficiente de difusión de humedad y la formación y destrucción de poros en el alimento.

El estudio ofrece una visión completa de la transferencia de masa, los parámetros de ingeniería involucrados durante el proceso y los cambios en la calidad en las rodajas de papa durante el horneado a diferentes temperaturas. Así como, el análisis de la variabilidad ocurrida

en el proceso de horneado que tiene lugar principalmente por la composición del material de estudio y las condiciones de procesamiento.

## IX BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar J. 2012. Métodos de conservación de alimentos. 1ª edición. Estado de México: Red Tercer Milenio. 197 p.
- Alonso JL. 2014. Consumo y mercadeo de la papa en México. México: I XXVI Congreso bienal de la Asociación Latinoamericana de la Papa (ALAP). Disponible de: <https://consumoymercadodepapa.wordpress.com>. Consultado en junio de 2020.
- Alvis A, Vélez CA. 2008. Modelado del proceso de fritura del ñame (*Dioscorea alata*) mediante mediciones reológicas usando la metodología de superficie de respuesta. Información tecnológica 19(5): 11-18.
- Aprajeeta J, Gopirajah R, Anandharamakrishnan C. 2015. Shrinkage and porosity effects on heat and mass transfer during potato drying. Journal of Food Engineering 144:119-128.
- Aragón JD. 2018. La *Solanum tuberosum*: la historia de la papa o patata. Alimentación: Jimara. Disponible de: <https://comercialjimara.es>. Consultado en junio de 2020.
- Arrazola G, Alvis A, Romero P. 2021. Determination of the diffusion coefficient through oil absorption and moisture loss, such as the porosity of pieces of yam (*Dioscorea rotundata*) during deep fat frying. Heliyon 7(9):1-9.
- Azarang MR, García DE. 2001. Simulación y análisis de modelos estocásticos. 1ª ed. México: McGraw-Hill. 282p.
- Azofeifa CE. 2004. Aplicación de la Simulación Monte Carlo en el cálculo del riesgo usando Excel. Tecnología en Marcha 17(1):97-109.

- Bell, L. N. 2020. Moisture effects on food's chemical stability. Water activity in foods: Fundamentals and applications (pp. 227–253). JohnWiley & Sons, Inc.
- Box GEP, Muller ME. 1958. A note on the generation of random normal deviates. The Annals of Mathematical Statistics 29:610-611.
- Carbonell-Capella JM, Esteve MJ, Frígola A. 2014. Snacks de patatas fritas y productos derivados, estudio de mercado. Aceptación en una alimentación saludable. Revista Española de Nutrición Comunitaria 20(3):99-108.
- Caro-Corrales JJ. 2002. Simulación de la transferencia de calor durante el enfriamiento de galletas utilizando el método de Monte Carlo. [Tesis de doctorado]. Cd. de México, México. Instituto Politécnico Nacional, Escuela Nacional de Ciencias Biológicas.
- Caro-Corrales J, Cronin K, Abodayeh K, Gutiérrez-López G, Ordorica-Falomir C. 2002. Analysis of random variability in biscuit cooling. Journal of food engineering 54(2): 147-156.
- Caro-Corrales JJ, Zazueta-Niebla JA, Ordorica-Falomir CA, Zazueta-Morales JJ. 2005. Controlled low-temperature vacuum dehydration and tunnel drying: a comparative study. International Journal of Food Properties, 8:529-542.icas.
- Caro-Hernández OC. 2019. Evaluación de parámetros de calidad e ingenieriles en la cocción de chayote (*Sechium edule* Sw.) [Tesis de Maestría]. Culiacán, Sin: Universidad Autónoma de Sinaloa. 124 p.
- Castro-Lara MA. 2008. Evaluación de las propiedades fisicoquímicas y sensoriales de la patata para fritura [Tesis de Maestría]. Universidad de Burgos.

- Cazzaniga A. 2022. Desarrollo de productos crackers horneados a partir de puré deshidratado de mandioca [Tesis de doctorado]. Posadas, Argentina: Universidad Nacional de Misiones. 163 p.
- Cazzaniga A, Brousse MM, Linares RA. 2021. Variation of color with baking time in snacks made with pregelatinized cassava. *Journal of Food Science*, 86:4100–4109.
- Cazzaniga A, Brousse MM, Linares RA. 2022. Kinetics of moisture loss applied to the baking of snacks with pregelatinized cassava starch. *Journal of Food Science* 87:2651–2662.
- Cerón-Lasso M, Alzate-Arbeláez AF, Rojano BA, Ñuztez CE. 2018. Composición Físicoquímica y Propiedades Antioxidantes de Genotipos Nativos de Papa Criolla (*Solanum tuberosum* Grupo Phureja). *Información tecnológica* 29(3):205-216.
- [CIP] International Potato Center. 2019. Potato agri-food systems program. Disponible de: <https://www.cipotato.org>. Consultado en octubre de 2024.
- Crank J. 1975. *The mathematics of diffusion*. 2ª edición. Great Britain: Clarendon Press Oxford. 421 p.
- Cronin K, Kearney S. 1998. Monte Carlo modelling of a vegetable tray dryer. *Journal of Food Engineering* 35:233-250.
- Demir A, Cronin K, Baucour P. 2003. Prediction of Temperature Variability between Hazelnuts during the Roasting Process. In *International Conference: Postharvest Unlimited 599*: 397-403.
- Einstein A. 1956. *Investigations on the theory of the Brownian movement*. Dover Publications, Inc. (pp. 1-19).

[EMR] Expert Market Research. 2023. Mercado de Papas Fritas en México – Por Producto (Horneado, Frito); Por Sabor (Normal/Salado, Con Sabor); Por Canal de Distribución (Supermercados/Hipermercados, Tiendas de Conveniencia, Tiendas Especializadas en Alimentación, Tiendas en Línea); Por Región (Baja California, Norte de México, El Bajío, Centro de México, Costa del Pacífico, y Península de Yucatán) Dinámica del Mercado (2025-2034) y Panorama Competitivo. Disponible de: <https://www.informesdeexpertos.com>. Consultado en octubre de 2024.

Feyissa A, Gernaey V, Adler-Nissen J. 2012. Uncertainty and sensitivity analysis: Mathematical model of coupled heat and mass transfer for a contact baking process. *Journal of Food Engineering* 109(2): 281-290.

[FAO] Food and Agriculture Organization of the United States. 2008. Año Internacional de la Papa. La papa: Food and Agriculture Organization of the United States. Disponible de: <http://www.fao.org>. Consultado en junio de 2020.

[FAOSTAT] Base de datos estadísticas de la Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación. 2022. Disponible en <http://www.fao.org>. Consultado en octubre de 2024.

Farkas BE, Singh RP, Rurnsey TR. 1996. Modeling Heat and Mass Transfer in Immersion Frying. I, Model Development. *Journal of food Engineering* 29(2):211-226.

Fellows PJ. 2017. Baking and roasting. In P.J. Fellows (Ed.), *Food Processing Technology: Principles and Practice*. 4<sup>a</sup> ed. Boca Raton, FL: CRC Press. p. 733-752.

- Ferrari E, Marai SV, Guidetti R, Piazza L. 2012. Modelling of heat and moisture transfer phenomena during dry biscuit baking by using finite element method. *International Journal of Food Engineering* 8(3):1-25.
- Geankoplis CJ, Hersel AA, Lepek DH. 2018. *Transport Processes and Separation Process Principles*. 5ª edición. Prentice Hall 1248 p.
- Gilsenan C, Burke RM, Barry-Ryan C. 2010. A study of the physicochemical and sensory properties of organic and conventional potatoes (*Solanum tuberosum*) before and after baking. *International Journal of Food Science & Technology* 45: 475–481.
- González JC. 2010. *Aplicaciones de Simulaciones Monte Carlo para el análisis de información CT y su uso en PET y Dosimetría [Memoria del Trabajo para la obtención del Diploma de Estudios Avanzados]*. Madrid: Facultad de Ciencias Físicas. 123 p.
- Haro LF. 2019. *Importancia de la producción de Papa en México*. Análisis: El Sol de México. Disponible de: <https://www.elsoldemexico.com>. Consultado en junio de 2020.
- Herrera OJ, Becerra LA. 2014. Diseño general de las etapas de simulación de procesos con énfasis en el análisis de entrada. *Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology*. Disponible en: <http://www.laccei.org>. Consultado en junio de 2020.
- Himmelblau DM, Bischoff KB. 2004. *Análisis y Simulación de Procesos*. Barcelona: Reverté. 771p.
- Iribe-Salazar R. 2018. Modelado de la Transferencia de Masa en el Horneado con Aire Caliente de Tortillas de Maíz (*Zea mays* L.) mediante un Modelo Teórico Probabilístico y la

- Aplicación del Método de Monte Carlo [Tesis de Doctorado]. Culiacán, Sin: Universidad Autónoma de Sinaloa. 121 p.
- Iribe-Salazar R, Gutiérrez-Dorado R, Ríos-Iribe É, Carrasco-Escalante M, Vázquez-López Y, Hernández-Calderón Ó, Caro-Corrales J. (2018). Modeling of effective moisture diffusivity in corn tortilla baking. *Journal of food science*, 83(8): 2167-2175.
- Iribe-Salazar R, Caro-Corrales J, Vázquez-López Y. (2021). Analysis of random variability in Tortilla shells baking. *Journal of Food Engineering*, 293(110372):1-8.
- Kayacier A, Singh RK. 2003. Textural properties of baked tortilla chips. *LWT-Food Science and Technology* 36(5): 463-466.
- Labuza TP, Altunakar B. 2020. Water activity prediction and moisture sorption isotherms. *Water activity in foods: Fundamentals and applications* (pp. 161–205). John Wiley & Sons, Inc.
- Lucas JC, Quintero VD, Vasco JF, Cuellar L. 2011. Evaluación de los parámetros de calidad durante la fritura de rebanadas de papa criolla. *Scientia et Technica Año XV* 48: 299-304.
- Machado F, Corrêa PC, Horta GH, Januário LF, Vargas GA. 2016. Constant and decreasing periods of pineapple slices dried by infrared. *Revista Brasileira de Ciências Agrárias* 11(1): 53-59.
- Mahn AV, Pérez CE, Reyes AE. 2017. Efecto de las condiciones de secado en lecho fluidizado pulsante sobre el contenido de sulforafano de brócoli. *Información Tecnológica* 28(4): 17-28.

- Márquez-Vasallo Y, Salomón-Díaz JL, Acosta-Roca R. 2020. Análisis de la interacción genotipo ambiente en el cultivo de la papa (*Solanum tuberosum* L.). *Cultivos Tropicales* 41(1):1-14.
- Moens LG, Van Wambeke J, De Laet E, Van Ceunbroeck JC, Goos P, Van Loey AM, Hendrickx ME. 2021. Effect of postharvest storage on potato (*Solanum tuberosum* L.) texture after pulsed electric field and thermal treatments. *Innovative Food Science and Emerging Technologies* 74:102826.
- Montgomery DC. 2012. *Design and analysis of experiments*. 8a ed. New Jersey: John Wiley & Sons Inc.
- Mosquera-Vivas ES, Ayala-Aponte AA, Serna-Cock L. 2019. Ultrasonido y deshidratación osmótica como pretratamientos a la liofilización de melón (*Cucumis melo* L.). *Información Tecnológica* 30(3): 179–188.
- Murata M. 2021. Browning and pigmentation in food through the Maillard reaction. *Glycoconjugate Journal* 38:283–292.
- Neilson AP, Pahulu HF, Ogden LV, Pike OA. 2006. Sensory and nutritional quality of dehydrated potato flakes in long-term storage. *Journal of Food Science* 71(6): S461–S466.
- [OEC] The Observatory of Economic Complexity. 2022. *Papas Comercio de producto: The Observatory of Economic Complexity*. Disponible en: <https://oec.world>. Consultado en octubre de 2024.

- Ogliari R, Soares JM, Teixeira F, Schwarz K, da Silva KA, Schiessel DL, Novello D. 2020. Chemical, nutritional, and sensory characterization of sweet potato submitted to different cooking methods. *International Journal of Research—Granthaalayah* 8(10): 147–156.
- [PROFECO] Procuraduría Federal del Consumidor. 2008. Papas fritas envasadas. Procuraduría Federal del Consumidor. Disponible en: <https://www.gob.mx>. Consultado en septiembre de 2020.
- Saez-Ceniceros B. 2019. Modelado de la difusividad efectiva y optimización de la deshidratación convectiva en rodajas de pera (*Pyrus communis* L.) cv. D’Anjou [Tesis de Licenciatura]. Culiacán, Sin: Universidad Autónoma de Sinaloa. 92 p.
- Sakin M, Kaymak-Ertekin F, Ilicali C. 2007. Modeling the moisture transfer during baking of white cake. *Journal of Food Engineering* 80:822-831.
- Shi B, Guo X, Liu H, Jiang K, Liu L, Yan N, Farag MA, Liu L. 2024. Dissecting Maillard reaction production in fried foods: Formation mechanisms, sensory characteristic attribution, control strategy, and gut homeostasis regulation. *Food Chemistry* 438: 137994.
- [SIAP] Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera. 2023. México: Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera. Disponible en: <https://nube.siap.gob.mx>. Consultado en octubre de 2024.
- Tapia MS, Alzamora SM, Chirife J. 2020. Effects of water activity (aw) on microbial stability as a hurdle in food preservation. *Water activity in foods fundamentals and applications* (2nd ed., pp. 323–355).

- Torres A. 2023. Mexicanos consumen 8 kilos de papas fritas al año, señala estudio. Disponible en: <https://plumasatomicas.com>. Consultado en enero 2025.
- Treybal RE. 2007. Operaciones de transferencia de masa. 2a ed. Cd de México: McGraw-Hill. 870p.
- Tuta S, Palazoğlu TK. 2017. Effect of baking and frying methods on quality characteristics of potato chips. GIDA 42(1):43-49.
- [USDA] United States Department of Agriculture. 2019. National Nutrient Database for Standard Reference Legacy Release. Disponible en: <https://fdc.nal.usda.gov>. Consultado en octubre de 2024.
- Vázquez-López Y. 2014. Deshidratación de chile (*Capsicum annuum* L.) poblano entero por secado convectivo, microondas y combinación convectivo-microondas [Tesis de Maestría]. Culiacán, Sin: Universidad Autónoma de Sinaloa. 147 p.
- Xu S, Kerr WL. 2012. Modeling moisture loss during vacuum belt drying of low-fat tortilla chips. Drying Technology 30:1422-1431.
- Zalpouri R, Kaur P, Kaur A, Sidhu GK. 2021. Comparative analysis of optimized physiochemical parameters of dried potato flakes obtained by refractive and convective drying techniques. Journal of Food Processing and Preservation 45(1): e15077.