

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN FÍSICA



**Análisis de precisión de la estructura interna de los
hadrones mediante la detección de fotones**

TESIS QUE COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN FÍSICA

PRESENTA:

DAVID FRANCISCO RENTERÍA ESTRADA

DIRECTORES DE TESIS:

DR. GERMAN FABRICIO ROBERTO SBORLINI

DR. ROGER JOSÉ HERNÁNDEZ PINTO

Culiacán, Sinaloa, Octubre 2022.



Dirección General de Bibliotecas
Ciudad Universitaria
Av. de las Américas y Blvd. Universitarios
C. P. 80010 Culiacán, Sinaloa, México.
Tel. (667) 713 78 32 y 712 50 57
dgbuas@uas.edu.mx

UAS-Dirección General de Bibliotecas

Repositorio Institucional Buelna

Restricciones de uso

Todo el material contenido en la presente tesis está protegido por la Ley Federal de Derechos de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

Queda prohibido la reproducción parcial o total de esta tesis. El uso de imágenes, tablas, gráficas, texto y demás material que sea objeto de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente correctamente mencionando al o los autores del presente estudio empírico. Cualquier uso distinto, como el lucro, reproducción, edición o modificación sin autorización expresa de quienes gozan de la propiedad intelectual, será perseguido y sancionado por el Instituto Nacional de Derechos de Autor.

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-No Comercial
Compartir Igual, 4.0 Internacional



*A mis padres Rosalina y Camilo,
por ser mi fortaleza en este camino.*

Resumen

Lograr una descripción precisa de la estructura interna de los hadrones es una tarea difícil, ya que hay varios cuellos de botella para obtener predicciones teóricas partiendo de primeros principios. Para complementar los experimentos de alta precisión, es necesario utilizar estrategias ingeniosas para imponer restricciones desde el lado de la teoría. Por otro lado en la física de altas energías, una descripción fiable de la cinemática a nivel de partones juega un papel crucial para entender la estructura interna de los hadrones y mejorar la precisión de los cálculos. En esta tesis, describimos cómo se pueden utilizar los fotones para develar la estructura interna de los hadrones. Utilizando funciones de distribución partónicas y funciones de fragmentación, exploramos cómo describir las correcciones NLO QCD más LO QED en la producción de un hadrón más un fotón en los colisionadores. Específicamente, estudiamos la producción de un pión y un fotón directo utilizando un código basado en la integración de Monte Carlo, simulamos las colisiones y analizamos los eventos para determinar las correlaciones entre las cantidades medibles en los experimentos de partículas y las fracciones de momento partónicas. Además, utilizamos estos resultados para alimentar tres algoritmos de aprendizaje automático que nos permitan encontrar las fracciones de momento partónicas involucrados en el proceso en función de las cantidades medidas en el detector. Nuestros resultados son compatibles con hallazgos anteriores y sugieren una excelente aplicación del Machine Learning para modelar colisiones de alta energía a nivel partónico con alta precisión.

Agradecimientos

Agradezco a las personas mencionadas a continuación, por su dedicación y tiempo, lo cual hizo posible la realización de esta tesis.

A la Dra. Pia Zurita, por sus valiosas enseñanzas y consejos. Además por sus correcciones y sobre todo el arduo trabajo invertido en la colaboración para la publicación de este trabajo.

Además, un agradecimiento especial a los directores de tesis: Dr. German Sborlini y Dr. Roger Hernández quienes guiaron y dirigieron este trabajo. Pero sobre todo gracias a ambos por su amistad y los consejos que me han llevado a ser un mejor profesional y ser humano.

Finalmente, agradezco a CONACYT por el apoyo económico (CVU: 1074630) que me brindó, con el cual fue posible dedicarme de tiempo completo al trabajo realizado en esta tesis.

Índice general

| | |
|---|-----------|
| Resumen | VII |
| Agradecimientos | IX |
| 1. El Modelo Estándar en física de precisión | 1 |
| 1.1. Introducción a las partículas elementales del SM | 2 |
| 1.2. Modelo de quarks | 5 |
| 1.3. Lagrangiano y reglas de Feynman | 12 |
| 1.4. Cinemática en los detectores de partículas | 17 |
| 1.5. Modelo de partones en colisiones hadrónicas | 20 |
| 2. Métodos computacionales | 31 |
| 2.1. Simulación Monte Carlo | 31 |
| 2.2. Algoritmo Vegas | 35 |
| 2.3. Machine Learning | 40 |
| 3. Cálculo de la sección eficaz del proceso $pp \rightarrow \gamma + h$ | 43 |
| 3.1. Implementación de la sección eficaz del proceso | |
| $pp \rightarrow \gamma + h$ | 43 |
| 3.2. Detalles computacionales | 45 |
| 3.3. Aislamiento y contribución directa de fotones | 49 |

| | |
|---|------------|
| 4. Análisis de las PDFs y FFs en la producción de un fotón mas un hadrón | 53 |
| 4.1. Simulación numérica | 55 |
| 4.2. Fenomenología y resultados | 56 |
| 5. Reconstrucción de la cinemática partónica | 61 |
| 5.1. Introducción | 61 |
| 5.2. Resultados fenomenológicos | 64 |
| 5.2.1. Distribuciones de la sección eficaz | 66 |
| 5.2.2. Correlación con fracciones de momento partónicas | 70 |
| 5.3. Reconstrucción de la cinemática partónica | 76 |
| 5.3.1. Construcción del conjunto de datos | 78 |
| 5.3.2. Regresión Lineal | 81 |
| 5.3.3. Regresión Gaussiana | 86 |
| 5.3.4. Redes Neuronales | 89 |
| 5.3.5. Error de propagación | 92 |
| Conclusiones | 97 |
| A. Error de propagación | 103 |
| B. Coeficientes para el Método Lineal | 109 |
| C. Comparación de diferentes arquitecturas de la NN | 113 |
| Bibliografía | 116 |

Índice de cuadros

| | |
|---|----|
| 1.1. Características de los quarks, donde Q es carga eléctrica, I_3 representa la tercera componente del isospín, S el número cuántico strangeness, C el número cuántico charmness, B el número cuántico bottomness y T el número cuántico topness [1]. | 2 |
| 1.2. Características de los leptones del Modelo Estándar, donde Q es múltiplo de la carga eléctrica e del protón y L_i el número leptónico; L_e es el número electrónico, L_μ es el número muónico y L_τ es el número tauónico [1]. | 4 |
| 1.3. Interacciones fundamentales y partículas mediadoras [1]. | 5 |
| 1.4. Números cuánticos de los quarks: u , d y s . Donde I es el isospín, I_3 representa la tercera componente del isospín, S el número cuántico strangeness, B el número cuántico bariónico, Y es hipercarga y Q es carga eléctrica [1]. | 10 |
| 5.1. Valores del parámetro l para reconstruir las fracciones de momento partónica x y z para tres bases diferentes usando el método de RG. | 87 |
| 5.2. Arquitecturas para el mejor ajuste de los parámetros del MLP para la reconstrucción de las fracciones de momento a orden LO en QCD: $X_{\text{REC}}(\text{LO})$ y $Z_{\text{REC}}(\text{LO})$ (segunda y tercera columnas), y para las fracciones de momento a orden NLO QCD + LO QED: $X_{\text{REC}}(\text{NLO})$ y $Z_{\text{REC}}(\text{NLO})$ (cuarta y quinta columnas). | 90 |

| | |
|--|-----|
| B.1. Coeficientes para el LM con la <i>base general</i> expresada en la Ec. (5.26) para ambas fracciones de momento x y z | 110 |
| B.2. Coeficientes para el LM con la <i>base motivada físicamente</i> expresada en la Ec. (5.26) con las restricciones dadas en la Ec. (5.27) y la Ec. (5.28) para la fracción de momento x | 111 |
| B.3. Lo mismo que en Tab. B.2, pero ahora para la fracción de momento z | 112 |
| B.4. Coeficientes para el LM con la <i>base inspirada-LO</i> expresada en las Ecs. (5.29) y (5.30) para ambas fracciones de momento x y z | 112 |
| C.1. Arquitecturas para la MLP de tres pruebas diferentes para la reconstrucción de las fracciones de momento con precisión NLO QCD + LO QED. Todos los parámetros se toman iguales para X_{REC} y Z_{REC} | 113 |

Índice de figuras

| | | |
|----|---|----|
| 1. | Diagramas de Feynman para las interacciones electromagnéticas y fuertes de dos partículas. Los leptones cargados se representan por la letra ℓ , mientras que los quarks son representados por la letra q . Las partículas mediadoras de las interacciones son representadas con γ para el fotón y g para el gluón. En el panel de la izquierda: interacción electromagnética mediante el intercambio de un fotón. En el panel de la derecha: interacción fuerte mediante el intercambio de un gluón. | 3 |
| 2. | Los hadrones H_1 y H_2 viajan en direcciones opuestas sobre el eje z y colisionan en el origen. En el panel de la izquierda: plano lateral de la colisión, donde una de las partículas producida por la colisión, es emitida con un momento \vec{p} que tiene un ángulo θ respecto al eje de colisión z . En el panel de la derecha: plano transversal de la colisión, donde el momento transversal \vec{p}_T de la partícula producida por la colisión tiene un ángulo ϕ respecto al eje x | 18 |
| 3. | Descripción gráfica del modelo de partones en un proceso de dispersión duro. | 22 |
| 4. | Descripción gráfica del modelo de partones de un proceso de dispersión hadrónica. Las funciones $f_{a/A}$ y $f_{b/B}$ representan las PDFs de la dispersión. La función $D_{c/C}$ es la función de fragmentación. | 26 |
| 5. | Diagrama de la producción de un fotón directo γ más un hadrón C en un proceso de dispersión hadrónica. | 28 |

1. Diagrama de flujo del algoritmo Monte Carlo utilizado para el cálculo de la sección eficaz del proceso $pp \rightarrow h + \gamma$ 32
2. Representación grafica de la arquitectura de una red neuronal genérica (o *red neuronal artificial*). Entre las capas de *entrada* (X) y de *salida* (Y), se pueden añadir neuronas adicionales, organizadas en *capas ocultas*. Las flechas representan las llamadas *funciones de activación*, que conectan las diferentes capas del sistema. 41
1. Correcciones a NLO en QCD para la distribución p_T^π del proceso $pp \rightarrow \gamma + \pi^+$, para cinemática de PHENIX ($E_{CM} = 200$ GeV) en tres diferentes escenarios. En el panel derecho, mostramos la diferencia relativa con respecto a la configuración predeterminada (es decir, NNPDF3.1 PDF y DSS2014 FF). 58
2. Correcciones a NLO en QCD para la distribución p_T^γ del proceso $pp \rightarrow \gamma + \pi^+$, para cinemática PHENIX ($E_{CM} = 200$ GeV) en tres diferentes escenarios. En el panel derecho, mostramos la diferencia relativa con respecto a la configuración predeterminada (es decir, NNPDF3.1 PDF y DSS2014 FF). 58
3. Correcciones a NLO en QCD a la distribución de p_T^π del proceso $pp \rightarrow \gamma + \pi^+$, para la cinemática del LHC ($E_{CM} = 13$ TeV, con restricciones angulares idénticas a las utilizadas para PHENIX) en tres escenarios diferentes. 59
4. Comparación de la combinación de NLO QCD + LO QED (línea púrpura) frente a las correcciones a NLO en QCD puro para la distribución p_T^π de $pp \rightarrow \gamma + \pi^+$. A la izquierda, consideramos la cinemática de PHENIX ($E_{CM} = 200$ GeV), mientras que cambiamos a energías del LHC ($E_{CM} = 13$ TeV) en el panel derecho. Usamos como una notación abreviada NNPDF3.1qed para NNPDF3.1luxQEDNLO. 60

| | | |
|----|--|----|
| 1. | Sección eficaz no polarizada para la producción de un fotón más un pión en función del momento transverso del pión (izquierda) y del fotón (derecha), respectivamente. Consideramos los cortes de selección descritos en la sección anterior, para el LHC Run II y el RHIC, respectivamente. | 66 |
| 2. | Igual que en la Fig. 1, pero ahora en función de la pseudorapidez del pión (izquierda) y del fotón (derecha), respectivamente. | 67 |
| 3. | Dependencia de la sección eficaz diferencial en función del $\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma)$ para el LHC Run II (izquierda) y RHIC (derecha). | 68 |
| 4. | Sección eficaz en función de las fracciones de momento partónicas x (izquierda) y z (derecha), para RHIC y LHC Run II . Dado que estos experimentos involucran colisiones $p + p$, consideramos $x = x_1$ dada por la Ec. (3.4). | 69 |
| 5. | Sección eficaz en función de la fracción de momento partónica x_1 (izquierda) y x_2 (derecha) para Tevatron. x_1 corresponde a la fracción de momento asociada al protón, mientras que x_2 corresponde al antiprotón. | 70 |
| 6. | La fracción de momento partónico $x = x_1$ en función de p_T^γ (izquierda) y p_T^π (derecha). La escala de color muestra la sección eficaz a LO QCD (fila superior) y NLO QCD + LO QED (fila inferior). Simulamos los eventos usando la cinemática de RHIC con $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV. | 71 |
| 7. | La fracción de momento partónica x en función de la pseudorapidez del fotón. La escala de color muestra la sección eficaz a LO QCD (izquierda) y NLO QCD + LO QED (derecha). Simulamos los eventos usando la cinemática de RHIC con $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV. | 72 |
| 8. | Fracción de momento z en función de p_T^γ (izquierda) y p_T^π (derecha). La escala de color muestra la sección eficaz a LO QCD (fila superior) y NLO QCD + LO QED (fila inferior). Simulamos los eventos usando la cinemática de RHIC con $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV. | 73 |

9. Fracción de momento partónico z en función de la pseudorapidez del fotón. La escala de color muestra la sección eficaz a LO QCD (izquierda) y NLO QCD + LO QED (derecha). Simulamos los eventos usando la cinemática de RHIC con $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV. 74
10. Fracciones de momento partónicas x_1 (izquierda) y z (derecha) en función de $\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma)$. La escala de color muestra la sección eficaz a LO QCD (izquierda) y NLO QCD + LO QED (derecha). Simulamos los eventos usando la cinemática de RHIC con $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV. 74
11. Correlación entre x_1 y x_2 con precisión LO QCD (izquierda) y NLO QCD + LO QED (derecha). Incluso cuando se incluyen las correcciones reales NLO, hay una fuerte supresión para aquellos sucesos con valores bastante diferentes de x_1 y x_2 . Simulamos los sucesos utilizando la cinemática del RHIC con $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV. 76
12. Correlación entre las fracciones de momento generadas en el MC (es decir, X_{REAL} y Z_{REAL}) y las obtenidas con precisión LO QCD utilizando el enfoque del LM. Cada casilla del gráfico de correlación se rellena con la sección eficaz integrada. 82
13. Correlación entre las fracciones de momento del MC (es decir, X_{REAL} y Z_{REAL}) y las obtenidas con precisión NLO QCD + LO QED utilizando el enfoque LM (X_{REC} y Z_{REC}). Fila superior: utilizando la *base general* dada en la Ec. (5.26). Fila del medio: *base motivada físicamente*. Fila inferior: *base inspirada-LO*. 84
14. Correlación entre las fracciones de momento del MC (es decir, X_{REAL} y Z_{REAL}) frente a las obtenidas con precisión NLO QCD + LO QED (X_{REC} y Z_{REC}). Mostramos los resultados correspondientes a la aproximación GR, utilizando la *base general* (fila superior), la *base motivada físicamente* (fila central) y la *base inspirada-LO* (fila inferior). 88

15. Izquierda: comparación entre las fracciones de momento X_{REAL} y X_{REC} obtenidas con una red neuronal MLP con los parámetros dados por la Tabla 5.2. La fila superior (inferior) corresponde a la corrección LO QCD (NLO QCD + LO QED) del conjunto de datos. Derecha: los mismo pero para Z_{REAL} y Z_{REC} 91

16. Histogramas basados en los conjunto de datos $\mathcal{D}^{(\xi=1/2,1,2)}$, mostrando la distribución en X_{REC} (columna izquierda) y Z_{REC} (columna derecha). Cada punto del conjunto de datos es pesado usando la sección eficaz integrada por bin. Exploramos la reconstrucción de los métodos mencionados en la Sec. 5.3: método lineal (primera fila), regresión Gaussiana (segunda fila) y redes neuronales (tercera fila). 93

17. Gráficas de correlación para $X = x_1$ (izquierda) y $X = z$ (derecha). Definimos las bandas de error siguiendo la estrategia mencionada en el Apéndice A, y presentamos los resultados para las estimaciones de la red neuronal (NN, azul), el proceso gaussiano (GP, verde) y el método lineal (LM, rojo). 94

1. Primera fila: Comparación de las fracciones de momento X_{REAL} vs. X_{REC} obtenidas con redes neuronales MLP (utilizando los parámetros dados en la Tabla 5.2) para diferentes escalas de renormalización/factorización, $\mu_R = \mu_F \equiv \xi\mu$. Fijamos $\xi = 1/2$ ($\xi = 2$) en el gráfico de la izquierda (derecha). Segunda fila: lo mismo que en la primera fila, pero para Z_{REAL} vs. Z_{REC} 106

1. Comparación de las fracciones de momento X_{REAL} en función de X_{REC} (izquierda) y Z_{REAL} en función de Z_{REC} (derecha) obtenidas con MLP con precisión a NLO QCD + LO QED. Los parámetros para TEST1 (fila superior), TEST2 (fila central) y TEST3 (fila inferior) se indican en la Tabla C.1. 114

Capítulo 1

El Modelo Estándar en física de precisión

El Modelo Estándar (SM del inglés) es una teoría cuántica de campos (QFT, por sus siglas en inglés) relativista que describe las interacciones electromagnética, débil y fuerte que presenta las partículas fundamentales a través del formalismo de simetrías de norma del grupo $G = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Se sabe que el Modelo Estándar explica con gran precisión la estructura de la materia en el vacío a partir de campos que describen a las partículas elementales. En este capítulo centramos nuestra atención en introducir una breve explicación de las características de los quarks y leptones, posteriormente se presenta el modelo de quarks en el SM. Una vez sentada las bases teóricas de las partículas de interés en este trabajo, abordamos cuáles son las variables cinemáticas medibles en el experimento. Para los resultados presentados en esta tesis, es importante conocer las interacciones entre quarks, gluones y fotones en colisiones hadrónicas. Una manera formal de explicar las interacciones entre los campos fermiónicos y bosónicos, es por medio de las densidades Lagrangianas de la Cromodinámica Cuántica (QCD, por sus siglas en inglés) y de la Electrodinámica Cuántica (QED, por sus siglas en inglés), junto con los diagramas de Feynman obtenidos de dichas teorías. Finalmente, explicaremos la dispersión entre protones y la producción de un fotón y un hadrón con el modelo de partones, donde se introducen los conceptos más importantes para entender los siguientes capítulos.

1.1. Introducción a las partículas elementales del SM

Hasta donde se sabe, entre las partículas elementales del SM encontramos fermiones y bosones. Los fermiones se caracterizan por tener espín semi-entero, mientras que los bosones tienen espín entero. Hay dos tipos de fermiones: quarks y leptones. Los fermiones cumplen la estadística de Fermi-Dirac, es decir obedecen el principio de exclusión de Pauli. Los quarks son partículas que interactúan con las cuatro fuerzas fundamentales: electromagnética, fuerte, débil y gravitacional. Existen seis diferentes tipos de quarks: up (u), down (d), strange (s), charm (c), bottom (b) y top (t); por tanto, se dice que los quarks poseen seis grados de libertad llamado sabor. Por otro lado, los quarks poseen otro tipo de grado de libertad llamado color. Un aspecto peculiar de los quarks, es que su carga eléctrica (Q) es una fracción de la carga del protón. Cuando se hace referencia a las unidades naturales, se adopta la convención de escoger a la constante de Plank (\hbar) y a la velocidad de la luz (c) igual a uno ($\hbar = c = 1$). Así, debido a la relación de Einstein $E = mc^2$, el adoptar la convención de unidades naturales implica que la masa y la energía se miden en las mismas unidades. En la Tabla 1.1 se han escrito algunas propiedades de los quarks y han sido separados en tres dobletes. La tercera componente del isospín (I_3), corresponde al número cuántico de las interacciones del neutrón y el protón. En un proceso con N tipos de quarks en el estado inicial y con N' tipos de quarks en el estado final, la suma de todos los números cuánticos strangeness (S), charmness (C), bottomness (B) y topness (T), asociados a cada uno de los quarks, debe ser la misma en el

| Quark | Q | I_3 | S | C | B | T | Masa (GeV) |
|-------|--------|--------|-----|-----|-----|-----|-----------------------------------|
| u | $+2/3$ | $+1/2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 2.16 ($-0.26, +0.49$) |
| d | $-1/3$ | $-1/2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 4.67 ($-0.17, +0.48$) |
| s | $-1/3$ | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 93 ($-5, +11$) |
| c | $+2/3$ | 0 | 0 | +1 | 0 | 0 | $1.27 \times 10^3 \pm 0.02$ |
| b | $-1/3$ | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | $4.18 \times 10^3 (-0.02, +0.03)$ |
| t | $+2/3$ | 0 | 0 | 0 | 0 | +1 | $172.9 \times 10^3 \pm 0.4$ |

Tabla 1.1. Características de los quarks, donde Q es carga eléctrica, I_3 representa la tercera componente del isospín, S el número cuántico strangeness, C el número cuántico charmness, B el número cuántico bottomness y T el número cuántico topness [1].

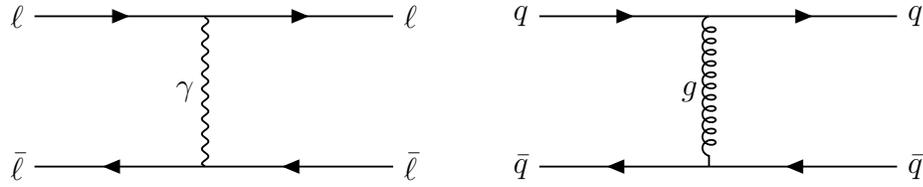


Figura 1. Diagramas de Feynman para las interacciones electromagnéticas y fuertes de dos partículas. Los leptones cargados se representan por la letra ℓ , mientras que los quarks son representados por la letra q . Las partículas mediadoras de las interacciones son representadas con γ para el fotón y g para el gluón. En el panel de la izquierda: interacción electromagnética mediante el intercambio de un fotón. En el panel de la derecha: interacción fuerte mediante el intercambio de un gluón.

estado inicial y final del proceso [2].

En la teoría de Maxwell del electromagnetismo, las partículas cargadas interactúan mediante los campos electromagnéticos, esto es porque la teoría cuántica de campos postula que las interacciones de la naturaleza se producen por el intercambio de partículas. En el electromagnetismo la partícula de intercambio, o partícula mediadora, es un fotón, tal cual se muestra en el diagrama de Feynman del panel de la izquierda de la Figura 1. En el confinamiento de quarks existente en los hadrones, la fuerza electromagnética es mucho menor en comparación con la interacción fuerte que hay entre los quarks. Por ejemplo, la fuerza de repulsión electromagnética dada entre los quarks que forman el estado de la partícula delta doblemente cargada ($\Delta^{++} = uuu$) es prácticamente cero en comparación con la interacción fuerte, que mantiene a los tres quarks en el sistema confinado. En la interacción fuerte la partícula mediadora es un gluón, así como es mostrado en el diagrama de Feynman del panel de la derecha de la Figura 1. Así como la carga eléctrica es responsable del tipo de fuerzas (atracción o repulsión) en el electromagnetismo, el color es un tipo de carga en la interacción fuerte. Por lo tanto, los quarks interactúan mediante el intercambio de gluones sufriendo un cambio e intercambio de color.

Los leptones son partículas con espín $\frac{1}{2}$ y obedecen, al igual que los quarks, la estadística de Fermi-Dirac. Existen seis leptones y sus correspondientes antipartículas: electrón (e^-) y su antipartícula positrón (e^+), muón (μ^-) y su antipartícula antimuón (μ^+), tau (τ^-) y su

antipartícula antitau (τ^+). A cada una de las partículas e^\pm , μ^\pm y τ^\pm se les asocia un neutrino y un antineutrino. Por ejemplo, al electrón se le asocia el neutrino del electrón (ν_e) y al positrón se le asocia el antineutrino del electrón ($\bar{\nu}_e$). Las características de las antipartículas son idénticas a las características de sus partículas a excepción del signo de su carga eléctrica. Las antipartículas poseen la misma magnitud de carga a la de su partícula pero con signo opuesto. La carga de los neutrinos es cero, la masa de ellos es hasta la fecha un enigma, aunque se sabe un límite el cual es muy pequeño comparado con la masa del resto de los leptones [3]. Los sabores de los leptones son el electrón, el muón y el tau, cada sabor es representado por un doblete de partícula cargada y su neutrino. En la Tabla 1.2 se han separado estas partículas en sus correspondientes dobletes. Los leptones son partículas sin color, lo que significa que no manifiestan efectos de la interacción fuerte. Los leptones cargados (e^\pm , μ^\pm y τ^\pm) interactúan por medio de la interacción electromagnética y débil pero los neutrinos únicamente poseen interacción débil. En la Tabla 1.2 se han escrito las características de los leptones, donde el número cuántico L_i (para $i = e, \mu, \tau$) es el número leptónico, el cual, en un proceso la suma de los números cuánticos L_i debe ser el mismo al inicio y al final de la dispersión.

| Leptón | Q | L_e | L_μ | L_τ | Masa (MeV) | Leptón | Q | L_e | L_μ | L_τ | Masa (MeV) |
|------------|-----|-------|---------|----------|------------------------|------------------|-----|-------|---------|----------|------------------------|
| e^- | -1 | 1 | 0 | 0 | 0.511 | e^+ | 1 | -1 | 0 | 0 | 0.511 |
| ν_e | 0 | 1 | 0 | 0 | $<2.2 \times 10^{-6}$ | $\bar{\nu}_e$ | 0 | -1 | 0 | 0 | $<2.2 \times 10^{-6}$ |
| μ^- | -1 | 0 | 1 | 0 | 105.66 | μ^+ | 1 | 0 | -1 | 0 | 105.66 |
| ν_μ | 0 | 0 | 1 | 0 | $<0.17 \times 10^{-6}$ | $\bar{\nu}_\mu$ | 0 | 0 | -1 | 0 | $<0.17 \times 10^{-6}$ |
| τ^- | -1 | 0 | 0 | 1 | 1776.86 ± 0.12 | τ^+ | 1 | 0 | 0 | -1 | 1776.86 ± 0.12 |
| ν_τ | 0 | 0 | 0 | 1 | $<15.5 \times 10^{-6}$ | $\bar{\nu}_\tau$ | 0 | 0 | 0 | -1 | $<15.5 \times 10^{-6}$ |

Tabla 1.2. Características de los leptones del Modelo Estándar, donde Q es múltiplo de la carga eléctrica e del protón y L_i el número leptónico; L_e es el número electrónico, L_μ es el número muónico y L_τ es el número tauónico [1].

Los bosones, como se mencionó al inicio de esta sección, son otro tipo de partículas elementales. Se caracterizan por tener espín entero y ser gobernados por la estadística de Bose-Einstein. Este tipo de estadística no obedece el principio de exclusión de Pauli, es decir, las partículas son indistinguibles entre sí, dado que pueden ocupar los mismos números de estados

| Interacción | Fuerza de acoplamiento | Partícula mediadora | Símbolo | Espín |
|------------------|---|---------------------|--------------|-------|
| Electromagnética | $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \simeq \frac{1}{137}$ | fotón | γ | 1 |
| Débil | $G_F = 1.16 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$ | bosones débiles | W^\pm, Z^0 | 1 |
| Fuerte | $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi} \simeq 0.12$ | gluón | g | 1 |
| Gravitacional | $G_N \simeq 6.71 \times 10^{-39} \text{GeV}^{-2}$ | gravitón | | 2 |

Tabla 1.3. Interacciones fundamentales y partículas mediadoras [1].

cuánticos. Los bosones de norma son partículas que actúan como partículas mediadoras de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza. La interacción electromagnética tiene como bosón de norma al fotón, la interacción débil a los bosones débiles W^\pm y Z^0 , la interacción fuerte al gluón y la fuerza gravitacional al gravitón, aún no descubierto [4]. En la Tabla 1.3 se mencionan las características de los bosones de norma tales como el espín, magnitud del acoplamiento de cada interacción, etc.

El último de los elementos del Modelo Estándar es el bosón de Higgs. El boson de Higgs es una partícula con espín, color y carga eléctrica igual a cero, es la partícula asociada al campo del Higgs y responsable de la masa de las partículas en el Modelo Estándar [5]. El mecanismo de Higgs es el mecanismo por el cual se produce el rompimiento espontáneo de la simetría en una teoría de norma y las partículas, originalmente sin masa, adquiriendo masa. En el Modelo Estándar, es también el responsable del Modelo Electro débil (unificación de la teoría electromagnética y débil) y la aparición de los bosones vectoriales masivos W^\pm y Z^0 y del campo del fotón sin masa. A continuación se abordará el Modelo de quarks.

1.2. Modelo de quarks

Para describir el Modelo de quarks, es necesario previamente abordar la simetría de isospín. El núcleo atómico es un estado ligado de protones y neutrones confinados gracias a la fuerza fuerte. Un protón tiene carga positiva y un neutrón posee carga neutra. Tienen masas diferentes, sin embargo, la diferencia entre las masas del protón y del neutrón es muy

pequeña. Según los datos experimentales, las masas del protón y el neutrón son $m_p = 938.27$ MeV y $m_n = 939.56$ MeV respectivamente [1]. Cuando un Hamiltoniano tienen una simetría exacta, entonces los estados están degenerados, y entonces los valores propios son iguales. Así, dado que la masa de las partículas es la energía en reposo de ellas, esto hace pensar que podemos tratar al protón y al neutrón como dos estados casi degenerados de una sola partícula llamada nucleón. De esta manera, para hacer distinción entre ellas, utilizamos el número cuántico llamado isospín.

La simetría de isospín [6] se puede escribir como un doblete de los estados del protón y neutrón en la representación fundamental del grupo $SU(2)$ ¹ como,

$$\mathbf{2} = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

donde p y n son las funciones de onda del protón y el neutrón. El protón y el neutrón son representados en el espacio del isospín como,

$$|p\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

y tienen como valor del isospín $I = \frac{1}{2}$ y tercera componente del isospín $I_3 = +\frac{1}{2}$ para el protón e $I_3 = -\frac{1}{2}$ para el neutrón. Es decir, el operador del isospín satisface,

$$|I| = (I^* I)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}, \quad (1.3)$$

$$I_3 |p\rangle = +\frac{1}{2} |p\rangle, \quad (1.4)$$

$$I_3 |n\rangle = -\frac{1}{2} |n\rangle. \quad (1.5)$$

¹ $SU(2)$ es el grupo especial unitario de matrices de 2×2 . Se puede consultar en el libro de texto *Lie Algebras In Particle Physics* por *Howard Georgi* para estudiar la teoría del álgebra de los grupos $U(1)$, $SU(2)$ y $SU(3)$.

Matemáticamente, los generadores,

$$I_i = \frac{\sigma_i}{2} \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \quad (1.6)$$

pertenecen a la simetría de isospín y satisfacen la misma álgebra de Lie de los generadores del grupo de simetría $SU(2)$,

$$[I_i, I_j] = i \varepsilon_{ijk} I^k, \quad (1.7)$$

donde ε_{ijk} es el tensor anti-simétrico de Levi-Civita definido como,

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{si } (ijk) = (123), (231), (312), \\ -1, & \text{si } (ijk) = (321), (132), (213), \\ 0, & \text{si } i = j, i = k, j = k, \end{cases} \quad (1.8)$$

y las matrices σ_i (para $i = 1, 2, 3$) son las matrices de Pauli [7], definidas como,

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.9)$$

Además de que el operador del isospín satisface el álgebra de $SU(2)$, también da lugar a una superposición de estados, de forma análoga a la simetría de espín. Este resultado implica que para un sistema confinado de dos nucleones se tienen cuatro representaciones: un singlete (**1**) y un triplete (**3**) de la forma siguiente,

$$\text{Triplete, } \quad (\mathbf{3}) = \begin{cases} |1; +1\rangle & = pp, \\ |1; 0\rangle & = \frac{1}{\sqrt{2}}(pn + np), \\ |1; -1\rangle & = nn, \end{cases} \quad (1.10)$$

y,

$$\text{Singlete, } \quad (\mathbf{1}) = \begin{cases} |0; 0\rangle & = \frac{1}{\sqrt{2}}(pn - np), \end{cases} \quad (1.11)$$

donde se ha utilizado la notación del producto directo entre los diferentes espacios de las partículas, esto es,

$$|I, I_3\rangle = pn = |I^1; I_3^1\rangle \otimes |I^2; I_3^2\rangle = |I^1, I^2; I_3^1, I_3^2\rangle ,$$

donde I es el isospín total e I_3 es la tercera componente del isospín total. El coeficiente $\frac{1}{\sqrt{2}}$ aparece para satisfacer la condición de ortonormalidad que deben satisfacer los estados cuánticos. Explícitamente esto quiere decir,

$$\forall |A_i; B_j\rangle \Rightarrow \langle A_i; B_k | A_l; B_j\rangle = \delta_{il}\delta_{kj} . \quad (1.12)$$

En términos de espacios vectoriales, podemos expresar el espacio de isospín como la suma directa de un singlete con un triplete o como el producto tensorial de dos dobletes, es decir, la representanci3n fundamental del grupo $SU(2)$ es,

$$\mathbf{2} \otimes \mathbf{2} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{3} . \quad (1.13)$$

En los estados del isospín para un sistema de nucle3n-antinucle3n, los antinucleones adoptan la forma en la representaci3n del espacio del isospín de la siguiente manera,

$$|\bar{p}\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} , \quad |\bar{n}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} , \quad (1.14)$$

y el doblete de antipartículas es,

$$\text{Doblete, } (\bar{\mathbf{2}}) = \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{n} \end{pmatrix} , \quad (1.15)$$

entonces los posibles estados de isospín, para un sistema de nucle3n-antinucle3n, est3n dados

de la forma siguiente,

$$\text{Triplete, } (\mathbf{3}) = \begin{cases} |1; +1\rangle = -p\bar{n}, \\ |1; 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(p\bar{p} - n\bar{n}), \\ |1; -1\rangle = n\bar{p}, \end{cases} \quad (1.16)$$

y,

$$\text{Singlete, } (\mathbf{1}) = \begin{cases} |0; 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(p\bar{p} + n\bar{n}). \end{cases} \quad (1.17)$$

Aunque el grupo $SU(2)$ ayudó a entender conceptos de la física de partículas, el SM no es completamente entendido con este grupo de simetría, más bien, es descrito por el producto de grupos unitarios $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. La cantidad conservada del grupo $U(1)$ es la hipercarga Y , en el grupo $SU(2)$ se conserva el número leptónico L , mientras que en el grupo $SU(3)$ la cantidad conservada es la carga de color C . Por lo que ahora, la teoría es explicada como la interacción de un conjunto de partículas fundamentales: leptones, quarks, bosones de norma y el bosón de Higgs. Una primera propuesta para entender la naturaleza de Y , fue la de suponer que el número cuántico de hipercarga Y es la suma del número cuántico strangeness S y el número cuántico bariónico B ,

$$Y = S + B. \quad (1.18)$$

Además, la carga eléctrica podía expresarse dada la relación de es la relación de Nakano-Nishijima-Gell-Mann (NNG) [8–10], que relaciona la hipercarga y la tercera componente del isospín con la carga eléctrica, como,

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}. \quad (1.19)$$

En la Tabla 1.4 se exponen los números cuánticos I , I_3 , S , B , Y y Q de los quarks up, down y strange. Puede observarse que estos números cumplen con las ecuaciones (1.18) y (1.19).

| Quark | I | I_3 | S | B | Y | Q |
|-------|-------|--------|------|-------|--------|--------|
| u | $1/2$ | $+1/2$ | 0 | $1/3$ | $1/3$ | $+2/3$ |
| d | $1/2$ | $-1/2$ | 0 | $1/3$ | $1/3$ | $-1/3$ |
| s | 0 | 0 | -1 | $1/3$ | $-2/3$ | $-1/3$ |

Tabla 1.4. Números cuánticos de los quarks: u , d y s . Donde I es el isospín, I_3 representa la tercera componente del isospín, S el número cuántico strangeness, B el número cuántico bariónico, Y es hipercarga y Q es carga eléctrica [1].

Para la simetría de color se usará el grupo de simetría $SU(3)$, cuya representación será asociada a los quarks como,

$$|u\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |d\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |s\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

y la representación fundamental de los quarks está dada por el triplete (**3**),

$$|q\rangle = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}. \quad (1.21)$$

El grupo $SU(3)$ tiene 8 generadores T_i (con $1 \leq i \leq 8$). En general $SU(N)$ tiene $N^2 - 1$ generadores. Análogamente a los generadores de la simetría de isospín, los generadores de $SU(3)$ satisfacen el álgebra de Lie,

$$[T_i, T_j] = i f_{ijk} T^k, \quad (1.22)$$

donde f_{ijk} son llamadas las constantes de estructura del grupo $SU(3)$ con valores específicos,

$$\begin{aligned}
 f^{123} &= 1, \\
 f^{458} &= f^{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\
 f^{147} &= f^{165} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{376} = \frac{1}{2}, \\
 &0 \text{ para cualquier otro caso.}
 \end{aligned}
 \tag{1.23}$$

Los generadores pueden escribirse en función de las matrices de Gell-Mann [11],

$$T_i = \frac{\lambda_i}{2}, \tag{1.24}$$

donde las λ_i son las matrices de Gell-Mann y tienen la siguiente forma,

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}
 \tag{1.25}$$

Finalmente, en la Ec. (1.26) que aparece a continuación, puede verse que al definir el isospín y la hipercarga como los operadores $I_3 = \frac{\lambda_3}{2}$ e $Y = \frac{\lambda_8}{\sqrt{3}}$, y sustituir en la ecuación (1.19), obtenemos que la diagonal de la matriz resultante es la carga de los quarks u , d y s (ver Tabla 1.4),

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} = \frac{\lambda_3}{2} + \frac{\lambda_8}{2\sqrt{3}} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}. \quad (1.26)$$

1.3. Lagrangiano y reglas de Feynman

Tanto en la teoría de QED como en la de QCD, se requiere de teorías perturbativas para obtener las reglas de Feynman del proceso de interés. En nuestro trabajo estamos interesados en los procesos mediados por la fuerza electrodébil y fuerte. Antes de mostrar las reglas de Feynman, las cuáles son obtenidas de la QFT, abordaremos la física en los lagrangianos de QCD y QED, para luego dar lugar a las reglas de Feynman de los procesos leptónicos y de quarks que serán usados en esta tesis.

Las interacciones fuertes son descritas por las teorías de norma no-abelianas de quarks y gluones, por lo tanto las reglas de Feynman requeridas para el análisis perturbativo de la QCD pueden ser obtenidas a partir de la formulación de la densidad Lagrangiana de QCD,

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{\text{classical}} + \mathcal{L}_{\text{gauge-fixing}} + \mathcal{L}_{\text{ghost}}, \quad (1.27)$$

el cual contiene la suma de las densidades Lagrangianas clásicas, de gauge y de los campos fantasmas, llamados ghost. La expresión para la densidad Lagrangiana clásica es la suma de las densidades Lagrangianas de Maxwell y Dirac,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{classical}} &= \mathcal{L}_{\text{Maxwell}} + \mathcal{L}_{\text{Dirac}}, \\ &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + \bar{\psi}^a (i\not{D}_{ab} - m\delta_{ab}) \psi^b, \end{aligned} \quad (1.28)$$

donde el primer término corresponde a la interacción de gluones sin masa y de espín 1, mientras que el segundo sumando describe la interacción de quarks con espín $\frac{1}{2}$ y masa m y sus interacciones con los gluones a través de la derivada covariante. Aquí, hemos

representado el Lagrangiano con la convención de suma de Einstein siguiendo la métrica $g^{\alpha\beta} = \text{diag}[1, -1, -1, -1]$, y con la convención de unidades naturales. Los índices μ y ν son las cuatro dimensiones del espacio-tiempo de Minkowski, es decir $\mu, \nu \in \{0, 1, 2, 3\}$, donde se etiqueta a la posición espacio temporal como $x^\mu = (ct, x, y, z)$. Por otro lado, nos referimos a la carga de color con los índices a y b , y hemos contraído los índices de Lorentz de la derivada convariante D_{ab}^μ con las matrices gammas a través de la notación $\not{D}_{ab} = \gamma_\mu D_{ab}^\mu$. Cabe mencionar que las matrices gamma satisfacen un algebra de Clifford. La derivada covariante nos indica la propagación de las partículas de Dirac en el espacio tiempo, y toma explícitamente la siguiente forma,

$$D_{ab}^\mu = \delta_{ab} \partial^\mu + ig(T^c)_{ab} G_c^\mu, \quad (1.29)$$

donde G_c^μ son los campos del gluón con carga de color c , T_c son los generadores de la simetría $SU(3)$ descritos en la Ec. (1.22) y g es la constante de acoplamiento fuerte. Por otro lado, la densidad Lagrangiana de Maxwell es proporcional a la suma sobre el índice de color a del producto tensorial del tensor de campo del gluón,

$$F_a^{\mu\nu} = \partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu - gf_{abc} G_b^\mu G_c^\nu, \quad (1.30)$$

donde f_{abc} son las constantes de estructura del grupo de simetría $SU(3)$ definidas por la Ec. (1.23). Hasta ahora sólo hemos descrito la densidad Lagrangiana clásica de la teoría de QCD, sin embargo esta no es suficiente para describir las interacciones entre todos los campos. Para poder obtener las reglas de Feynman de la QCD perturbativa (pQCD) es necesario agregar los términos $\mathcal{L}_{\text{gauge-fixing}}$ y $\mathcal{L}_{\text{ghost}}$ al Lagrangiana clásico. El propagador para el campo del gluón es imposible obtenerlo sin fijar un campo de gauge, de esta manera se escoge que la densidad Lagrangiana *gauge-fixing* sea como,

$$\mathcal{L}_{\text{gauge-fixing}} = -\frac{1}{\lambda} (\partial^\mu G_\mu^a)^2, \quad (1.31)$$

en función de un parámetro λ . En una teoría no-Abeliana como la pQCD, este término debe ser suplementado con el término de *ghost*, el cuál está dado por,

$$\mathcal{L}_{\text{ghost}} = \partial_\mu \eta^{a\dagger} (D_{ab}^\mu \eta^b), \quad (1.32)$$

donde η^a son los campos escalares complejos los cuáles son obtenidos de la teoría estadística de Fermi. El formalismo para obtener la densidad Lagrangiana del *ghost* es descrita por la integral de camino [12], cuyos procedimientos se deben a los trabajos de Faddeev y Povov [13]. Dichos campos de *ghost* anulan los grados de libertad no físicos que, de otro modo, se propagarían en la norma covariante. Ahora, es importante mencionar que en el formalismo presentado en las Ecs. (1.28), (1.31) y (1.32) los campos aún son clásicos. Estos campos pueden ser cuantizados en la QFT, y en especial resulta útil el formalismo de integrales de camino los cuales puede encontrarse en la Ref. [14]. Por ahora, con la densidad Lagrangiana de la teoría de QCD introducida anteriormente pueden obtenerse las reglas de Feynman, cuyo método para obtenerlas puede consultarse en la literatura existente en el campo de la física de partículas [15–17]. A continuación, desde la Ec. (1.43) hasta la Ec. (1.39) mostramos las reglas de Feynman de los propagadores y vértices obtenidos a partir del Lagrangiano de la Ec. (1.27).

(1) Propagadores.

- Fermión:

$$a, \mu \bullet \xrightarrow[p \leftarrow]{} \bullet b, \nu = \frac{i(\not{p} + m)\delta^{ab}}{p^2 - m^2 + i0}. \quad (1.33)$$

- Gluón:

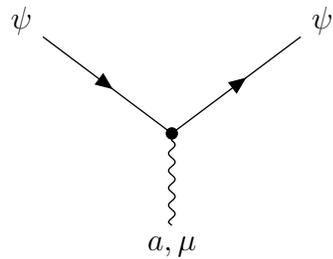
$$a, \mu \bullet \xrightarrow[p \leftarrow]{} \bullet b, \nu = \frac{-i(g_{\mu\nu} + (\lambda - 1)p_\mu p_\nu / p^2)\delta^{ab}}{p^2 + i0}. \quad (1.34)$$

- Ghost:

$$a \bullet \xrightarrow[p \leftarrow]{} \bullet b = \frac{i\delta^{ab}}{p^2 + i0}. \quad (1.35)$$

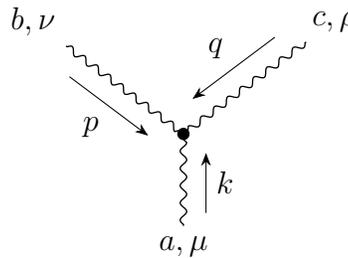
(2) Vértices.

- Fermión:



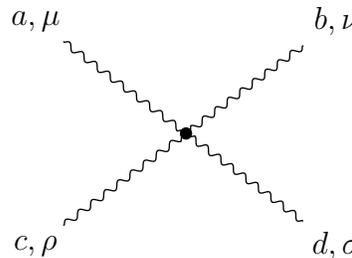
$$= -i g \gamma^\mu T^a . \quad (1.36)$$

- 3 Bosones:



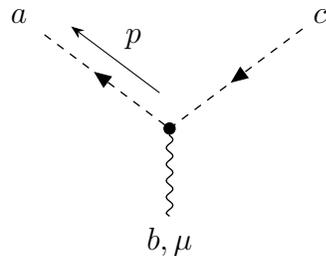
$$= i f^{abc} [g^{\mu\nu} (k - p)^\rho + g^{\nu\rho} (p - q)^\mu + g^{\rho\mu} (q - k)^\nu]. \quad (1.37)$$

- 4 Bosones:



$$= -i g^2 [f^{abe} f^{cde} (g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) + f^{ace} f^{dbe} (g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) + f^{ade} f^{bce} (g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma})] . \quad (1.38)$$

- Ghost:



$$= -i f^{abc} p^\mu . \quad (1.39)$$

Como hemos visto en esta sección, la dinámica y las propiedades de la teoría del campo dependen fuertemente del Lagrangiano del sistema cuántico. En la teoría partónica que implementaremos en los capítulos subsecuentes, será necesario considerar tanto las interacciones de quarks y gluones como de fotones en las colisiones entre protones. La QED es una teoría

que describe los campos fermiónicos que interactúan mediante el campo de norma bosónico asociado a fotones, el Lagrangiano de esta teoría es,

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi} (\not{D} - m) \psi. \quad (1.40)$$

Debe notarse que tiene la misma forma de la densidad Lagrangiana clásica de la Ec. (1.28) pero excluyendo la suma sobre los índices de color. Así mismo, el primer término corresponde al Lagrangiano de Maxwell y describe la dinámica de los fotones sin masa y espín uno que median la interacción entre dichas partículas con el campo fermiónico. Por otro lado, el segundo término de la densidad Lagrangiana de QED describe las dinámica de las partículas del campo fermionico, en esta teoría son leptones con masa m y espín $1/2$. La derivada covariante D_μ tiene la forma explícita,

$$D_\mu = \partial_\mu + ie A_\mu, \quad (1.41)$$

donde el campo A_μ corresponde al campo del fotón y e la carga eléctrica del fermión. Ahora, el tensor del campo es definido como,

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (1.42)$$

Las reglas de Feynman de la teoría de QED son obtenidas con el mismo método de la teoría de QCD. Los propagadores del campo del fermion (leptón) y del bosón (fotón) son similares a los propagadores del quark y del gluón que aparecen en las Ecs. (1.43) y (1.44), respectivamente. A continuación mostramos los propagadores y los vértices que son derivados a partir de la densidad Lagrangiana de la Ec. (1.40).

(1) Propagadores.

■ Fermión:

$$\mu \bullet \xrightarrow{p} \bullet \nu = \frac{i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2 + i0}. \quad (1.43)$$

- Fotón:

$$\mu \bullet \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \bullet b \quad p \leftarrow = \frac{-i g_{\mu\nu}}{p^2 + i0} . \quad (1.44)$$

(2) Vértice.

- QED:

$$\begin{array}{c} \psi \\ \swarrow \\ \bullet \\ \searrow \\ \psi \\ | \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \mu \end{array} = -ie\gamma^\mu . \quad (1.45)$$

(3) Espinores

$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \bullet \quad p \rightarrow = \varepsilon^\mu(\mathbf{p}, \lambda) , \quad \text{para un foton entrando,} \quad (1.46)$$

$$\bullet \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \quad p' \rightarrow = (\varepsilon^\mu(\mathbf{p}', \lambda'))^* , \quad \text{para un foton saliendo,} \quad (1.47)$$

$$\alpha \text{---} \text{---} \text{---} \bullet \quad p \rightarrow = u_\alpha(p, s) , \quad \text{para un fermión entrando,} \quad (1.48)$$

$$\bullet \text{---} \text{---} \text{---} \alpha \quad p \rightarrow = \bar{u}_\alpha(p, s) , \quad \text{para un fermión saliendo,} \quad (1.49)$$

$$\alpha \text{---} \text{---} \text{---} \bullet \quad p \rightarrow = \bar{v}_\alpha(p, s) , \quad \text{para un antifermión entrando,} \quad (1.50)$$

$$\bullet \text{---} \text{---} \text{---} \alpha \quad p \rightarrow = v_\alpha(p, s) , \quad \text{para un antifermión saliendo.} \quad (1.51)$$

1.4. Cinemática en los detectores de partículas

Ahora que hemos descrito a las partículas del SM y estudiado tanto los campos fermiónicos como bosónicos, podremos introducir un modelo de dispersión para colisiones entre hadrones. Sin embargo antes de estudiar el modelo de partones, es importante introducir las variables cinemáticas medibles en los detectores de partículas. En nuestro análisis, consideraremos dos hadrones que se mueven sobre el eje z y tomaremos como origen el punto de colisión. Una representación gráfica de nuestro sistema de referencia de la colisión es la Fig. 2. En el panel derecho se muestra el momento de una partícula detectada en el estado final, la cual

forma un ángulo θ respecto al eje de colisión entre los hadrones. El panel izquierdo de la Fig. 2 es el plano transverso de la colisión y en este plano se encuentra el momento transverso p_T el cual es una cantidad medible por los detectores. En este plano se encuentra el ángulo azimutal ϕ que se mide entre el momento transverso y el eje perpendicular al punto de choque. Por lo tanto, el momento lineal de las partículas finales puede ser escrito en coordenadas esférica $\vec{p} = \vec{p}(p, \theta, \phi)$. Sin embargo, a pesar de que la colisión tiene una simetría esférica, los

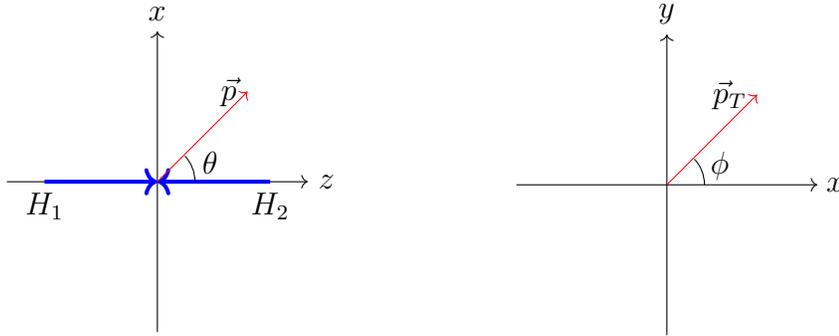


Figura 2. Los hadrones H_1 y H_2 viajan en direcciones opuestas sobre el eje z y colisionan en el origen. En el panel de la izquierda: plano lateral de la colisión, donde una de las partículas producida por la colisión, es emitida con un momento \vec{p} que tiene un ángulo θ respecto al eje de colisión z . En el panel de la derecha: plano transverso de la colisión, donde el momento transverso \vec{p}_T de la partícula producida por la colisión tiene un ángulo ϕ respecto al eje x .

detectores tienen forma cilíndricas y la energía trasversa E_T de las partículas es depositada en los calorímetros que se encuentran en el plano transverso de la colisión. De esta manera, en lugar de detectar el momento de \vec{p} de las partículas, los detectores logran medir únicamente el momento transverso \vec{p}_T de jets, fermiones y fotones producidos en la colisión. En términos de las variables medibles en el detector, el cuadrimomento de una partícula detectada con masa m es,

$$p^\mu = (E, p_x, p_y, p_z), \quad (1.52)$$

$$= (m_T \cosh(y), p_T \sin(\phi), p_T \cos(\phi), m_T \sinh(y)), \quad (1.53)$$

donde la masa transversa es definida como,

$$m_T = \sqrt{p_T^2 + m^2}, \quad (1.54)$$

con m la masa de la partícula, y donde hemos introducido una nueva variables llamada *rapidity* definida como,

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right). \quad (1.55)$$

Además, por la geometría cilíndrica de los detectores, en lugar de la rapity, a menudo suele utilizarse la pseudorapidez definida como,

$$\eta = -\ln [\tan(\theta/2)], \quad (1.56)$$

con valores en el intervalo $\eta \in (-\infty, \infty)$. Esta nueva definición es muy conveniente para obtener el ángulo polar de la dispersión y por ende es posible encontrar la energía de la partícula a través de la energía transversa,

$$E_T = E \sin \theta. \quad (1.57)$$

De esta forma, el momento de las partículas producidas en la colisiones se especifica por medio de las variables cinemáticas medibles en el detector. En el caso especial de partículas sin masa como lo son los fotones, o partículas que llegan a los calorímetros del detector con $p_T \gg m$, realizar el cambio de coordenadas entre rectangulares y del detector queda de la siguiente manera,

$$p_x = p_T \sin \phi, \quad (1.58)$$

$$p_y = p_T \cos \phi, \quad (1.59)$$

$$p_z = p_T \sinh \eta. \quad (1.60)$$

Por último, se define ΔR como la distancia mínima entre los partones para evitar estados degenerados, específicamente ΔR es el tamaño del cono formado por los partones, el cual es expresado matemáticamente como,

$$\Delta R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2}. \quad (1.61)$$

1.5. Modelo de partones en colisiones hadrónicas

Hasta ahora, hemos visto las teorías de QED y de QCD a nivel del lagrangiano y de los diagramas de Feynman. Ahora consideremos el cálculo de una sección eficaz, está es una función que depende de la amplitud invariante \mathcal{M} , la cual posee información del modelo a probar, de tal manera que la sección eficaz diferencial para el proceso cuya interacción entre partones a y b produjeran las partículas c y d es,

$$d\sigma(ab \rightarrow c + d) = \frac{1}{|\vec{v}_{in}|4E_a E_b} \frac{1}{(2\pi)^2} \delta^4(p_a + p_b - p_c - p_d) \frac{d^2 p_c}{2E_c} \frac{d^3 p_d}{2E_d} |\mathcal{M}|^2, \quad (1.62)$$

donde \vec{v}_{in} es la velocidad de la partícula a cuando incide en la dispersión, E_a y E_b son las energías de las partículas a y b incidentes, mientras que p_a , p_b , p_c y p_d son los momentos de las cuatro partículas. Expandiendo la sección eficaz $d\sigma(ab \rightarrow c + d)$ en una serie de potencias con respecto a la constante de acoplamiento α , se tiene que,

$$d\sigma(ab \rightarrow c + d) = \alpha^k \sum_{n=0}^{\infty} d\sigma^n \alpha^n. \quad (1.63)$$

Cuando el cálculo se realiza para $n = 0$, entonces el cálculo se llama LO (del inglés Leading Order) o nivel árbol. Sí el cálculo se realiza para $n = 1$ se llama NLO (del inglés Next-to-Leading Order), el cuál corresponde al siguiente orden de la serie perturbativa. El cálculo para $n = 2$ de la serie será NNLO (del inglés Next-to-Next-to-Leading Order). Los cálculos realizados con los diagramas de Feynman a nivel árbol determinarán cálculos a LO, mientras

que los diagramas de Feynman con las correcciones cuánticas a un lazo, determinarán los cálculos a NLO. La necesidad de calcular la sección eficaz de dispersión radica en que esta es la medida que se comparan con los experimentos de colisiones entre partículas. En estos experimentos es importante saber el parámetro de luminosidad (L) del detector, el cuál determina la resolución del detector y así el número de eventos que puede observar en determinada área y en determinado tiempo. Dado que la sección eficaz total de dispersión (σ) es una medida de la probabilidad de que en cierta área y tiempo un evento ocurra, el número de eventos (N) que el detector podrá observar de un proceso en particular es,

$$N = L\sigma. \quad (1.64)$$

Sin embargo, la Ec. (1.62) solo describe la interacción entre partículas elementales y no entre hadrones. Las colisiones hadrónicas que involucran subprocesos con virtualidad (Q^2) alta, también llamados procesos de dispersión duros, pueden ser descritos por el modelo de partones. En la Fig. 3 se muestra gráficamente el proceso,

$$A(P_A) + B(P_B) \rightarrow c(k) + X(P_A + P_B - k).$$

La imagen representa un esquema de dos hadrones A y B que colisionan con momentos lineales P_A y P_B respectivamente, de esta manera, los partones a y b correspondientes a los hadrones iniciales A y B , interactúan para dar lugar a un partón c con momento k y un jet de partículas X , así la sección eficaz partónica será $\hat{\sigma}_{ab \rightarrow c+X}$. Definiendo el partón $h = \{a, b\}$ y el hadrón $H = \{A, B\}$, por conservación de los momentos lineales, el partón h lleva un momento $x_h P_H$, donde x_h es una fracción entre 0 y 1 del momento lineal total correspondiente al hadrón justo antes de la colisión. Las funciones $f_{h/H}(x_h, \mu^2)$ son las funciones de densidad partónica (PDF de sus siglas en inglés), el producto de la PDF con x_h nos indica la densidad de probabilidad de encontrar un partón h dentro del hadrón H con fracción de momento x_h y

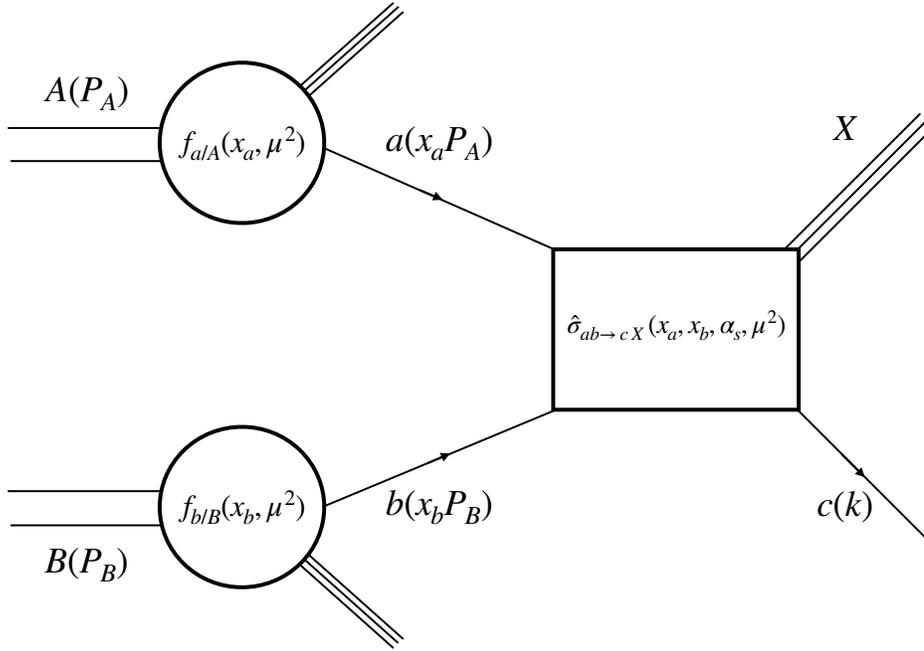


Figura 3. Descripción gráfica del modelo de partones en un proceso de dispersión duro.

escala de energía μ^2 . Debido a esto, las PDFs satisfacen que,

$$\sum_q \int dx x f_{q/H}(x, \mu^2) + \int dx x f_{g/H}(x, \mu^2) = 1, \quad (1.65)$$

donde se suma sobre todas las posibilidades de quarks dentro del hadrón. Esta fórmula quiere decir que el hadrón ha transferido todo su momento a todos sus partones. En la dispersión de la Fig. 3, se ha asumido que la probabilidad de fragmentación de producir un partón c en el estado final es uno. La escala de energía μ es un parámetro arbitrario que ayuda a distinguir entre las distancias físicas cortas y largas dentro de la QCD. Un partón emitido con un momento transversal pequeño, es decir, mucho menor que μ , es considerado parte de la estructura hadrónica y es absorbido dentro de la PDF. Un partón emitido con momento transversal grande, es decir mucho mayor que μ , se considera parte de la sección eficaz a corta distancia. La escala μ suele escogerse del orden de magnitud de Q . La sección eficaz diferencial

de producir un partón c de la interacción entre las partículas A y B es,

$$d\sigma_{AB \rightarrow cX} = \sum_{a,b} \int dx_a dx_b f_{a/A}(x_a, \mu_I) \otimes f_{b/B}(x_b, \mu_I) \otimes d\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}(x_a, x_b, \alpha_s, \mu^2), \quad (1.66)$$

donde se suma sobre todas las combinaciones de índices de color a y b de los partones dentro de ambos hadrones. En el caso del marco de referencia de Lorentz, donde el módulo cuadrado de los momentos lineales es lo suficientemente grande para despreciar la masa, la relación de los cuádrimomentos es:

$$p_a^\mu = x_a P_A, \quad (1.67)$$

$$p_b^\mu = x_b P_B, \quad (1.68)$$

esto implica que la masa invariante al cuadrado desde el marco de referencia del sistema de los partones a y b sea,

$$\hat{s} = x_a x_b s = \tau s, \quad (1.69)$$

donde $\sqrt{\hat{s}}$ es la masa invariante del marco de referencia partónico, \sqrt{s} es la masa invariante del marco de referencia de la colisión o hadrónico, y hemos definido la variable τ ,

$$\tau = x_a x_b. \quad (1.70)$$

Esta nueva variable nos permite reescribir la sección eficaz como,

$$d\sigma_{AB \rightarrow cX} = \sum_{a,b} \int_0^1 d\tau \int_\tau^1 \frac{dx_a}{x_a} f_{a/A}(x_a, \mu_I) \otimes f_{b/B}(\tau/x_a, \mu_I) \otimes d\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}(\hat{s}, \alpha_s, \mu^2). \quad (1.71)$$

Para subprocesos $2 \rightarrow 2$ en los cuáles las partículas del estado final son medibles, el momento transverso del sistema partónico es un observable en el detector. Para correcciones LO podemos obtener el momento longitudinal partónico (p_z , componente invariante de Lorentz) desde el sistema de referencia hadrónico mediante,

$$\begin{aligned}
 p_z &= p_z^a + p_z^b, \\
 &= (x_a - x_b)p_z^A, \\
 &\approx (x_a - x_b)\sqrt{s}/2, \\
 &= x\sqrt{s}/2,
 \end{aligned} \tag{1.72}$$

donde la resta se obtiene al considerar a los hadrones colisionando en sentido opuesto, y elegimos $p_z^A = p_z^B$ debido que estamos considerando que la energía del centro de masa es la misma para ambos hadrones. En la expresión anterior, hemos definido $x = x_a - x_b$ como la fracción de momento de Lorentz partónica. Las fracciones x_a y x_b pueden escribirse en función de x y τ mediante,

$$x_{a,b} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{x^2 + 4\tau} \pm x \right], \tag{1.73}$$

por tanto, la transformación Jacobiana de la sección eficaz en la Ec. (1.71) es,

$$\frac{d\sigma}{dx d\tau} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4\tau}} \frac{d\sigma}{dx_a dx_b}. \tag{1.74}$$

Finalmente, una alternativa para encontrar la fracción de momento partónica a nivel LO es utilizando la rapidity definida en la Ec. (1.55),

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E^a + E^b + p_z^a + p_z^b}{E^a + E^b - p_z^a - p_z^b} \right), \tag{1.75}$$

$$= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x_a}{x_b} \right). \tag{1.76}$$

Esta expresión da lugar a una fórmula maestra para obtener las fracciones de momento partónicas a LO, por tanto, al despejar $x_{a,b}$ obtendremos,

$$x_{a,b} = \sqrt{\tau} e^{\pm y}. \quad (1.77)$$

En el caso particular donde los hadrones A y B producen un fotón directo,

$$A(P_A) + B(P_B) \rightarrow \gamma(p_\gamma) + X,$$

se tiene que, por medio de la relación de energía de Einstein, la masa invariante del sistema partónico $\sqrt{\hat{s}}$ es igual al momento transverso del fotón debido a la nula masa del mismo. Por tanto, la Ec. (1.69) nos permite escribir τ en función del momento transverso del fotón y la energía de centro de masa mediante,

$$\sqrt{\tau} = \frac{p_T^\gamma}{\sqrt{\hat{s}}}, \quad (1.78)$$

y utilizando la pseudorapidity en lugar de la rapidity, las fracciones de momento partónica son,

$$x_{a,b} = \frac{p_T^\gamma}{\sqrt{\hat{s}}} \exp(\pm \eta^\gamma). \quad (1.79)$$

Por último, en el caso de la dispersión de un fotón directo más la emisión de un hadrón en el estado final, se tiene la relación,

$$A(P_A) + B(P_B) \rightarrow \gamma(p_\gamma) + C(P_C) + X.$$

El momento del hadrón C en el estado final es demasiado bajo en comparación con el momento del fotón, esto quiere decir que $p_\gamma \gg P_C$ y entonces la masa invariante del sistema partónico es muy próxima al momento transverso del fotón. Pero ahora las fracciones de momento

partónicas se distribuyen entre ambas partículas del estado final, esto es,

$$x_{a,b} = \frac{p_T^\gamma (\exp(\pm\eta^C) + \exp(\pm\eta^\gamma))}{\sqrt{s}} \quad (1.80)$$

Hasta ahora, solo hemos dado a conocer un modelo donde la producción de partículas en el estado final tenga probabilidad uno. El análisis completo del modelo de partones es cuando se introduce la probabilidad de producir la partícula en el estado final. Los quarks y gluones con color pueden ser considerados como libres durante una colisión hadrónica, pero subsecuentemente la fuerza debida a la carga de color creará nuevos estados confinados de quarks y gluones para formar nuevas partículas, a este proceso se le llama *fragmentación* o *hadronización*. La Fig. 4 muestra el proceso hadrónico,

$$A(P_A) + B(P_B) \rightarrow C(K_C) + X,$$

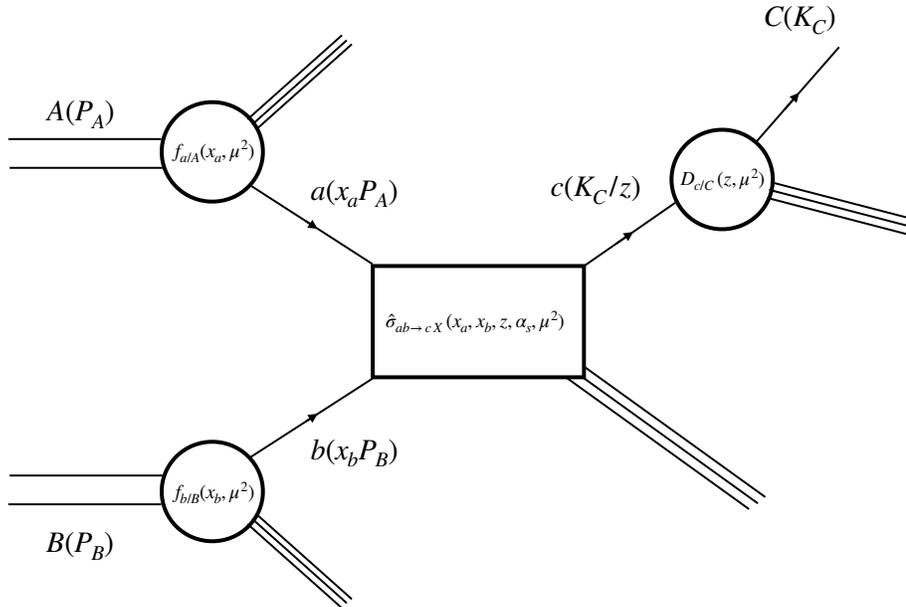


Figura 4. Descripción gráfica del modelo de partones de un proceso de dispersión hadrónica. Las funciones $f_{a/A}$ y $f_{b/B}$ representan las PDFs de la dispersión. La función $D_{c/C}$ es la función de fragmentación.

donde ahora se considera el caso de una dispersión con la condición que la partícula c se fragmente en un hadrón. En el cuál el partón c producido por la interacción de los partones a y b hadroniza en la partícula C con momento lineal K_C , donde z es la fracción de energía partónica del partón c transferida a al hadrón observado en el estado final, al nivel mas bajo de la pQCD se obtiene como una fracción de energía,

$$z = \frac{E_C}{E_c}. \quad (1.81)$$

Ahora la probabilidad de producir el estado final ya no es uno. La probabilidad de encontrar un partón c confinado en el hadrón C en el rango $z + dz$ y escala de energía μ^2 es definida como $D_{c/C}(z, \mu^2)dz$, donde la función $D_{c/C}$ es llamada función de fragmentación (FF). En términos de la sección eficaz diferencial, el teorema de la Factorización ahora es,

$$\begin{aligned} d\sigma_{AB \rightarrow cX} &= \sum_{a,b} \int dx_a dx_b f_{a/A}(x_a, \mu_I) \otimes f_{b/B}(x_b, \mu_I) \otimes D_{c/C}(z, \mu^2) \\ &\otimes d\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}(x_a, x_b, \alpha_s, \mu^2). \end{aligned} \quad (1.82)$$

Si la energía del partón c es muy grande en comparación de las masas y los momentos transversos participantes, z es plausiblemente la única variable significativa. Por lo general, es más suele obtenerse la fracción z en función de los momentos longitudinales (a lo largo del eje de colisión),

$$z = \frac{p_L^C}{p_L^c}, \quad (1.83)$$

o bien, en función de las variables del cono de luz,

$$z = \frac{E^C + p_L^C}{E^c + p_L^c}. \quad (1.84)$$

Finalmente consideremos de nuevo el caso de la producción de un fotón directo y un hadrón

en el estado final,

$$A(P_A) + B(P_B) \rightarrow \gamma(K_\gamma) + C(P_C).$$

En la Fig. 5 ilustramos el proceso de dispersión de producir un fotón directo de la colisión

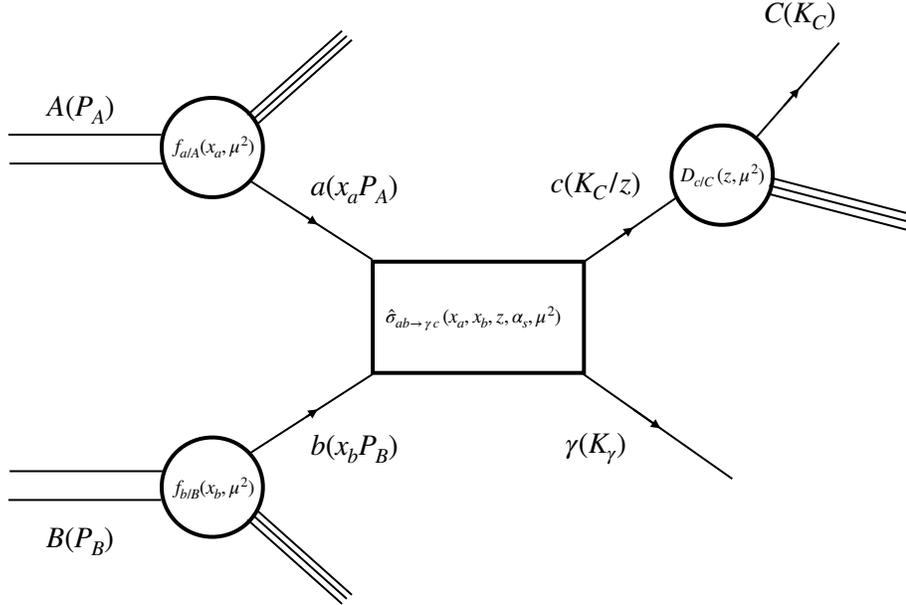


Figura 5. Diagrama de la producción de un fotón directo γ más un hadrón C en un proceso de dispersión hadrónica.

entre las partículas A y B produciendo un hadrón C en el estado final más un fotón. Ahora hemos considerado que la probabilidad de producir un fotón duro es uno, de esta manera nos aseguramos que observamos un fotón producido por las interacciones de los partones originales. A nivel Born, la energía en el vértice de la interacción es,

$$E_v = E_\gamma + E_c. \quad (1.85)$$

En el estado final, la partícula C es producida en fragmentación *back-to-back*² con el fotón directo, lo que da lugar a que la energía que produce la partícula C sea la suma de las energías

²Se utiliza el término back-to-back para definir que las partículas se encuentran con una separación angular de π radianes.

del fotón más el partón c . Debido a que el momento del partón c no es detectable y los fotones producidos en este punto de la interacción son muy energéticos, la fracción z se puede determinar como una fracción del momento transferido,

$$z = \frac{p_T^\pi}{p_T^\gamma}. \quad (1.86)$$

Las variables descritas por las Ecs. (1.86) y (1.80) son las que usaremos en el análisis que se presenta en esta tesis.

Capítulo 2

Métodos computacionales

La fenomenología en la física de partículas nos ha ayudado a contrastar la teoría con los datos experimentales a altas energías. Por nuestra parte, enfocamos la fenomenología en implementar una simulación Monte Carlo para el estudio físico de la producción de un fotón directo y un hadrón aplicando funciones de distribución de partones, las cuales se encuentran disponibles a través de la interface LHAPDF [18]. Hasta ahora en esta tesis, hemos descrito matemáticamente la forma de calcular los observables físicos; utilizando métodos de la teoría cuántica de campos y los métodos perturbativos. Sin embargo, los resultados de nuestro trabajo radica en analizar numéricamente los observables físicos descritos en el Cap. 4. En este capítulo realizamos una descripción de los métodos computaciones que permiten llevar a cabo la simulación del proceso $pp \rightarrow \gamma + h$, así como los modelos de regresión y técnicas de Machine Learning (Aprendizaje Automatizado en español) para la predicción de la cinemática interna de los hadrones en colisión.

2.1. Simulación Monte Carlo

El método de simulación Monte Carlo [19] es una técnica computacional esencial para la estimación aproximada de cantidades numéricas. Éste método es aplicable a cualquier proceso estocástico o determinista y en virtud del teorema del límite central tiene un error

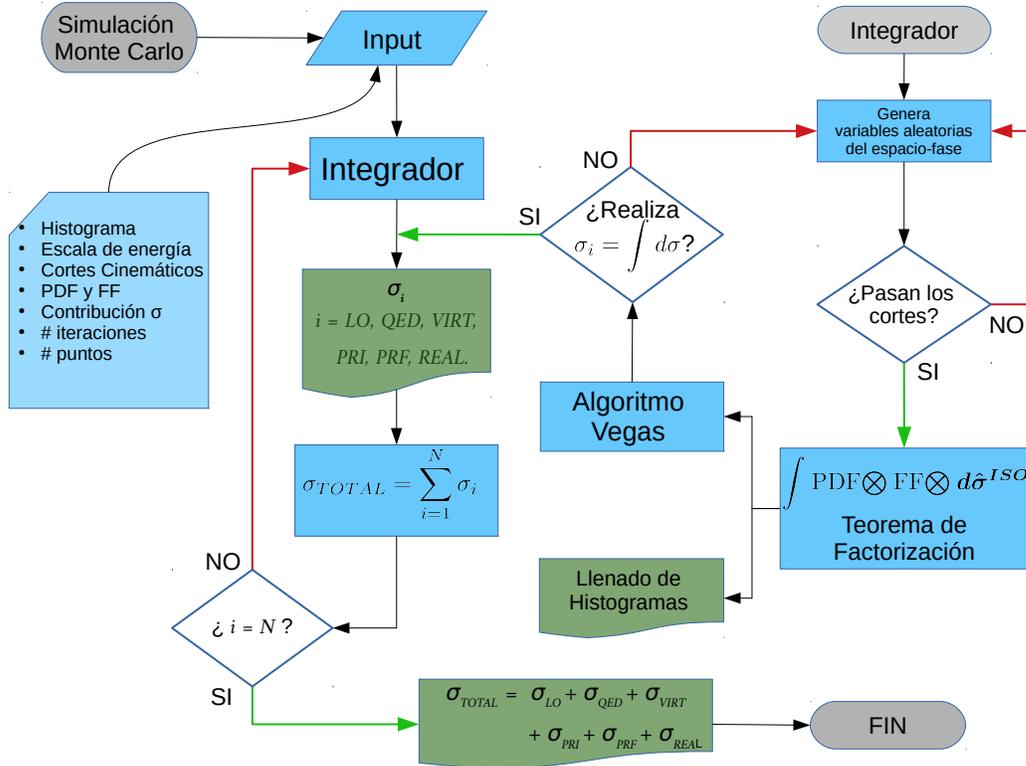


Figura 1. Diagrama de flujo del algoritmo Monte Carlo utilizado para el cálculo de la sección eficaz del proceso $pp \rightarrow h + \gamma$.

absoluto de estimación que tiende a disminuir a proporción de $1/\sqrt{N}$, donde N es el número de eventos aleatorios aceptados por el método [20]. Para fines de nuestro estudio, adaptamos la simulación Monte Carlo utilizada en la Ref. [21], cuyo programa fue desarrollado por los autores de dicha publicación en el lenguaje de programación Fortran 95. En la Fig. 1 se ilustra un diagrama de flujo del programa que fue utilizado para realizar el cálculo de la sección eficaz, con este diagrama, podemos visualizar de manera general los pasos a seguir para realizar la simulación Monte Carlo del proceso. En el cálculo de la sección eficaz con precisión NLO QCD + LO QED, deben de sumarse las contribuciones LO QCD, LO QED y NLO QCD, pero numéricamente en el MC, nosotros hemos programado la contribución NLO QCD como la suma de las contribuciones *virtuales*, *reales*, los *contratérminos iniciales* y los *contratérminos finales*. Por lo tanto la sección eficaz puede escribir en función de sus

correcciones de QCD y QED de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} d\sigma_{TOTAL}^{H_1 H_2 \rightarrow h\gamma} &= d\sigma_{LO} + d\sigma_{QED} + d\sigma_{NLO} \\ &= d\sigma_{LO} + d\sigma_{QED} + d\sigma_{VIRT} + d\sigma_{PRI} + d\sigma_{PRF} + d\sigma_{REAL}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde σ_{LO} y σ_{QED} son las contribuciones LO QCD y LO QED respectivamente, dadas por un proceso a nivel Born. La contribución $d\sigma_{NLO}$ representa la corrección NLO QCD que involucra tanto singularidades ultravioleta (UV) como infrarojas (IR) que son identificadas y eliminadas a través del método de Regularización Dimensional (DREG por sus siglas en inglés) [22–25]. Esta contribución la hemos dividido en cuatro contribuciones: virtual ($d\sigma_{VIRT}$), real ($d\sigma_{REAL}$), contratérminos iniciales ($d\sigma_{PRI}$) y contratérminos finales ($d\sigma_{PRF}$). Específicamente la corrección virtual es calculada a partir de la amplitud a 1-lazo de QCD para el proceso $0 \rightarrow q\bar{q}g\gamma$, removiendo los polos UV a través de la renormalización en el esquema $\overline{\text{MS}}$. Para cancelar las singularidades IR, se realiza el formalismo de substracción [26–30], dividiendo el espacio-fase real en regiones que contienen únicamente un tipo de singularidad IR. Al combinar las correcciones real y virtual, algunas de las divergencias IR asociadas a la radiación de estado final (FSR, por sus siglas en inglés) se cancelan en virtud del teorema KLN [31, 32]. La cancelación total de las divergencias se logra al agregar los contratérminos a fin de eliminar las contribuciones divergentes restantes del estado inicial y final absorbidas en las PDF y FF respectivamente.

Una vez que se ha calculado un término de la Ec. (2.1), este se suma con los términos ya calculados hasta encontrar el último sumando. En el caso que se requiera calcular únicamente la corrección LO QCD, el método trunca a la ecuación a la forma,

$$d\sigma_{TOTAL}^{H_1 H_2 \rightarrow h\gamma} = d\sigma_{LO}, \quad (2.2)$$

mientras que, si se desea realizar la estimación NLO sin los efectos que QED produce, el

método trunca a la Ec. (2.1) únicamente a la parte de LO y NLO de QCD,

$$d\sigma_{TOTAL}^{H_1 H_2 \rightarrow h \gamma} = d\sigma_{LO} + d\sigma_{NLO}. \quad (2.3)$$

La integración de las diferentes contribuciones a la sección eficaz se realiza por medio del algoritmo **VEGAS**, el cual explicaremos a detalle su funcionamiento en la Sec. 2.2. Esta integración consiste en generar variables aleatorias sobre el espacio-fase de la sección eficaz, de tal manera que dichas variables pertenezcan al rango establecido por los cortes cinemáticos que el detector imponga. Es decir, evalúa el integrando sobre el espacio-face generado aleatoriamente. Esto genera la sección eficaz diferencial y se estima por medio del teorema de Factorización de la Ec. (1.82). Una vez computado el integrando, es introducido al algoritmo **VEGAS**. El proceso se repite el número de veces de puntos generados multiplicado por el número de iteraciones. En el caso de la sección eficaz total, la propagación del error es estimada por la desviación estándar dentro del algoritmo **VEGAS**. No obstante, las bandas de error generadas en la distribución de la sección eficaz diferencial son estimados por medio de la desviación cuadrática σ_X de una variable aleatoria X ,

$$\sigma_X = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (2.4)$$

donde $\text{Var}(X)$ representa la varianza cuadrática de una cantidad aleatoria X dada por,

$$\text{Var}(X) = \frac{\sum_{i=1}^k p(x_i)(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^k p(x_i)}, \quad (2.5)$$

donde k es el número de datos por intervalo, x_i son los datos generados en el intervalo, \bar{x} es la media aritmética de los datos $\{x_i\}$ y $p(x_i)$ es el peso correspondiente al dato x_i generado por el algoritmo **VEGAS**.

2.2. Algoritmo Vegas

En la física de las partículas elementales, nos encontramos con limitaciones tecnológicas para realizar la evaluación de integrales n -dimensionales. La solución de este tipo de integrales es crucial para mejorar la precisión en las predicciones teóricas dentro de la teoría en la pQCD. En la práctica, los métodos de simulación emplean cálculos numéricos de integración, donde desafortunadamente, la complejidad del integrando implica periodos de tiempo largos, lo que ha motivado a la comunidad a implementar nuevos métodos para su solución. En nuestro caso, este problema es abordado por medio del algoritmo de integración VEGAS [33, 34], el cual es un método interactivo que realiza una integración Monte Carlo. Este se distingue por su capacidad de adaptación a cualquier función multivariada. En esta sección explicamos el método de integración VEGAS usado para calcular la sección-eficaz de dispersión.

Considerando una función multivariada $f(x) = f(x_1, \dots, x_n)$, definida sobre un volumen Ω de n variables. La integración Monte Carlo consiste en generar N variables aleatorias de x para realizar la integración de la función $f(x)$,

$$I = \int_{\Omega} d^n x f(x). \quad (2.6)$$

En el límite cuando N tiende a un número muy grande (i.e. $N \rightarrow \infty$), la Ec. (2.6) puede reescribirse de manera discreta [35],

$$I^{(1)} = \frac{1}{N} \sum_x \frac{f(x)}{p(x)}, \quad (2.7)$$

donde $p(x)$ es una distribución de probabilidad normalizada,

$$\int_{\Omega} dx p(x) = 1. \quad (2.8)$$

La forma que se elige para la distribución de probabilidad depende del escenario en que se

realice la integración¹. Se espera que el resultado de $I^{(1)}$ fluctúe alrededor del valor esperado de I , por tanto, la varianza de estimar el valor de I es [37],

$$\sigma_I^2 = \frac{1}{N} \left(\int_{\Omega} dx \frac{f(x)^2}{p(x)} - \left[\int_{\Omega} dx f(x) \right]^2 \right). \quad (2.9)$$

De manera análoga a la Ec. (2.7), en el límite donde $N \rightarrow \infty$, la varianza se aproxima a,

$$\sigma^2 = \frac{I^{(1)} - I^{(2)}}{N - 1}, \quad (2.10)$$

donde,

$$I^{(2)} = \frac{1}{N} \sum_x \left(\frac{f(x)}{p(x)} \right)^2. \quad (2.11)$$

La raíz cuadrada de σ^2 indica la precisión con la que se calcula $I^{(1)}$. La distribución de probabilidad $p(x)$ se elige con la condición de que minimice la varianza, pero que al mismo tiempo, el término

$$\int_{\Omega} dx \frac{f^2(x)}{p(x)},$$

sea convergente. El algoritmo VEGAS emplea un método de integración iterativa, usando la información de cada evento para construir una distribución de probabilidad nueva tras cada iteración. Esto permite reducir la varianza en integraciones posteriores. La distribución $p(x)$ es igual a una función escalón con valores fluctuantes en las primeras iteraciones, pero a medida éstas aumenten, los escalones empiezan a estabilizarse. Siendo más precisos, el algoritmo de integración VEGAS se resume en los siguientes cuatro puntos:

1. Para una integral I y una función $f(x)$ definida como en la Ec. (2.6), se divide el volumen de integración n -dimensional en M^n hipercubos (donde M es un número entero que designa el número de celdas por dimensión) idénticos, utilizando una cuadrícula

¹En escenarios donde se tiene un conocimiento detallado del integrando, es común que se elija una densidad de probabilidad $p(x) = \frac{|f(x)|}{\int_{\Omega} dx |f(x)|}$ [36]. Esta forma funcional minimiza la varianza σ^2 .

rectangular.

2. En cada hipercubo, se realiza una integración Monte Carlo de dos puntos, generando una contribución por hipercubo a la integral y varianza. De esta manera, el número total de iteraciones N es,

$$N = 2M^n. \quad (2.12)$$

3. Las variaciones del integrando en cada hipercubo, define la región donde se colocarán más hipercubos. Es importante mencionar, que el número total de hipercubos se mantiene constante, siendo la anchura de ellos lo que varía tras cada iteración. Además, el algoritmo elegirá una zona más densa de hipercubos en las regiones donde el integrando sea más grande.
4. A lo largo de varias iteraciones, los hipercubos se pueden concentrar gradualmente donde la varianza era inicialmente mayor, obteniendo una reducción de la misma.

La metodología anterior, es la misma para cualquier variable aleatoria n -dimensional, haciendo que el algoritmo se adapte a cualquier integrando. Siendo esto último la razón más importantes de su uso para el cálculo de secciones eficaces en la teoría de QCD perturbativa. Desafortunadamente, la limitación mas relevante del algoritmo, radica en la dependencia entre el número de hipercubos y las dimensiones en la Ec. (2.12). Por lo tanto, cuando n crece, el número de iteraciones debe aumentar para lograr la convergencia de $p(x)$.

Ahora explicaremos la metodología en el algoritmo **VEGAS** para construir la distribución de probabilidad, obtener la integral total y su error de estimación. Primero consideraremos el caso de una integral con dimensión $n = 1$, y posteriormente generalizamos el método para cualquier valor de n mayor a 1. Definimos la función $f(x)$ de la Ec. (2.6) para $n = 1$, y realizamos M particiones de x , por la Ec. (2.12) el número de particiones es,

$$M = N/2, \quad (2.13)$$

donde N es el número total de iteraciones. La probabilidad de generar un número aleatorio en una de las particiones es constante e igual a $1/M$, por lo tanto, la probabilidad de encontrar un valor aleatorio de x en el intervalo Δx_j (para $j = 1, \dots, M$) es,

$$p(x) = \frac{1}{M\Delta x_j}; x_j - \Delta x_j \leq x < x_j \quad (2.14)$$

donde Δx_j denota la anchura del hipercubo sobre la variable x y cumple que,

$$\sum_{j=1}^M \Delta x_j = 1. \quad (2.15)$$

La distribución de probabilidad de la Ec. (2.14) varía tras cada iteración, aunque específicamente el valor que es modificado en cada una de las iteraciones es Δx_j . En las Refs. [33, 34] se explica a detalle el método a seguir para construir la anchura del hipercubo tras cada iteración. Por otro lado, definimos la integral I_i , donde $i = 1, \dots, N$, por cada iteración, igual a la integral definida en la Ec. (2.7),

$$I_i = I^{(1)}, \quad (2.16)$$

por consiguiente, el error de estimación de I_i es igual a la raíz cuadrada en la Ec. (2.10),

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2}. \quad (2.17)$$

Por otro lado, la integral total es igual a la suma de todas las I_i , ponderada con la varianza total respecto a la varianza por iteración, explícitamente esto es,

$$\begin{aligned} \bar{I} &= \sum_{i=1}^N I_i \left(\frac{\sigma_{\bar{I}}^2}{\sigma_i^2} \right) \\ &= \sigma_{\bar{I}}^2 \sum_{i=1}^N \frac{I_i}{\sigma_i^2}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

donde $\sigma_{\bar{I}}$ es el error de estimación de la integral total \bar{I} ,

$$\sigma_{\bar{I}} = \left[\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \right]^{-1/2}. \quad (2.19)$$

Aunque, estas últimas dos relaciones son buenas estimadoras, no son de utilidad para el algoritmo VEGAS, esto debido a la inestabilidad de $p(x)$ al inicio de la simulación. Para solucionar el problema de sobre estimación de I_i antes de que el algoritmo se haya adaptado, se sustituyen las Ecs. (2.18) y (2.19) por,

$$\bar{I} = \frac{\sum_{i=1}^N I_i (I_i^2 / \sigma_i^2)}{\sum_{i=1}^N (I_i^2 / \sigma_i^2)}, \quad (2.20)$$

y

$$\sigma_{\bar{I}} = \bar{I} \left[\sum_{i=1}^N \frac{I_i^2}{\sigma_i^2} \right]^{-1/2}. \quad (2.21)$$

De esta manera, el procedimiento descrito anteriormente se generaliza para una variable x de n dimensiones. Así, para una integral de la forma,

$$I = \int d^n x f(x_1, \dots, x_n), \quad (2.22)$$

se tiene que la distribución de probabilidad es,

$$p(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{N^n \Delta x_1 \dots \Delta x_n}, \quad (2.23)$$

donde la integral total y su error de cálculo están determinados por las las Ecs. (2.20) y (2.21) respectivamente.

2.3. Machine Learning

El objetivo de este trabajo es determinar la cinemática o las fracciones de momento hadrónicas del proceso $pp \rightarrow \gamma + h$. Para la corrección LO esto está totalmente determinado por la conservación del momento y la energía, y por tanto el caso LO servirá de control. El verdadero problema aparece a NLO, donde las emisiones reales impiden una determinación directa de fórmulas analíticas cerradas: esto es lo que intentaremos aproximar utilizando técnicas de predicción con ML ².

En el ML supervisado, tenemos un conjunto inicial de datos llamado *conjunto de entrenamiento* y queremos asignarlo a otro conjunto conocido, el *objetivo*. Cada entrada del conjunto de entrenamiento es un vector de dimensión d , siendo d el número de variables (*característica*) de las que depende el objetivo. También suponemos que existe una función subyacente, la llamada función *objetivo*, que los conecta; la tarea de un algoritmo de ML es encontrar una buena estimación de esta función. Este estimador, a su vez, depende de un conjunto de parámetros que se determinan minimizando una función (*función de pérdida*) que mide cierta distancia entre la predicción del estimador y los objetivos reales. Como último paso, se toma otro conjunto de datos con las etiquetas correspondientes (*conjunto test*) y se compara el rendimiento del estimador con él. Para evitar que el estimador funcione bien para el conjunto de datos de entrenamiento pero mal para el conjunto de prueba (*sobre-ajuste*), la función de coste incluye también algunos parámetros para controlar el equilibrio entre un coste de entrenamiento bajo y un coste de prueba bajo. El número total de parámetros de regularización depende del método específico utilizado, y el valor óptimo tiene que encontrarse eligiendo el que minimice la función de coste de la prueba.

En el ML se puede utilizar cualquiera de las técnicas habituales de ajuste que se enseñan en las universidades, tales como el ajuste lineal por mínimos cuadrados, ajuste polinomial, incluso modelos más complejos como lo son la regresión Gaussiana y máquinas de soporte

²Hacer una descripción formal de los métodos ML que utilizamos está más allá del alcance de este trabajo. Además, hay mucha literatura disponible sobre el tema (véase, por ejemplo, [38]), por lo que dejaremos de lado tal discusión y mencionaremos sólo algunos conceptos básicos necesarios en el resto de la sección.

vectorial, por mencionar solo unos ejemplos. El aporte del uso de ML al utilizar estos métodos tradicionales, radica en la optimización de parámetros a través de técnicas automatizadas y las técnicas de validación del modelo para evitar el sobre-ajuste de los datos.

Uno de los métodos de predicción con mayor éxito del ML, es el uso de Redes Neuronales para la predicción de datos. Su éxito se debe a su eficiencia al aplicarse en las ingenierías, la medicina, seguridad cibernética y los múltiples rubros de la industria. Dicha eficiencia es seguida de la certeza del método para predecir su objetivo. La formulación matemática de las Redes Neuronales Artificiales (RNA), conocidas simplemente como NN (por sus siglas en inglés) en la actualidad, fue presentada hace más de 70 años [39]. Inspiradas en los sistemas biológicos reales, las RNA son un conjunto de nodos conectados, que pueden transmitir una señal de activación de un nodo a otro, emulando así el comportamiento de las neuronas.

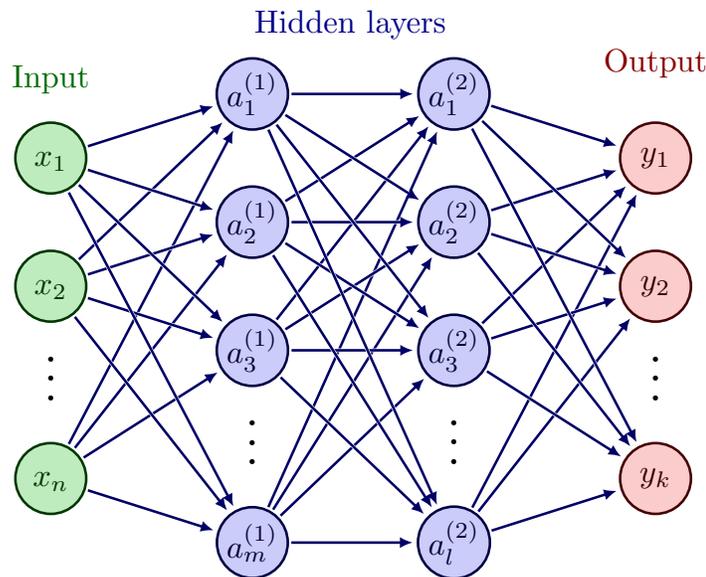


Figura 2. Representación gráfica de la arquitectura de una red neuronal genérica (o *red neuronal artificial*). Entre las capas de *entrada* (X) y de *salida* (Y), se pueden añadir neuronas adicionales, organizadas en *capas ocultas*. Las flechas representan las llamadas *funciones de activación*, que conectan las diferentes capas del sistema.

Desde el punto de vista computacional, los bloques de construcción de una NN son algoritmos (llamados *Perceptrons*) utilizados en el aprendizaje supervisado para decidir si una

entrada pertenece a una clase o no (clasificador binario). Constan de un conjunto de valores de entrada X , que serán combinados linealmente por pesos (W) y términos independientes B (*sesgos*), tras lo cual la suma será transformada por la función de activación (normalmente no lineal) f , dando una salida Y : $Y = f(z)$ con $z = X * W + B$. Cada perceptron imita a una neurona, y una combinación de ellas constituye una NN. La nomenclatura estándar etiqueta las entradas y las salidas como *capa* de entrada y de salida, respectivamente. Para aumentar las capacidades de la NN (y su complejidad) se pueden añadir más neuronas entre ellas, organizadas en *capas ocultas*. Las funciones de activación que conectan una capa con la siguiente no tienen por qué ser las mismas, ni tampoco el número de neuronas en cada capa oculta. Una representación gráfica de esta arquitectura se muestra en la Fig. 2, la cual es llamada Perceptron de múltiples capas (MLP, por sus siglas en inglés). Esta arquitectura es capaz de predecir modelos altamente no lineales gracias a su flexibilidad y al no tener restricciones en el número de capas ocultas y neuronas por capa que se pueden introducir. El aprendizaje procede en dos pasos: *i*) la NN calcula la salida a partir de las entradas (feed-forward), *ii*) calcula el coste y lo minimiza (retropropagación). Esto puede ser implementado de diferentes maneras, una de las más populares es el descenso de gradiente estocástico. Este procedimiento depende del tamaño de un parámetro llamado *tasa de aprendizaje*, que también requiere un ajuste. Para más detalles sobre la implementación de NN en `scikit-learn` y los detalles del algoritmo MLP remitimos al lector a la Ref. [40].

Capítulo 3

Cálculo de la sección eficaz del proceso

$$pp \rightarrow \gamma + h$$

3.1. Implementación de la sección eficaz del proceso

$$pp \rightarrow \gamma + h$$

Este cálculo se basa en el modelo de partones para describir las colisiones hadrón-hadrón en el régimen de alta energía descrito en el Cap. 1. En tal régimen cinemático, existen propiedades de factorización [41] que permiten aplicar la teoría de perturbacion para calcular la sección eficaz ¹. Explícitamente, la sección eficaz se describe mediante una convolución entre la PDF, la FF y la sección eficaz *partónica*. Todos los efectos no perturbativos asociados a la interacción de baja energía dentro de los hadrones se incluyen dentro de los PDF y FF, mientras que la sección eficaz partónica se puede calcular utilizando el marco perturbativo.

¹Los teoremas de factorización se han probado rigurosamente para DIS utilizando el método de expansiones de productos del operador (OPE). Sin embargo, la extensión a las colisiones hadrón-hadrón no se ha demostrado formalmente, ni la que incluye también la fragmentación en hadrones. En cualquier caso, varios estudios [42, 43] han estado explorando posibles problemas de ruptura de factorización, y han demostrado que estos problemas pueden aparecer más allá de NLO cuando están involucradas partículas cargadas de color.

Así, en el caso de la producción de hadrones y fotones, podemos empezar escribiendo que,

$$d\sigma_{H_1 H_2 \rightarrow h \gamma}^{\text{DIR}} = \sum_{a_1 a_2 a_3} \int dx_1 dx_2 dz f_{a_1}^{(H_1)}(x_1, \mu_I) \otimes f_{a_2}^{(H_2)}(x_2, \mu_I) \otimes D_{a_3}^{(h)}(z, \mu_F) \otimes d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{DIR}}, \quad (3.1)$$

con H_1 y H_2 los hadrones chocando en el estado inicial, a_i los partones involucrados en el proceso y $d\hat{\sigma}^{\text{DIR}}$ la sección eficaz diferencial partónica. La función $f_a^{(H)}(x, \mu_I)$ representa la PDF asociada a la emisión colineal de un partón de sabor a del hadrón H con fracción de impulso x en la escala de factorización inicial μ_I . De manera análoga, $D_a^{(h)}(z, \mu_F)$ representa la función de densidad de probabilidad de generar un hadrón h con fracción de impulso z del partón a , en la escala de factorización final μ_F . En cuanto a la dependencia de la escala, la sección transversal partónica incluye términos que dependen de μ_I , μ_F y también de la escala de renormalización, μ_R .

Esta fórmula supone que el fotón se genera directamente en la interacción del partón, pero podrían surgir contribuciones adicionales. Por ejemplo, las colisiones de hadrones de alta energía podrían originar piones, que eventualmente podrían descomponerse en fotones. Por lo tanto, si buscamos fotones de alta energía en el estado final, nuestras mediciones también podrían incluir contribuciones de este proceso de desintegración. Debido a la naturaleza cuántica del proceso que estamos explorando, no es posible identificar el verdadero origen de las partículas que buscamos en el detector. Así, en principio, también debemos calcular la fragmentación o componente *resuelta* de la sección eficaz, es decir,

$$d\sigma_{H_1 H_2 \rightarrow h \gamma}^{\text{RES}} = \sum_{a_1 a_2 a_3 a_4} \int dx_1 dx_2 dz dz' f_{a_1}^{(H_1)}(x_1, \mu_I) \otimes f_{a_2}^{(H_2)}(x_2, \mu_I) \otimes D_{a_3}^{(h)}(z, \mu_F) \otimes D_{a_4}^{(\gamma)}(z', \mu_F) \otimes d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 a_4}, \quad (3.2)$$

donde el partón a_4 genera un fotón después de la hadronización. Observe la presencia de la función de fragmentación de partón a fotón, $D_a^{(\gamma)}(z, \mu_F)$. Esta cantidad no está muy bien

restringida experimentalmente, debido a efectos no perturbativos y de baja energía. Además, estrictamente hablando deberíamos incluir una componente originada a partir de un proceso de hadronización no perturbativo que conduzca al estado final deseado, es decir, una generación puramente no perturbativa de un hadrón más un fotón energético. En cualquier caso, más allá del orden principal, la separación en la componente directa y resuelta o doble resuelta no es física. Sin embargo, es posible suprimir eficientemente la contribución resuelta, confiando en las llamadas prescripciones de aislamiento.

3.2. Detalles computacionales

Desde el punto de vista teórico, el cálculo se basa en el teorema de la factorización para separar la dinámica hadrónica de baja energía (es decir, la componente no perturbativa incorporada en las PDFs y FFs) de las interacciones perturbativas de las partículas fundamentales. Este enfoque es válido en el régimen de alta energía, bajo el supuesto de que la escala de energía típica del proceso es mucho mayor que $\Lambda_{\text{QCD}} \approx 300\text{MeV}$. El proceso considerado se describe mediante,

$$H_1(P_1) + H_2(P_2) \rightarrow h(P^h) + \gamma(P^\gamma) , \quad (3.3)$$

y la sección eficaz diferencial está dada por,

$$\begin{aligned} d\sigma_{H_1 H_2 \rightarrow h \gamma} &= \sum_{a_1 a_2 a_3 a_4} \int dx_1 dx_2 dz_1 dz_2 f_{H_1/a_1}(x_1, \mu_I) \otimes f_{H_2/a_2}(x_2, \mu_I) \otimes D_{a_3/h}(z_1, \mu_F) \\ &\otimes D_{a_4/\gamma}(z_2, \mu_F) \otimes d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 a_4}(x_1 P_1, x_2 P_2, P^h/z_1, P^\gamma/z_2; \mu_I, \mu_F, \mu_R) , \end{aligned} \quad (3.4)$$

donde $\{a_i\}$ denota los posibles sabores de los partones que entran en la colisión fundamental de alta energía. Así mismo, $f_{H_i/a_j}(x, \mu_I)$ es la PDF del partón en la escala de factorización del estado inicial μ_I , y $D_{a_j/h}(z, \mu_F)$ es la FF del partón a la escala de factorización del estado final μ_F . La sección transversal partónica, $d\hat{\sigma}$, depende de la cinemática de los partones así como de las escalas de factorización y renormalización (μ_R) y puede calcularse utilizando

la teoría de perturbaciones. En la Ec. (3.4) consideramos el fotón como un partón, es decir, $a_i \in q, g, \gamma$. Es decir, nos basamos en el modelo de partones extendido para incluir las correcciones mixtas QCD-QED de forma consistente [44–48]. Sin embargo, supondremos que la fragmentación de un fotón en cualquier hadrón está altamente suprimida con respecto al mismo proceso iniciado por un partón de QCD. Esto implica que despreciamos $D_{\gamma/h}$ y a_3 es siempre un partón QCD (quark o gluón). Además, como buscamos un fotón en el estado final, podemos escribir,

$$D_{a_4/\gamma}(z_2, \mu_F) = \delta_{a_4, \gamma} \delta(z_2 - 1) + (1 - \delta_{a_4, \gamma}) \tilde{D}_{a_4/\gamma}(z_2, \mu_F), \quad (3.5)$$

por lo tanto, implica que la sección eficaz puede ser calculada mediante,

$$\begin{aligned} d\sigma_{H_1 H_2 \rightarrow h \gamma} &= \sum_{a_1 a_2 a_3} \int dx_1 dx_2 dz f_{H_1/a_1}(x_1, \mu_I) \otimes f_{H_2/a_2}(x_2, \mu_I) \otimes D_{a_3/h}(z, \mu_F) \\ &\otimes d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}(x_1 P_1, x_2 P_2, P^h/z, P^\gamma; \mu_I, \mu_F, \mu_R) \\ &+ \sum_{a_1 a_2 a_3} \sum_{a_4 \in \text{QCD}} \int dx_1 dx_2 dz_1 dz_2 f_{H_1/a_1}(x_1, \mu_I) \otimes f_{H_2/a_2}(x_2, \mu_I) \otimes D_{a_3/h}(z_1, \mu_F) \\ &\otimes \tilde{D}_{a_4/\gamma}(z_2, \mu_F) d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 a_4}(x_1 P_1, x_2 P_2, P^h/z_1, P^\gamma/z_2; \mu_I, \mu_F, \mu_R), \end{aligned} \quad (3.6)$$

donde a_4 es un partón de QCD. Reescribiendo la Ec. (3.4) de esta manera, es posible identificar al menos dos mecanismos que originan fotones en el estado final². El primer término describe la producción *directa* de un fotón observado en la colisión partónica; en el segundo término se observa el fotón *resuelto* generado a partir de un proceso no perturbativo iniciado por el partón a_4 . Estas contribuciones no son distinguibles individualmente; sin embargo, la última puede suprimirse aplicando las prescripciones adecuadas. Al darse cuenta de que la componente resuelta aparece en el contexto de la hadronización, produciéndose el fotón junto con un grupo de hadrones, se puede explotar esta firma para potenciar el fotón directo: es la motivación

²Otro mecanismo está relacionado con la presencia de funciones de fractura, $M_{a_3, a_4/h, \gamma}$, que no separan completamente las interacciones no-perturbativas en el estado final. Dado que estamos interesados en el límite de alta energía de este proceso, tales contribuciones serán suprimidas por las mismas razones que apoyan la validez del teorema de factorización.

para introducir *prescripciones de aislamiento*. Seleccionando principalmente aquellos sucesos que contienen fotones aislados de la energía hadrónica, la sección transversal total puede aproximarse por,

$$d\sigma_{H_1 H_2 \rightarrow h \gamma} \approx \sum_{a_1 a_2 a_3} \int dx_1 dx_2 dz f_{H_1/a_1}(x_1, \mu_I) \otimes f_{H_2/a_2}(x_2, \mu_I) \otimes D_{a_3/h}(z, \mu_F) \otimes d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{(ISO)}(x_1 P_1, x_2 P_2, P^h/z, P^\gamma; \mu_I, \mu_F, \mu_R), \quad (3.7)$$

es decir, despreciando la componente resuelta y sumando sobre todos los partones QCD-QED. La sección transversal partónica $d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{(ISO)}$ incorpora la prescripción de aislamiento y se describe con mayor detalle en la Sec. 3.3. Ahora podemos pasar a la discusión de cómo incluir las correcciones de la QED. Las correcciones puras de QCD de orden superior (NLO) para este proceso fueron calculadas en las Refs. [21, 49]. Dado que en este caso estamos tratando con correcciones QCD-QED mixtas, tenemos que considerar los dos acoplamientos involucrados en la expansión perturbativa. Desde el punto de vista computacional, podemos aprovechar las técnicas de Abelianización para obtener directamente las contribuciones QED a partir de las QCD [46, 47, 50–52]. Dado que la escala de energía del proceso es de aproximadamente $\mathcal{O}(10 \text{ GeV})$, tenemos $\alpha_S \approx 0.12$ y $\alpha \approx 1/129$. Esto significa que $\alpha \approx \alpha_S^2$, indicando que las correcciones LO QED tienen el mismo peso que las NLO QCD. Por lo tanto, la contribución dominante viene dada por los canales partónicos $q\bar{q} \rightarrow g\gamma$ y $qg \rightarrow q\gamma$ en $\mathcal{O}(\alpha_S \alpha)$, es decir,

$$d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{ISO},(0)} = \frac{\alpha_S}{2\pi} \frac{\alpha}{2\pi} \int d\text{PS}^{2 \rightarrow 2} \frac{|\mathcal{M}^{(0)}|^2(x_1 P_1, x_2 P_2, P_3^h/z, P^\gamma)}{2\hat{s}} \mathcal{S}_2, \quad (3.8)$$

con \mathcal{S}_2 la función de medida dada por el experimento, la cual contiene la definición de los cortes de selección cinemática para los subprocesos de $2 \rightarrow 2$. De esta manera, tenemos que incluir las contribuciones $\mathcal{O}(\alpha_S^2 \alpha)$ y $\mathcal{O}(\alpha_S \alpha^2)$ asociadas a los siguientes canales partónicos,

$$q\bar{q} \rightarrow g\gamma g, \quad qg \rightarrow q\gamma g, \quad gg \rightarrow q\gamma\bar{q}, \quad q\bar{q} \rightarrow Q\gamma\bar{Q}, \quad qQ \rightarrow q\gamma Q, \quad (3.9)$$

y

$$q\gamma \rightarrow q\gamma, \quad q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma, \quad (3.10)$$

los cuales corresponden a las correcciones de QCD y QED respectivamente. Se utilizan q y Q para indicar dos sabores de quarks diferentes. De este modo, las correcciones a la sección eficaz partónica vienen dadas por [53],

$$\begin{aligned} d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{ISO},(1)} &= \frac{\alpha^2}{4\pi^2} \int d\text{PS}^{2 \rightarrow 2} \frac{|\mathcal{M}_{QED}^{(0)}|^2(x_1 P_1, x_2 P_2, P^h/z, P^\gamma)}{2\hat{s}} \mathcal{S}_2 \\ &+ \frac{\alpha_S^2}{4\pi^2} \frac{\alpha}{2\pi} \int d\text{PS}^{2 \rightarrow 2} \frac{|\mathcal{M}^{(1)}|^2(x_1 P_1, x_2 P_2, P^h/z, P^\gamma)}{2\hat{s}} \mathcal{S}_2 \\ &+ \frac{\alpha_S^2}{4\pi^2} \frac{\alpha}{2\pi} \sum_{a_r} \int d\text{PS}^{2 \rightarrow 3} \frac{|\mathcal{M}^{(0)}|^2(x_1 P_1, x_2 P_2, P^h/z, P^\gamma, k_r)}{2\hat{s}} \mathcal{S}_3, \quad (3.11) \end{aligned}$$

donde \hat{s} es la energía del centro de masa partónica y r denota el partón extra asociado a la corrección de radiación real. Además, $|\mathcal{M}^{(0)}|^2$ y $|\mathcal{M}^{(1)}|^2$ denotan los elementos de la matriz al cuadrado para las correcciones al nivel de Born y de lazo único, respectivamente. En estas expresiones, \mathcal{S}_3 representa la función que implementa los cortes experimentales y la prescripción de aislamiento para los subprocessos de $2 \rightarrow 3$.

Dado que estamos tratando con correcciones de orden superior, aparecerán singularidades en el cálculo. La singularidad QED LO viene dada por un proceso de nivel Born (finito). Sin embargo, las correcciones NLO QCD implican singularidades tanto en el ultravioleta (UV) como en el infrarrojo (IR) que deben ser regularizadas y canceladas para obtener un resultado físico. La regularización se realizó utilizando la Regularización Dimensional (DREG) [22–25]. Las correcciones virtuales se calcularon a partir de la amplitud de QCD de un lazo para el proceso $0 \rightarrow q\bar{q}g\gamma$, eliminando los polos UV mediante la renormalización en el esquema $\overline{\text{MS}}$. Para cancelar las singularidades IR, nos basamos en el formalismo de sustracción [26–30], dividiendo el espacio-fase real en regiones que contienen sólo un tipo de singularidad IR. Al combinar las correcciones reales y virtuales, algunas de las divergencias IR asociadas a la radiación de estado final (FSR) se cancelan en virtud del teorema KLN [31, 32]. Pero para

lograr una cancelación completa, se añadieron contra-términos para eliminar las contribuciones restantes del estado inicial y del estado final absorbidas en las PDFs y FFs, respectivamente. De este modo, la fórmula maestra para la sección eficaz partónica con precisión NLO QCD + LO QED viene dada simbólicamente por,

$$\begin{aligned} d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{ISO,(1),finite}} &= d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{ISO,(1),ren.}} - \frac{C_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{UV}}}{\epsilon} \times d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{ISO,(0)}} \\ &- d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{ISO,cnt,(I)}} - d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{ISO,cnt,(F)}} , \end{aligned} \quad (3.12)$$

donde $d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{ISO,cnt,(I)}}$ y $d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{ISO,cnt,(F)}}$ son los contratérminos IR del estado inicial y final, respectivamente. Aquí, $C_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{UV}}$ es el contratérmino de renormalización para el proceso partónico. $a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma$ en el esquema de $\overline{\text{MS}}^3$.

3.3. Aislamiento y contribución directa de fotones

Cuando los partones de QCD interactúan, generalmente generan estados de alta energía que se recombinan muy rápidamente para producir nuevos hadrones. Si el detector es impactado por un fotón, podríamos usar este hecho para discriminar su origen. Cuando el fotón se genera como consecuencia de una desintegración mediada por QCD, se producirán varias partículas cerca del fotón. Por otro lado, si el fotón se generó en un proceso partónico puro, se espera que deje una señal limpia en el detector. Es posible demostrar que existe una alta correlación entre la producción directa de fotones y los fotones *aislados*. Por definición, los fotones aislados son aquellos que cumplen ciertos criterios de selección, estableciendo una separación de esta partícula con cualquier hadrón o jet. Por lo general, las distancias se miden dentro del plano azimutal y pseudorapidez. Si $a = (\eta_1, \phi_1)$ y $b = (\eta_2, \phi_2)$, entonces,

$$\Delta r_{ab} = \sqrt{(\eta_1 - \eta_2)^2 + (\phi_1 - \phi_2)^2}, \quad (3.13)$$

³La fórmula explícita para para todos los ingredientes en esta expresión puede ser encontrada en las Refs. [28, 54].

representa la distancia entre estos dos puntos. Se encuentran disponibles diferentes definiciones de distancia, pero esta es especialmente adecuada para experimentos en los que las variables angulares se pueden medir de manera eficiente. También, existen varios criterios de aislamiento del fotón, como el algoritmo “cone isolation” o el “smooth isolation prescription”. La última, presentada por primera vez en la Ref. [55], posee varias ventajas teóricas. El procedimiento de selección es el siguiente,

1. Identifica cada señal fotónica en el estado final y dibuja un cono de radio r_0 a su alrededor.
2. Si no hay partones de QCD dentro del cono, el fotón está aislado.
3. Si hay partones de QCD dentro del cono, calculamos su distancia al fotón r_j , a cada uno de los partones, siguiendo la Ec. (3.13) y luego definimos la energía hadrónica transversal total para un cono de radio r como

$$E_T(r) = \sum_j E_{T_j} \theta(r - r_j), \quad (3.14)$$

donde E_{T_j} es la energía transversal del partón de QCD j -ésimo dentro del cono.

4. Defina una función suave arbitraria $\xi(r)$ que satisfaga $\xi(r) \rightarrow 0$ para $r \rightarrow 0$.
5. Si $E_T(r) < \xi(r)$ para cada $r < r_0$ (es decir, para cualquier punto dentro del cono fijo), entonces el fotón está aislado.

Este algoritmo se conoce como aislamiento de cono *suave* porque obliga a los partones QCD a tener menos energía transversal a medida que se emiten más cerca de los fotones. El cono fijo introduce un corte estático, y esto puede dar lugar a problemas desde el punto de vista teórico. El aislamiento de cono suave permite gluones suaves en cualquier región del espacio de fase, lo que lleva a una definición segura en el espectro infrarrojo (IR) de la sección eficaz, especialmente cuando se consideran correcciones de orden superior. Además, esta prescripción

elimina por completo la radiación de quarks colineales, lo que implica que la contribución de la fragmentación en la Eq. (3.2) puede ignorarse. De este modo,

$$d\sigma_{H_1 H_2 \rightarrow h \gamma} = \sum_{a_1 a_2 a_3} \int dx_1 dx_2 dz f_{a_1}^{(H_1)}(x_1, \mu_I) \otimes f_{a_2}^{(H_2)}(x_2, \mu_I) \otimes D_{a_3}^{(h)}(z, \mu_F) d\hat{\sigma}_{a_1 a_2 \rightarrow a_3 \gamma}^{\text{ISO}}, \quad (3.15)$$

representa la contribución total a la sección eficaz cuando sólo se miden fotones aislados, eliminando completamente la componente resuelta y simplificando el cálculo. Pero incluso si el aislamiento de cono suave parece ser perfectamente adecuado para cálculos teóricos, tiene varias limitaciones desde el lado experimental. Específicamente, se requiere una alta resolución angular para implementar la condición de Eq. (3.14). Por lo tanto, la mayoría de las colaboraciones experimentales todavía se basan en estrategias de cono fijo. Sin embargo, se han realizado varios estudios para comparar ambos enfoques, encontrando que las diferencias se pueden minimizar o ignorar directamente para algunos observables [56, 57].

Capítulo 4

Análisis de las PDFs y FFs en la producción de un fotón mas un hadrón

Comprender la estructura interna de las partículas no fundamentales implica lidiar con modelos complejos, cuyas soluciones no pueden obtenerse fácilmente. Hablando en términos generales, partiendo del marco aceptado para describir todas las partículas fundamentales, es decir, el Modelo Estándar (SM por sus siglas en inglés), no está claro cómo modelar sistemas que interactúan por medio de la fuerza fuerte. La escala de energía típica asociada a estos sistemas se encuentra entre el régimen de baja y alta energía. Fenomenológicamente, es posible evaluar con éxito dichos límites adecuadamente del SM y utilizar métodos aproximados para resolver las ecuaciones resultantes, aunque todavía hace falta una descripción consistente en todo el rango de energía.

Una estrategia ampliamente aplicada para describir la estructura interna de los hadrones se basa en el modelo de partones, el cual implica el estudio de densidades de distribución de partones (es decir, partículas fundamentales como quarks y gluones) dentro de los hadrones. Estas distribuciones se extraen de los experimentos, mediante el uso de métodos avanzados de modelado y ajuste [58]. Además, se incluye información de espín dentro de las funciones de densidad de distribución (PDF) de los partones polarizados .

Sin embargo, esta metodología no es suficiente para explicar el espín total del protón. Utilizando datos experimentales actualizados, resulta que los quarks sólo pueden explicar alrededor de 30% del espín total del protón. Además, como se muestra en las Refs. [59, 60], los datos extraídos de colisiones de dispersión inelástica profunda (DIS) en los experimentos, no son suficientes para restringir la forma las densidades de probabilidad de quarks y gluones polarizados. Una descripción precisa de tales distribuciones es crucial para abordar la *crisis del espín del protón*, un problema de *big data* cuya solución aún escapa a los esfuerzos de la comunidad científica.

Para seguir adelante con las posibles soluciones a la crisis de espín y obtener más información sobre la dinámica interna de los hadrones, necesitamos acceder a la cinemática a nivel del partón de la manera más limpia e imperturbable. Es un hecho bien conocido, que las colisiones de hadrones en los experimentos a alta energía producen un medio caliente y denso compuesto principalmente por partículas que interactúan fuertemente. Como consecuencia, cualquier partícula que se acople a partones de QCD sufrirá esta interacción. El principal problema es que tales estados no pueden describirse fácilmente dentro del enfoque perturbativo, lo que introduce enormes incertidumbres en el modelado teórico. Incluso si hubo descripciones muy recientes y precisas de la evolución del plasma de Quark-Gluón (QGP por sus siglas en inglés) utilizando modelos hidrodinámicos e inspirados en AdS / CFT [61, 62], su combinación consistente con el enfoque perturbativo habitual no está bien entendido. Por estas razones, una alternativa inteligente para superar estos problemas se basa en la medición de estados finales que involucren fotones duros. Estas partículas son casi transparentes a los estados de QGP, lo que permite acceder a la cinemática a nivel partónico de una manera más limpia.

4.1. Simulación numérica

El cálculo descrito en la Sec. 3.1 se implementó en un integrador Monte Carlo, basado en el desarrollado en Ref. [21]. Para el algoritmo de aislamiento, usamos la función

$$\xi(r) = \epsilon_\gamma E_T^\gamma \left(\frac{1 - \cos(r)}{1 - \cos r_0} \right)^4, \quad (4.1)$$

con los parámetros $\epsilon_\gamma = 1$, $r_0 = 0.4$ y la energía transversal del fotón E_T^γ . El promedio de la energía transversal del fotón y el hadrón se utilizó como la escala de energía típica del proceso, es decir,

$$\mu \equiv \frac{p_T^h + p_T^\gamma}{2}, \quad (4.2)$$

y establecemos por defecto $\mu_I = \mu_F = \mu_R \equiv \mu$. Nuestro objetivo principal es tener acceso a la cinemática del partón en la colisión: la presencia de una convolución adicional con las funciones de fragmentación de partón a fotón conduce a una relación más complicada entre las fracciones de impulso originales x_1 y x_2 y los observables medibles externos. Por esta razón, mantenemos fijo el algoritmo de aislamiento y nos centramos en los efectos debido a la presencia de correcciones NLO QCD y LO QED ¹ Debido al hecho de que la probabilidad de producción de hadrones pesados está muy suprimida, nos centraremos en el proceso $p + p \rightarrow \pi^+ + \gamma$, incluida la posibilidad de selección de carga para el pión. En cuanto a los cortes, nuestra configuración por defecto corresponde a las utilizadas por el detector PHENIX en el experimento de RHIC:

- La pseudorapidez del pión y el fotón está restringida a $|\eta| \leq 0.35$.
- El momento transversal del fotón se encuentra entre $5 \text{ GeV} \leq p_T^\gamma \leq 15 \text{ GeV}$.
- El momento transversal del pión debe ser mayor a 2 GeV.
- Consideramos la cobertura azimutal completa, es decir, sin restricción en $\{\phi^\pi, \phi^\gamma\}$, como

¹Los detalles explícitos sobre la comparación de diferentes algoritmos de aislamiento para observables en el límite IR se pueden encontrar en la Ref. [56].

una simplificación de los detectores reales.

El corte inferior en el momento transversal del pión se establece para reducir la contaminación de los procesos no perturbativos. Un argumento similar es válido para la limitación en el rango de energía de los fotones. Con respecto a la energía del centro de masa de las colisiones de hadrones, usamos por defecto $E_{CM} = 200 \text{ GeV}$, aunque también exploramos la región de TeV accesible por el LHC, estableciendo la energía de centro de masa $E_{CM} = 13 \text{ TeV}$.

Como ya se propuso en la Ref. [21], restringimos a $\Delta\phi = |\phi^\pi - \phi^\gamma| \geq 2$, esto se debe a que la cinemática de LO, en el marco del centro de masa partónico, sólo permite eventos consecutivos; por lo tanto, imponer esa restricción a $\Delta\phi$ es equivalente a mirar alrededor de la cinemática de Born.

Finalmente, realizamos una actualización en la PDF y en la FF disponible en la versión original del código [21]. En particular, cambiamos las implementaciones independientes de las diferentes PDF al marco LHAPDF [18]. Esto permite unificar el tratamiento de las PDF y simplificar las evaluaciones numéricas en los diferentes escenarios. Además, actualizamos en el código el conjunto de las FFs, DSS2014 [63].

4.2. Fenomenología y resultados

En primer lugar, reproducimos los resultados de la Sec. 3.1 obtenidos con la PDF MSTW2008NLO [64] y la FF DSS2007 [65], pero usando la nueva implementación de Monte Carlo dentro del marco de LHAPDF. Posteriormente, exploramos los efectos introducidos al cambiar a versiones novedosas de la PDF y la FF. En particular, consideramos tres configuraciones:

1. σ_a : NNPDF3.1 y DSS2014 (simulación actualizada predeterminada).
2. σ_b : NNPDF3.1 y DSS2007 (efectos en la hadronización).
3. σ_c : MSTW2008 y DSS2014 (efectos en las distribuciones partónicas).

utilizando siempre los conjuntos correspondientes con correcciones NLO QCD. En primer lugar, consideramos la cinemática del experimento PHENIX, centrándonos en las colisiones de pp en $E_{CM} = 200$ GeV. En las Figs. 1 y 2, graficamos la sección eficaz diferencial en función de p_T^π y p_T^γ , respectivamente. Restringimos nuestra atención a las correcciones NLO QCD para el proceso $pp \rightarrow \gamma + \pi^+$ y usamos la opción de escala predeterminada (como se explicó en la sección anterior).

Con respecto al espectro p_T^π para los tres escenarios, encontramos que son bastante similares. De hecho, la diferencia absoluta es menor que 15 % en el rango $5 \text{ GeV} \leq p_T^\pi \leq 15 \text{ GeV}$. En el gráfico de la derecha en la Fig. 1, notamos que MSTW2008 PDF tiende a mejorar ligeramente la región alta de p_T (es decir, $p_T^\pi \approx 13 \text{ GeV}$), mientras que el efecto del DSS2007 FF va en la dirección opuesta. Es decir, DSS2007 da una sección transversal más grande para bajo p_T y una más pequeña para alto p_T , alcanzando una diferencia relativa del $\mathcal{O}(10 \%)$. En cualquier caso, parece que el efecto integrado parece compensar en todo el rango de p_T^π .

Por otro lado, si miramos el espectro p_T^γ , encontramos mayores desviaciones de la configuración predeterminada. Como se muestra en el gráfico de la derecha de la Fig. 2, la sección eficaz es aproximadamente 12 % más grande cuando se usan las fragmentaciones de DSS2007, y la tendencia aumenta con el incremento transversal del fotón. Cuando cambiamos a la PDF MSTW2008, también encontramos que la sección eficaz es mayor que la configuración predeterminada, y la tendencia aumenta con p_T^γ , obteniendo un máxima de la diferencia relativa es $\mathcal{O}(7 \%)$. La comparación entre los tres escenarios de la combinación PDF-FF, muestra que hay espacio para imponer restricciones más estrictas tanto en las PDFs como en las FFs de la cinemática PHENIX. Sin embargo, dado que los nuevos colisionadores están ampliando el rango de energía disponible, estudiamos las diferencias en el espectro p_T^π en el LHC, es decir, estableciendo $E_{CM} = 13 \text{ TeV}$ manteniendo la misma resolución angular utilizada para el experimento PHENIX. Los resultados se muestran en la Fig. 3, donde restringimos la atención a σ_a y σ_c . Es decir, comparamos NNPDF3.1 (línea azul) y MSTW2008 (línea naranja), manteniendo las mismas funciones de fragmentación. Las diferencias son

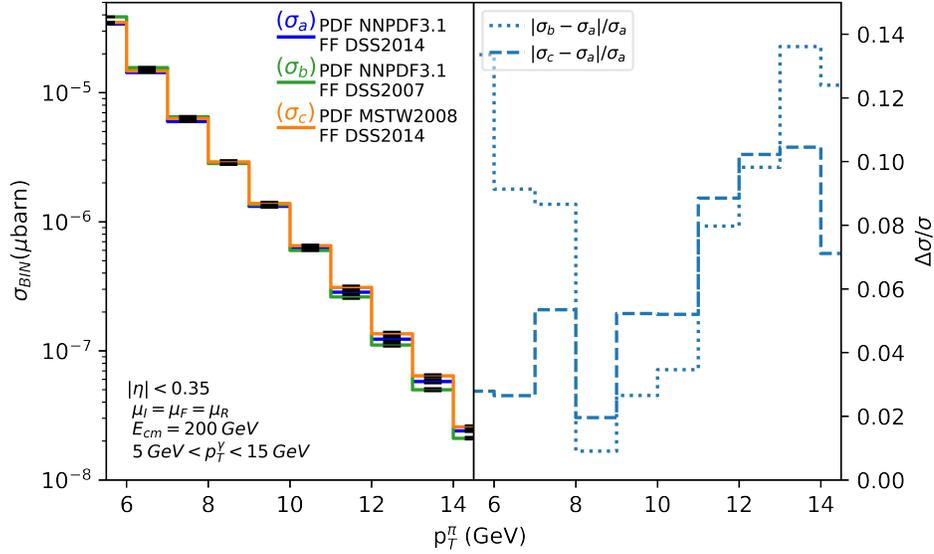


Figura 1. Correcciones a NLO en QCD para la distribución p_T^π del proceso $pp \rightarrow \gamma + \pi^+$, para cinemática de PHENIX ($E_{CM} = 200$ GeV) en tres diferentes escenarios. En el panel derecho, mostramos la diferencia relativa con respecto a la configuración predeterminada (es decir, NNPDF3.1 PDF y DSS2014 FF).

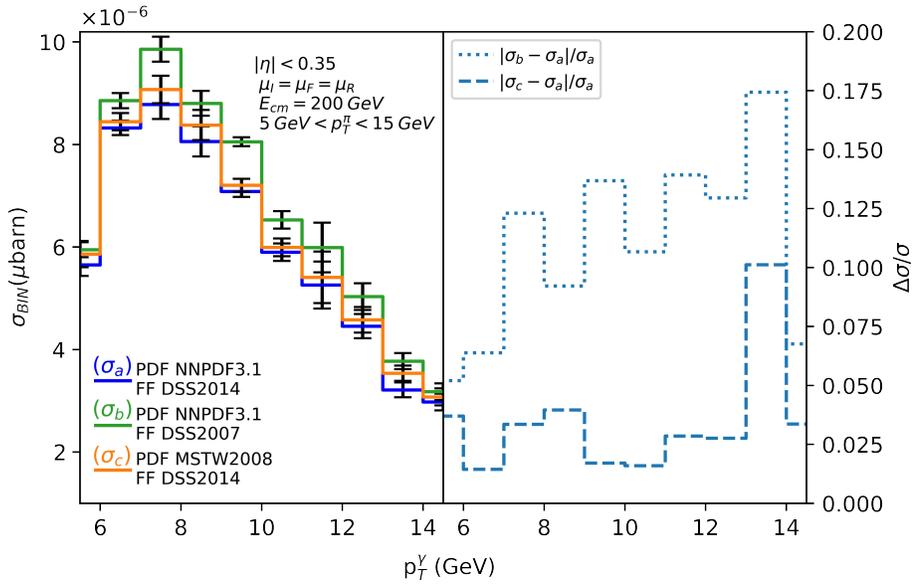


Figura 2. Correcciones a NLO en QCD para la distribución p_T^γ del proceso $pp \rightarrow \gamma + \pi^+$, para cinemática PHENIX ($E_{CM} = 200$ GeV) en tres diferentes escenarios. En el panel derecho, mostramos la diferencia relativa con respecto a la configuración predeterminada (es decir, NNPDF3.1 PDF y DSS2014 FF).

alrededor de 10 %, con una mejora de la sección transversal para $p_T^\pi \approx 13$ GeV para σ_a con respecto a σ_c . Como ya se observó en las Figs. 1 y 2, vale la pena notar que no usamos DSS2007 para las energías del LHC porque la mayoría de los eventos involucran fracciones de impulso que se encuentran fuera del rango de validez del interpolador. Finalmente, exploramos el

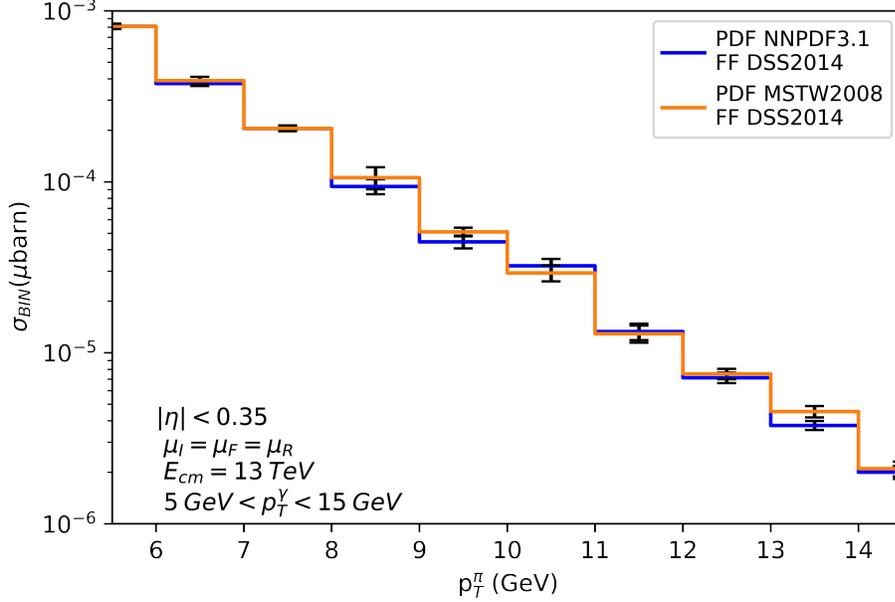


Figura 3. Correcciones a NLO en QCD a la distribución de p_T^π del proceso $pp \rightarrow \gamma + \pi^+$, para la cinemática del LHC ($E_{CM} = 13$ TeV, con restricciones angulares idénticas a las utilizadas para PHENIX) en tres escenarios diferentes.

impacto de las correcciones combinadas de NLO QCD + LO QED en el proceso $pp \rightarrow \gamma + \pi^+$. Para lidiar con la distribución de fotones, cambiamos a NNP3.11uxQEDNLO [66–68], que también incluye densidades de leptones ². En la Fig. 4, comparamos el espectro p_T^π con energía de centro de masa $E_{CM} = 200$ GeV (izquierda) y $E_{CM} = 13$ TeV (derecha), para colisiones protón-protón extrapolando los cortes típicos de PHENIX. Encontramos correcciones de $\mathcal{O}(2\%)$ para $E_{CM} = 200$ GeV, mientras que éstas aumentan a $\mathcal{O}(9\%)$ para energías del LHC. Esto se debe en parte al comportamiento de los acoplamientos de QED y QCD, que van en direcciones opuestas a medida que aumenta la energía del proceso. El peso de las correcciones

²En nuestro análisis, estamos dejando aparte de los procesos iniciados por leptones, ya que su contribución es muy baja en comparación con la de QCD. La inclusión de tales correcciones se aplaza para estudios futuros.

de QED tiende a ser ligeramente mayor en la región alta de p_T , aunque parece estar más afectada por la energía del centro de masa de la colisión.

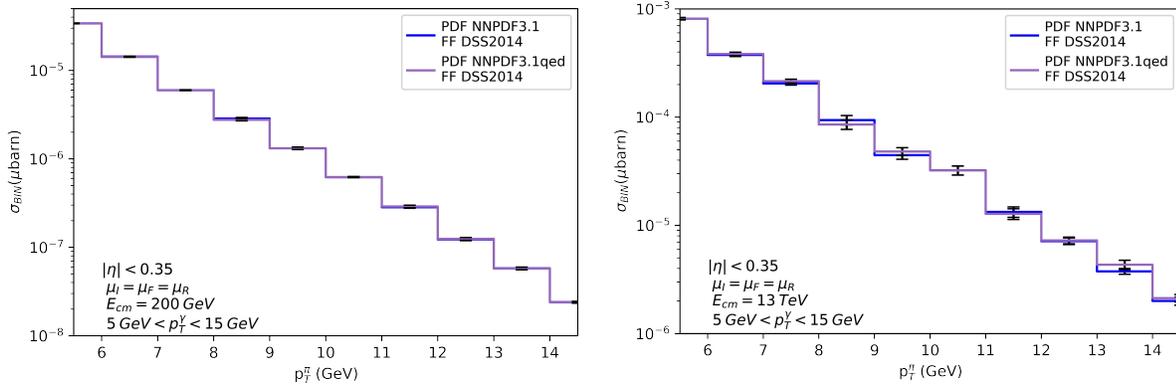


Figura 4. Comparación de la combinación de NLO QCD + LO QED (línea púrpura) frente a las correcciones a NLO en QCD puro para la distribución p_T^π de $pp \rightarrow \gamma + \pi^+$. A la izquierda, consideramos la cinemática de PHENIX ($E_{CM} = 200$ GeV), mientras que cambiamos a energías del LHC ($E_{CM} = 13$ TeV) en el panel derecho. Usamos como una notación abreviada NNPDF3.1qed para NNPDF3.1luxQEDNLO.

Capítulo 5

Reconstrucción de la cinemática partónica

5.1. Introducción

Gracias a los recientes avances tecnológicos y al incremento de la capacidad de cálculo de las nuevas computadoras, el uso de las técnicas de Machine Learning (ML) se ha convertido parte de nuestras vidas diarias. Las aplicaciones de ML abarcan campos tan diversos como el reconocimiento de imágenes y del habla, la traducción automática de idiomas, la recomendación de productos, la predicción bursátil o el diagnóstico médico, por citar algunos ejemplos. La física de altas energías no ha permanecido indiferente a las oportunidades que ofrecen estas técnicas. En los últimos años se han desarrollado varias aplicaciones, sobre todo en lo que respecta al análisis de datos. Nuevos algoritmos sobre “Jet Clustering” que utilizan una clasificación mejorada para identificar estructuras [69], reconstrucción de las variables de jets de protones en Monte Carlo (MC) [70], y reconstrucción de la cinemática [71, 72] son algunos de los usos explorados. En particular, la alta luminosidad del Gran Colisionador de Hadrones (LHC por sus siglas en inglés), el próximo Colisionador de Iones y Electrones (EIC por sus siglas en inglés), y los aceleradores que aún se encuentran en planeación, tales como, el Futuro Colisionador Circular (FCC por sus siglas en inglés), Colisionador Internacional Lineal (ILC por sus siglas en inglés) y el Colisionador Lineal Compacto (CLIC por sus siglas en inglés)

están alimentando el interés de la comunidad de ML. Desde el punto de vista teórico, se ha avanzado en el cálculo de amplitudes de dispersión de orden superior con la ayuda de algoritmos de ML [73] y, en fenomenología, la determinación de la estructura partónica de los hadrones se ha beneficiado en gran medida de la potente maquinaria de redes neuronales (por ejemplo, ver los trabajos de la colaboración NNPDF en las Refs. [58, 74–80]). Además, recientes implementaciones de algoritmos de ML en generación de eventos y simulaciones en altas energías (HEP, por sus siglas en inglés) fueron reportados en la Ref. [81].

El éxito la QCD perturbativa para describir los procesos hadronicos, reside en la factorización de los observables físicos en términos *duros* (perturbativos, dependientes del proceso) y *suaves* (no perturbativos, universales) [41]. Los primeros describen la interacción entre partículas elementales mientras que los segundos codifican toda la información relativa a la física no perturbativa, es decir, la descripción de los partones dentro de los hadrones antes de la interacción y su posterior hadronización en partículas detectadas. Para éstas, sólo se puede determinar la evolución de la escala una vez que se conocen a alguna otra escala, por lo que deben obtenerse a partir de los datos mediante ajustes globales. La descripción más sencilla de un hadrón es la de una colección de partones que se mueven en la misma dirección. La probabilidad de encontrar un parton a particular en un hadrón H que lleva una fracción x de su momento viene dada por la PDF $f_{H/a}(x, \mu)$, cuando el hadrón se explora a escala μ . Después de la interacción dura, todas las partículas con carga de color no nula salientes se hadronizarán; la probabilidad de que un partón a se fragmente en un hadrón H con una fracción z de su momento original, se describe mediante la FF $D_{a/H}(z, \mu)$. Esta imagen colineal es la mejor explorada y en este marco se han extraído varios conjuntos de PDFs y FFs utilizando técnicas de regresión estándar (por ejemplo [63, 82–85]), muestreo MC (por ejemplo, [86, 87]) y muestreo MC con redes neuronales (por ejemplo, [74]).

Para realizar un cálculo significativo, la sección eficaz dura debe ser convulcionada con las PDFs y/o FFs, sobre las correspondientes fracciones de momento de los partones. En el proceso inclusivo de dispersión inelástica profunda (DIS por sus siglas en inglés), en el que un leptón

y un partón dentro de un hadrón interactúan intercambiando momentos $Q^2 \geq 1 \text{ GeV}^2$, la medición del leptón dispersado (y/o los hadrones finales) proporciona la cinemática completa del evento. Por desgracia, en las colisiones protón-protón ($p + p$) la situación no es tan sencilla. Se debe estimar los momentos de los partones iniciales (que entran en la evaluación de las PDFs) utilizando los momentos medidos y los ángulos de dispersión de las partículas del estado final. Así que, dependiendo del proceso y de las características de los detectores puede convertirse en una tarea complicada. A pesar de su complejidad inherente, es de suma importancia en algunas situaciones. Por ejemplo, en el caso de las colisiones asimétricas protón-núcleo ($p + A$), las partículas creadas en la dirección hacia atrás (hacia el núcleo), están vinculadas a los protones iniciales del núcleo con una escala baja de x , y las de la dirección hacia delante (hacia el protón) están relacionadas con los protones del núcleo con un valor grande de x . Dependiendo de su valor exacto, se podría tener un incremento o una supresión de la PDF nuclear con respecto a la del protón libre. Conocer la región del detector asociada a la cinemática de interés para un determinado proceso es también relevante para el diseño y construcción eficiente de los detectores [88]. El mapeo adecuado de la cinemática medida en el nivel partónico es crucial para una correcta evaluación de las secciones eficaces y la interpretación de los cálculos perturbativos. Esto puede hacerse analíticamente a primer orden (LO) para procesos que implican pocas partículas, pero a medida que se consideran órdenes superiores la emisión de partículas reales hace difícil determinar completamente la cinemática y normalmente se utilizan aproximaciones fenomenológicas.

En el presente capítulo, nos proponemos utilizar el ML para determinar la relación entre los cuadrimentos medibles de las partículas finales y la cinemática a nivel de protones. En particular, nos centramos en las colisiones $p + p$ con un fotón más un hadrón en el estado final, calculadas utilizando correcciones de QCD y de QED. Este proceso ya ha sido identificado como un observable interesante en el Colisionador Relativista de Iones Pesados (RHIC por sus siglas en inglés) [21], y se realizaron estudios previos con DIPHOX [89–91] (incluyendo hasta correcciones NLO QCD). Nuestro objetivo es obtener las funciones que, dependiendo

de los cuadrimentos del fotón y del hadrón, proporcionan x_i (la fracción de momento del protón i que se lleva el protón procedente de él, $i = 1, 2$) y z , la fracción de energía del protón procedente de la interacción dura que se lleva el hadrón (en nuestro análisis un pión).

5.2. Resultados fenomenológicos

Utilizando el formalismo explicado en el capítulo 3, calculamos la sección eficaz no polarizada mediante un código MC que utiliza el algoritmo *VEGAS* para integrar. En este programa, las diferentes contribuciones a los procesos de $2 \rightarrow 2$ y $2 \rightarrow 3$ se calculan de forma independiente. Los eventos se generan aleatoriamente, utilizando una semilla diferente para cada contribución y recogemos todos los eventos compatibles con determinados cortes para definir los histogramas.

Consideramos dos escenarios experimentales diferentes. Por un lado, simulamos la cinemática del RHIC con una energía del centro de la masa de $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV y seleccionamos los cortes correspondientes al detector PHENIX, es decir,

$$|\eta^h| \leq 0.35, \quad |\eta^\gamma| \leq 0.35, \quad p_T^h \geq 2 \text{ GeV}, \quad 5 \text{ GeV} \leq p_T^\gamma \leq 15 \text{ GeV}, \quad (5.1)$$

con η la pseudorapidez y p_T el momento transversal de las partículas medido en el marco hadrónico del centro de masa (c.m). Además, requerimos $|\phi^h - \phi^\gamma| > 2$ para retener aquellos eventos donde el fotón y el hadrón son producidos casi consecutivamente. Por otro lado, simulamos la cinemática del LHC Run II con $\sqrt{S_{CM}} = 13$ TeV. En cuanto a los cortes del detector, mantuvimos las mismas restricciones para η^h y p_T^h dadas en la Ec. (5.1). Sin embargo, la intensa actividad hadrónica y el *pile-up* asociados al LHC Run II de alta luminosidad podrían contaminar la selección de fotones. Tanto ATLAS como CMS han realizado análisis específicos de la eficiencia de disparo para diferentes energías de fotones [92–94], mostrando una mejor eficiencia de disparo y reconstrucción para $E_T^h > 30$ GeV. Por esta razón, establecemos

el corte,

$$|\eta^\gamma| \leq 2.5, \quad p_T^\gamma \geq 30 \text{ GeV}, \quad (5.2)$$

cuando se simula la cinemática del LHC Run II. La extensión de η^γ con respecto a las mediciones en PHENIX es debido a la geometría del detector, incluso hay una diferencia de $1.36 < |\eta^\gamma| \leq 1.55$. Por simplicidad, ignoramos esta diferencia y suponemos que los fotones pueden ser detectados y reconstruidos de forma eficiente cuando cumplen con la Ec. (5.2).

En lo que respecta a los ingredientes no-perturbativos del cálculo, utilizamos el paquete LHAPDF [18, 95] para tener un marco unificado para la implementación de la PDF. Nos basamos en las distribuciones de partones NNPDF4.0NLO [80] y NNPDF3.1luxQEDNLO [66, 67, 96, 97] para los cálculos QCD puros y QCD-QED mixtos, respectivamente. En ambos casos, utilizamos el conjunto 0, que corresponde a un promedio sobre las diferentes réplicas. Para las funciones de fragmentación, utilizamos el conjunto DSS2014 con precisión a NLO [63, 65]. Dado que el pión es el hadrón más ligero y se produce más copiosamente, restringimos nuestra atención al caso $h = \pi^+$. Además, evolucionamos los acoplamientos QCD y QED utilizando las ecuaciones del grupo de renormalización (RGE por sus siglas en inglés) de un lazo con las condiciones iniciales $\alpha_S(m_Z) = 0.118$ y $\alpha(m_Z) = 1/128$.

Finalmente, fijamos las escalas de factorización y renormalización para que sean iguales a los momentos transversos medios del hadrón y del fotón, es decir,

$$\mu_F = \mu_I = \mu_R = \frac{p_T^\pi + p_T^\gamma}{2}. \quad (5.3)$$

Con respecto a la implementación del criterio relacionado al aislamiento suave, hemos usado la función,

$$\xi(r) = E_T^\gamma \left(\frac{1 - \cos(r)}{1 - \cos(r_0)} \right)^4, \quad (5.4)$$

donde E_T^γ es la energía transversa del fotón y $r_0 = 0.4$. Como se mencionó antes, el único requisito para $\xi(r)$ es que $\xi(r) \rightarrow 0$ para $r \rightarrow 0$, y la Ec. (5.4) cumple esta condición.

5.2.1. Distribuciones de la sección eficaz

Como estamos observando el proceso $p + p \rightarrow \pi + \gamma + X$, las variables accesibles en el marco de referencia del centro de masa del sistema son,

$$V^{\text{Exp}} = \{p_T^T, p_T^T, \eta_\pi, \eta_\gamma, \cos(\phi_\pi - \phi_\gamma)\}. \quad (5.5)$$

Notese que consideramos sólo la diferencia de los ángulos azimutales, porque el problema tiene simetría rotacional alrededor del eje de colisión. Además, resulta que $\cos(\phi_\pi - \phi_\gamma)$ es una variable utilizada a menudo por las colaboraciones experimentales [98].

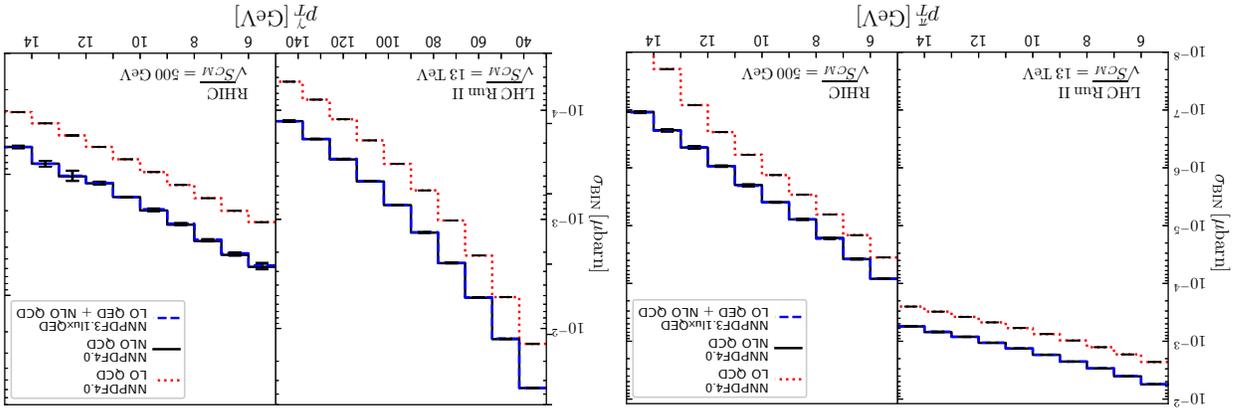


Figura 1. Sección eficaz no polarizada para la producción de un fotón más un pión en función del momento transversal del pión (izquierda) y del fotón (derecha), respectivamente. Consideramos los cortes de selección descritos en la sección anterior, para el LHC Run II y el RHIC, respectivamente.

En las Figuras 1, 2, 3, 4 y 5 presentamos la sección eficaz diferencial simple como función de las variables V^{Exp} para RHIC y LHC Run II. Nuestras predicciones se muestran para LO QCD (rojo punteado), NLO QCD (negro sólido) y LO QED + NLO QCD (azul punteado), considerando la elección de escala por defecto definida en la Ec. (5.3). En primer lugar, estudiamos el espectro de momento transversal del pión (p_T^T) y del fotón (p_T^T) en la Fig. 1. La sección eficaz aumenta para energías de c.m. más altas y el impacto de las correcciones QED también se hace más considerable. En el caso del RHIC, la distribución en p_T^T disminuye más rápidamente que el espectro de p_T^T , principalmente debido a la convolución con las FFs y los

cortes cinemáticos. De hecho, los cortes experimentales impuestos aseguran una importante contribución de eventos con cinemática cercana al nivel de Born. Al considerar el LHC Run II, apreciamos que el espectro de p_T^π cae más lentamente que para el RHIC, esto es porque los piones pueden alcanzar un mayor momento transversal. En este caso, p_T^γ se asocia al momento transversal del parton c que se fragmenta en un pión con fracción de momento z . Dado que las FFs tienden a favorecer la región con $z \leq 0.2$ [99], se puede entender la supresión observada en la Fig. 1. En cuanto al espectro p_T^γ , es importante notar que se utilizaron rangos diferentes para el LHC Run II (izquierda) y el RHIC (derecha), debido a las energías de c.m. son muy diferentes y a las capacidades mejoradas de ATLAS/CMS para una detección eficiente de fotones de alta energía.

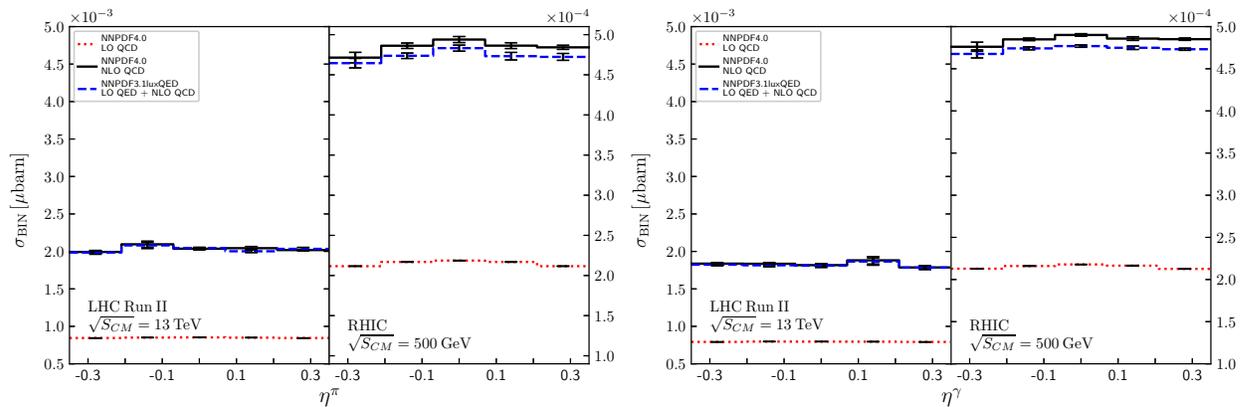


Figura 2. Igual que en la Fig. 1, pero ahora en función de la pseudorapidez del pión (izquierda) y del fotón (derecha), respectivamente.

A continuación, presentamos las distribuciones respecto a la pseudorapideces (Fig. 2) y la variable azimutal $\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma)$ (Fig. 3). En ambos casos, mostramos una comparación entre los experimentos RHIC y el LHC Run II. Aunque el rango azimutal de ATLAS/CMS es más amplio, en estos gráficos nos limitamos a la misma escala, para proporcionar una comparación más justa. Para la distribución de la pseudorapidez, observamos una corrección NLO QCD significativa, aunque los efectos LO QED añadidos son muy pequeños. En cuanto al espectro azimutal, podemos observar en la Fig. 3 un pico en la región *back-to-back* (es decir, $\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma) = -1$), con una rápida supresión para configuraciones más allá de la cinemática

de nivel Born.

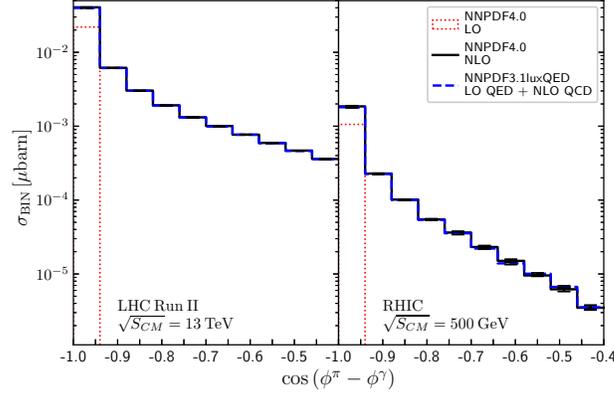


Figura 3. Dependencia de la sección eficaz diferencial en función del $\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma)$ para el LHC Run II (izquierda) y RHIC (derecha).

Además de las distribuciones con respecto a las magnitudes accesibles experimentalmente, podemos calcular la sección eficaz diferencial en función de las fracciones de momento partónico, x_1 , x_2 y z . Para las colisiones $p + p$ sólo consideramos las distribuciones en función de x_1 debido a la simetría del sistema. En lo sucesivo, x y x_1 se utilizarán indistintamente. Los gráficos correspondientes se muestran en la Fig. 4, para $x = x_1$ (izquierda) y z (derecha). En el caso del RHIC, observamos que el corte experimental $p_T^\gamma \leq 15$ GeV induce una restricción en el valor máximo de x involucrado en la colisión. De hecho, utilizando una aproximación LO, obtenemos,

$$x_{\text{Max}} \approx \frac{p_T^\gamma}{\sqrt{S_{CM}}} . \quad (5.6)$$

Para el experimento RHIC, podemos estimar $x_{\text{Max}} \approx 0.03$. Por lo tanto, utilizaremos esta información para restringir el rango de x en el análisis de correlación presentado en la siguiente sección. De esta manera, evitaremos tratar con regiones con una cantidad insignificante de eventos. En el caso del LHC Run II, tanto para ATLAS como para CMS, no hay un corte superior explícito en el momento transversal del fotón detectado. Sin embargo, a partir de la Fig. 1, apreciamos que la sección eficaz para $p_T^\gamma \geq 150$ GeV está muy suprimida con respecto a la región con $p_T^\gamma \approx \mathcal{O}(10 \text{ GeV})$. Esto impone un límite superior indirecto en la reconstrucción de $x_{\text{Max}} \approx 0.01$ para los datos del LHC Run II. Dado que este rango es más pequeño que en

el caso del RHIC, estudiaremos la reconstrucción de las fracciones de momento partónico basándonos en simulaciones para el experimento RHIC. Además, se decidió reconstruir las fracciones de momento partónico para la cinemática del RHIC ya que podemos comparar con resultados anteriores disponibles en la literatura [21].

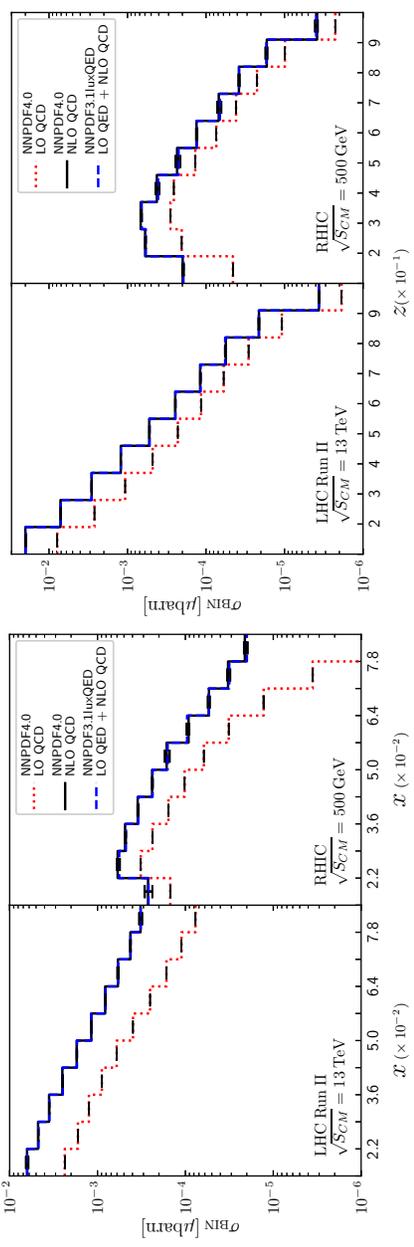


Figura 4. Sección eficaz en función de las fracciones de momento partónicas x (izquierda) y z (derecha), para RHIC y LHC Run II. Dado que estos experimentos involucran colisiones $p + p$, consideramos $x = x_1$ dada por la Ec. (3.4).

En cuanto a la dependencia en z (panel derecho de la Fig. 4), se observa que esta alcanza casi la región del punto final (es decir, $z = 1$) con una cantidad razonable de eventos. El hecho de que impongamos $p_T^\pi \geq 2$ GeV se traduce en un límite inferior para z dado por

$$z_{\text{Min}} \approx \frac{p_T^\pi}{\sqrt{S_{CM}}}, \quad (5.7)$$

que corresponde a $z_{\text{Min}} \approx 0.004$ y $z_{\text{Min}} \approx 0.0001$ para el RHIC y el LHC Run II, respectivamente. Al contrario que en el caso de la distribución x , aquí cuanto mayor es la energía del proceso, más amplio es el rango z accesible. Cabe destacar que las FFs utilizados en este trabajo no incluyen en el ajuste datos con $z \leq 0.05$ y las extrapolaciones a esa región son probablemente muy poco fiables. La distribución presenta un pico, situado en $z_{\text{Pico}} \approx 0.35$ para RHIC ($z_{\text{Pico}} \approx 0.25$ para el LHC Run II). La posición de los picos depende de la forma funcional explícita de las PDFs y las FFs.

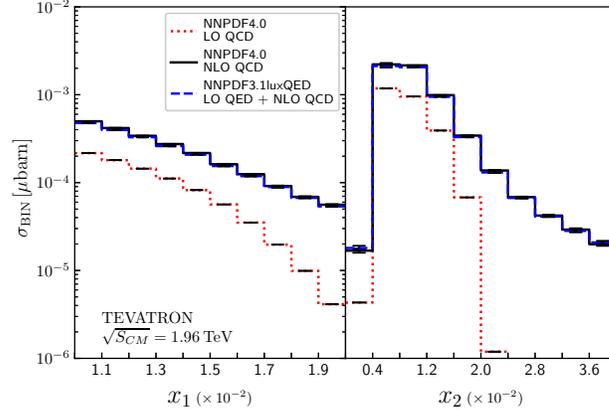


Figura 5. Sección eficaz en función de la fracción de momento partónica x_1 (izquierda) y x_2 (derecha) para Tevatron. x_1 corresponde a la fracción de momento asociada al protón, mientras que x_2 corresponde al antiprotón.

Para concluir esta sección, estudiamos el caso de colisiones $p+\bar{p}$ en el Tevatrón, con $\sqrt{S_{CM}} = 1.96$ TeV. Este proceso es de interés porque podría mostrar una dependencia diferente de las PDFs y FFs, en comparación con las colisiones $p+p$. Utilizamos los mismos cortes del detector que en el experimento PHENIX para poder comparar con RHIC. En este caso, la simetría entre x_1 y x_2 se rompe, ya que x_1 corresponde a la fracción de momento de un protón, mientras que x_2 corresponde al antiprotón. En la Fig. 5 presentamos la distribución para x_1 (izquierda) y x_2 (derecha). Podemos apreciar que la distribución en x_2 alcanza un pico alrededor de $x_2 \approx 0.01$ y luego cae más rápido que la distribución de x_1 . Sabemos por estudios anteriores que el canal partónico gg es dominante [21], y por lo tanto esperamos que las diferencias tengan lugar en los canales $q\bar{q}$ y qQ . Esto también tiene un impacto cuando se estudian las correlaciones x_1 vs x_2 , como mostraremos en la siguiente subsección.

5.2.2. Correlación con fracciones de momento partónicas

Dado que uno de los principales objetivos de este trabajo es reconstruir la cinemática partónica a partir de cantidades accesibles experimentalmente, resulta útil estudiar primero las correlaciones entre las distintas variables. Esto nos ayuda a priorizar ciertas regiones dependiendo de su forma funcional, de tal manera que captamos el comportamiento principal

al explorar los modelos lineales. En lo que sigue, restringimos la discusión a la cinemática del RHIC (con los cortes definidos en la sección anterior).

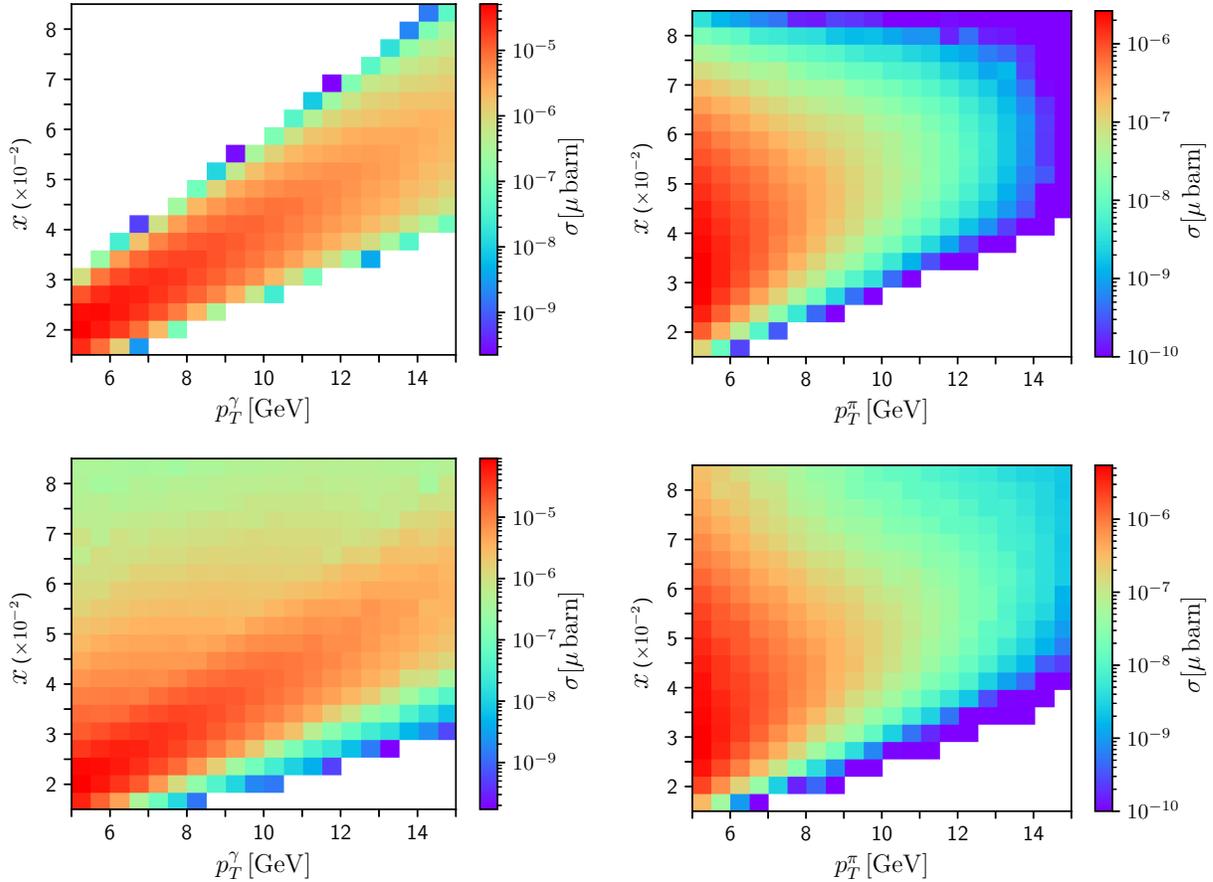


Figura 6. La fracción de momento partónico $x = x_1$ en función de p_T^γ (izquierda) y p_T^π (derecha). La escala de color muestra la sección eficaz a LO QCD (fila superior) y NLO QCD + LO QED (fila inferior). Simulamos los eventos usando la cinemática de RHIC con $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV.

Comenzamos considerando la relación entre $x = x_1$ y el momento transversal de las partículas en el estado final. En la Fig. 6, presentamos la correlación entre x_1 y p_T^γ (columna izquierda) y p_T^π (columna derecha). Cada casilla contiene la correspondiente sección eficaz integrada con precisión LO QCD (fila superior) y NLO QCD + LO QED (fila inferior). Observamos que la inclusión de correcciones de orden superior conduce a un ensanchamiento de los patrones, originado por la presencia de sucesos en bins previamente vacíos debido a un espacio de fase extendido. Este es un comportamiento general que también se manifiesta

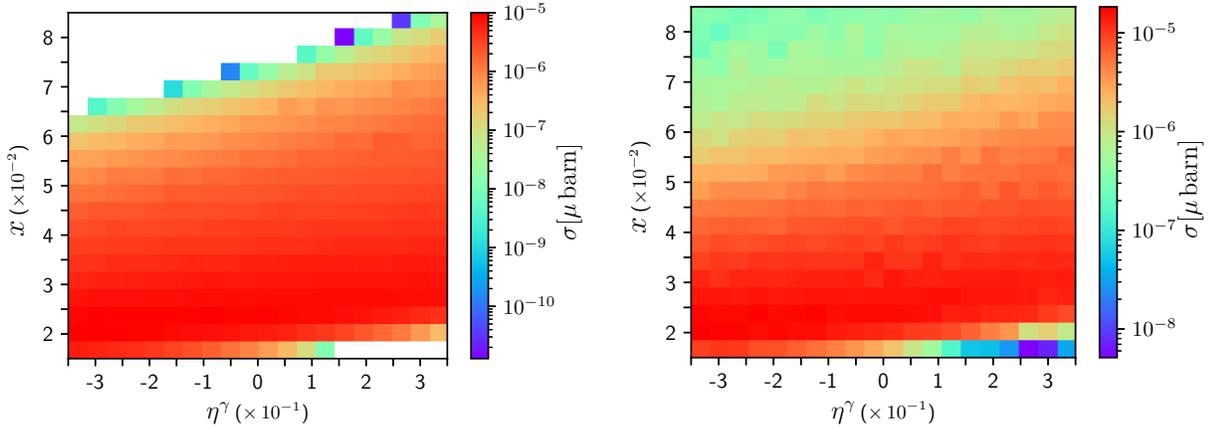


Figura 7. La fracción de momento partónica x en función de la pseudorapidez del fotón. La escala de color muestra la sección eficaz a LO QCD (izquierda) y NLO QCD + LO QED (derecha). Simulamos los eventos usando la cinemática de RHIC con $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV.

al estudiar las correlaciones de otras variables. Los sucesos con p_T^γ bajos están asociados a x_1 bajos, y existe una correlación de alguna manera lineal entre estas variables. Los sucesos con p_T^π bajos se distribuyen mayoritariamente de manera uniforme en la región de $x_1 \in [0.02, 0.06]$. Este comportamiento se espera del hecho de que el fotón se origina en el evento partónico (su energía está directamente relacionada con la energía de los partones que colisionan), mientras que el pión proviene de una hadronización (lo que implica la convolución con la FF y la consecuente propagación de las distribuciones).

A continuación analizaremos la correlación entre $x = x_1$ y la pseudorapidez de las partículas en el estado final. Es importante destacar que el análisis depende de la fracción de momento que se utilice, es decir, x_1 o x_2 , ya que la pseudorapidez introduce una asimetría en la dirección de las partículas que colisionan. Mostramos, en la Fig. 7, las gráficas de x_1 en función de η^γ a LO QCD (izquierda) y a NLO QCD + LO QED (derecha), respectivamente. Se encontraron resultados similares al considerar x_1 en función de η^π y, por tanto, no se presentan aquí. Dado que las distribuciones son bastante planas para $-0.3 \leq \eta \leq 0.3$, encontramos que la mayoría de los sucesos se distribuyen uniformemente para $x_1 \in [0.02, 0.05]$. Por último, observamos que por debajo de $x_1 \approx 0.02$, la sección eficaz cae bruscamente como consecuencia de los

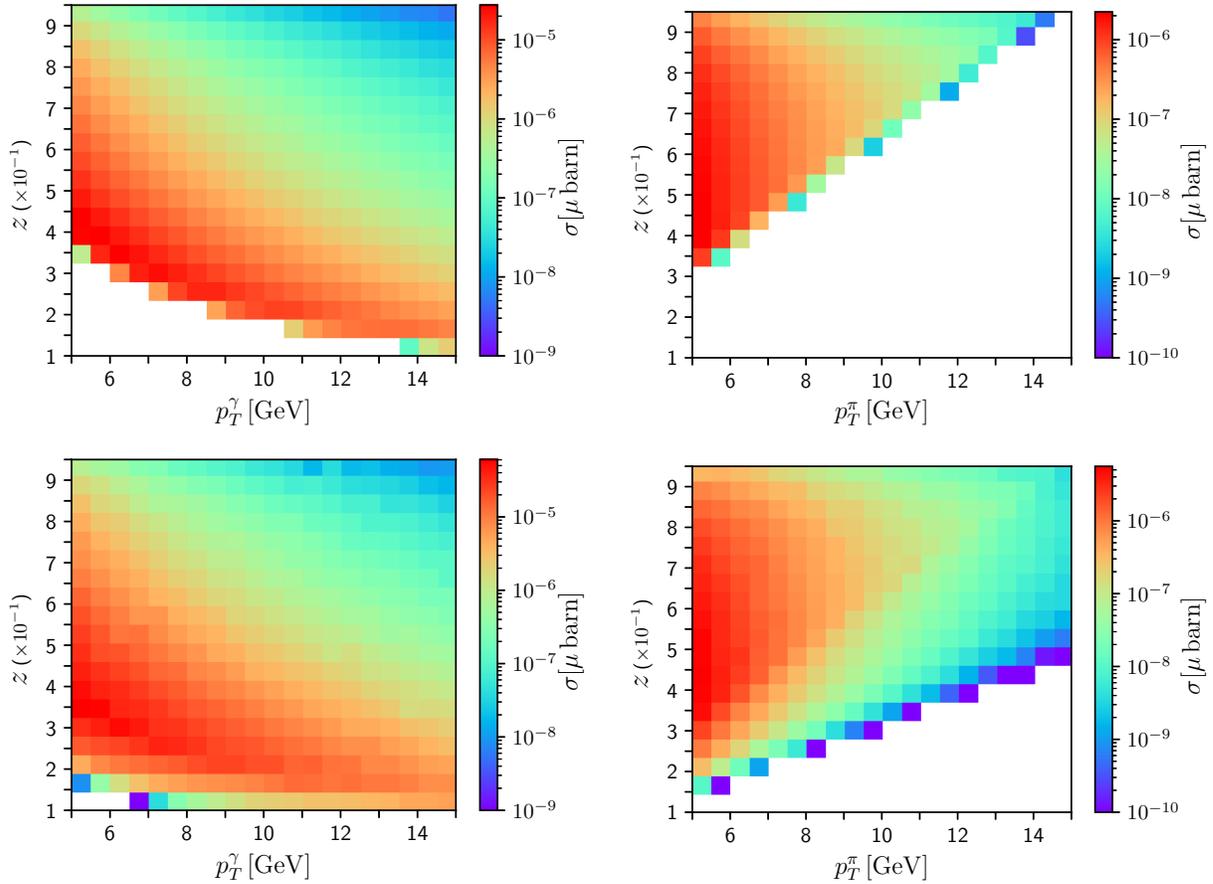


Figura 8. Fracción de momento z en función de p_T^γ (izquierda) y p_T^π (derecha). La escala de color muestra la sección eficaz a LO QCD (fila superior) y NLO QCD + LO QED (fila inferior). Simulamos los eventos usando la cinemática de RHIC con $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV.

cortes cinemáticos impuestos y por tanto, las franjas están vacías.

Los resultados análogos sobre la dependencia de z se presentan en la Fig. 8, correspondiendo la fila superior (inferior) a las contribuciones LO QCD (NLO QCD + LO QED). En la columna de la izquierda mostramos la correlación entre z y p_T^γ , y entre z y p_T^π en la columna de la derecha. La primera parece ser ligeramente negativa, es decir, los valores más pequeños de z tienden a verse favorecidos en los eventos con mayor p_T^γ , mientras que la segunda tiene una concentración de eventos en la región de p_T^π baja con $z \geq 0.4$. Además, como era de esperar, los sucesos con p_T^π altos requieren valores más altos de z ya que la cantidad de energía partónica está limitada por el corte $p_T^\gamma \leq 15$ GeV.

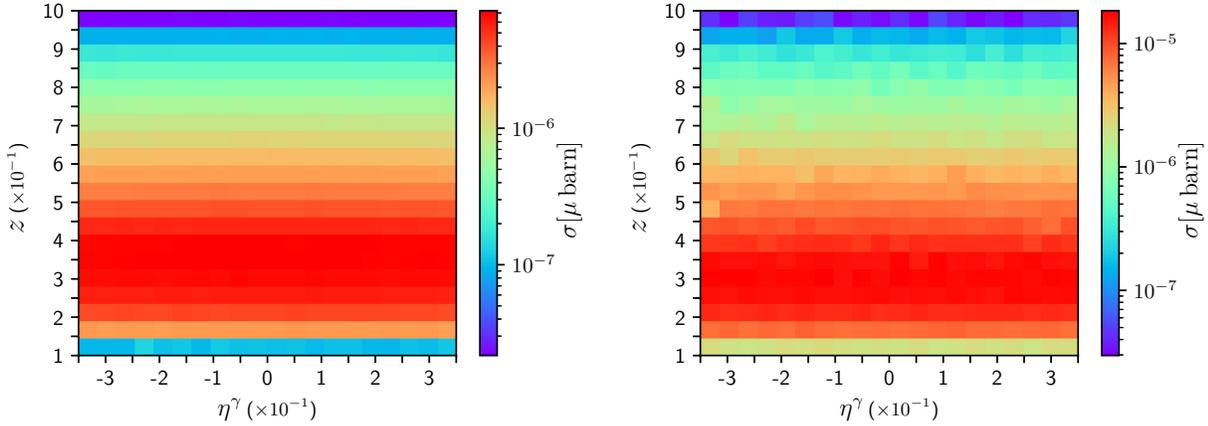


Figura 9. Fracción de momento partónico z en función de la pseudorapidez del fotón. La escala de color muestra la sección eficaz a LO QCD (izquierda) y NLO QCD + LO QED (derecha). Simulamos los eventos usando la cinemática de RHIC con $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV.

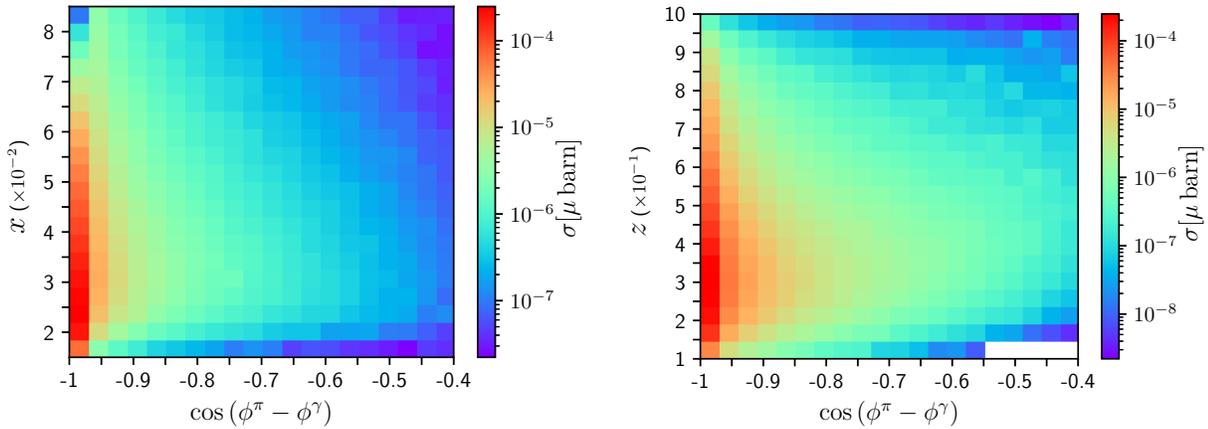


Figura 10. Fracciones de momento partónicas x_1 (izquierda) y z (derecha) en función de $\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma)$. La escala de color muestra la sección eficaz a LO QCD (izquierda) y NLO QCD + LO QED (derecha). Simulamos los eventos usando la cinemática de RHIC con $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV.

La correlación entre z y la pseudorapidez del estado final de las partículas muestra una dependencia bastante plana en η , como se representa en la Fig. 9 para el caso de η^γ (se obtuvieron gráficos similares al considerar η^π).

Estudiamos también las correlaciones con la variable azimutal $\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma)$ en la Fig. 10. Por supuesto, las contribuciones asociadas a la cinemática Born están restringidas a la primera casilla porque $\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma) = -1$ (es decir, el pión y el fotón se producen uno detrás

del otro). En los restantes bins, la sección eficaz está fuertemente suprimida, ya que sólo recibe contribuciones de la radiación real (es decir, están asociadas a órdenes superiores). Vemos que los eventos se concentran fuertemente en la región media y baja de x sin una tendencia o dependencia clara respecto a $\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma)$. Para z , la distribución se extiende por más intervalos, y hay una sutil tendencia a favorecer los sucesos con una mayor separación azimutal (valores más pequeños de $-\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma)$) y valores ligeramente inferiores de z .

Finalmente, analizamos la correlación entre x_1 y x_2 para colisiones $p + p$. En la Fig. 11, mostramos los gráficos de correlación con precisión LO QCD (izquierda) y NLO QCD + LO QED (derecha), para la cinemática RHIC. Como se esperaba, hay una región compacta que contiene eventos a LO, reflejando las restricciones cinemáticas de un proceso de $2 \rightarrow 2$. Los sucesos se concentran en la región baja de x y muestran una fuerte correlación lineal positiva entre x_1 y x_2 : esto refleja el hecho de que es más probable tener sucesos en la región *back-to-back*, de acuerdo con la Fig. 10. Al introducir correcciones de orden superior, el espacio de fase de emisión real se amplía y las distribuciones se extienden. En cualquier caso, la correlación positiva entre x_1 y x_2 se mantiene, con una fuerte concentración de eventos en la región media y baja de x . Además, cabe apreciar que las correcciones reales NLO no son suficientes para aumentar el número de sucesos con valores bastante diferentes de x_1 y x_2 .

Para concluir esta sección, comentemos la importancia del estudio de las correlaciones. Puesto que queremos reconstruir las fracciones de momento partónicas utilizando las variables accesibles en los detectores, es importante saber cuáles son las más relevantes. De la discusión anterior, esperamos que x dependa fuertemente de p_T^γ (correlación positiva) pero no de las otras variables. De forma análoga, z presenta una correlación negativa con p_T^γ , una positiva con p_T^π y una ligera dependencia de $-\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma)$. Este conocimiento se aplicará a la construcción de una base de funciones para determinar x y z en el siguiente apartado.

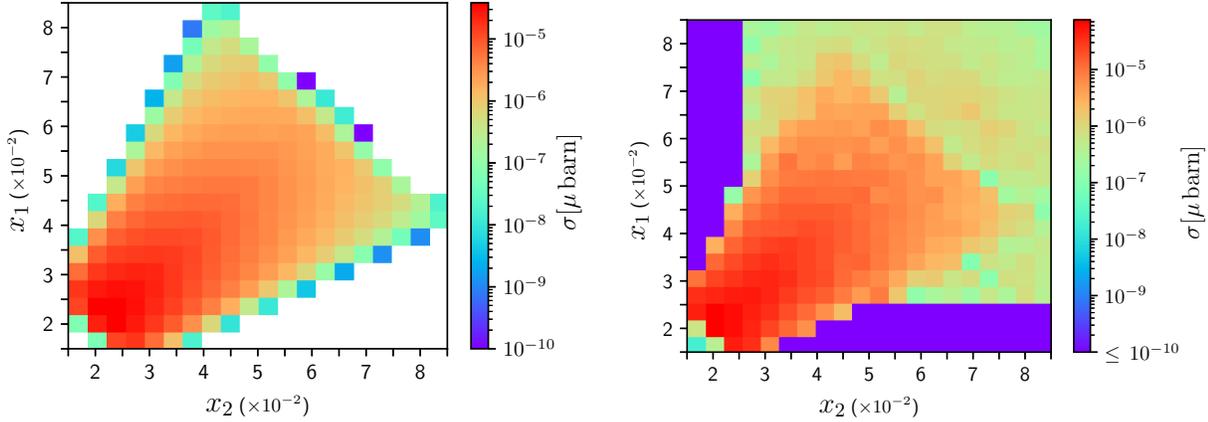


Figura 11. Correlación entre x_1 y x_2 con precisión LO QCD (izquierda) y NLO QCD + LO QED (derecha). Incluso cuando se incluyen las correcciones reales NLO, hay una fuerte supresión para aquellos sucesos con valores bastante diferentes de x_1 y x_2 . Simulamos los sucesos utilizando la cinemática del RHIC con $\sqrt{S_{CM}} = 500$ GeV.

5.3. Reconstrucción de la cinemática partónica

Para la corrección LO esto está totalmente determinado por la conservación de la energía-momento, y por tanto el caso LO servirá de control. El verdadero reto aparece a NLO, donde las emisiones reales impiden una determinación directa de fórmulas analíticas cerradas: esto es lo que intentaremos aproximar utilizando ML.

Ahora nos centramos en nuestro objetivo principal, que es determinar las variables partónicas x_1 , x_2 y z en términos de los momentos medidos de las partículas del estado final. Antes de entrar en los detalles de la metodología, mencionemos brevemente la importancia de dicha reconstrucción en las colisiones $p + p$. En las colisiones electrón-electrón ($e + e$), el estado inicial está compuesto por partículas fundamentales y, por tanto, la cinemática de las partículas que entran en el proceso partónico es bien conocida. En los procesos DIS, en los que un leptón colisiona con un nucleón, la medición de los momentos del leptón dispersado permite acceder a la cinemática de las partículas intercambiadas. La complejidad de este escenario es mayor que el caso $e + e$, pero es posible lograr una reconstrucción eficiente como se discute en la Ref [72]. Sin embargo, como ya explicamos en la Introducción, la presencia

de dos partículas compuestas colisionando hace que no sea trivial develar la cinemática de los objetos fundamentales que entran en la colisión. Restringir x_1 y x_2 a partir de las mediciones de los objetos en el estado final permite entender la dinámica partónica y realizar una comparación más precisa con los modelos teóricos. Podemos ver un claro ejemplo de esto en el caso de las colisiones protón-núcleo, cuando una de las PDFs tiene que ser sustituida por una PDF nuclear (nPDF). A medida que uno se mueve de bajo a alto x , las nPDFs exhiben un patrón de supresión-incremento con respecto a la PDF del protón (para estudios recientes de nPDF incluyendo datos del LHC y del RHIC ver por ejemplo [100]). Así, la identificación incorrecta de la cinemática subyacente puede llevar a asumir que un observable es sensible a, por ejemplo, una región de supresión cuando en realidad es el caso contrario. A su vez, esto podría llevar a una interpretación inadecuada de los datos o a una modelización teórica de los efectos nucleares del estado inicial. Además, como se ha motivado en las Refs. [21, 53], podría utilizarse para imponer restricciones más estrictas a los ajustes de las PDF. Por todo ello, nuestro objetivo es especialmente relevante en el contexto de la fenomenología de la física de partículas de alta precisión.

Para el presente análisis, exploramos tres modelos: un Modelo Lineal (LM por sus siglas en inglés), una Regresión Gaussiana (GR por sus siglas en inglés) y el algoritmo Perceptrón Multicapa (MLP por sus siglas en inglés) basado en redes neuronales. Estos modelos han sido implementados en *Python* utilizando la librería `scikit-learn`. Antes de hablar del trabajo realizado, nos gustaría llamar la atención sobre un punto importante. En el contexto de este análisis, *datos* no se refiere a *datos experimentales*, ya que este observable aún no se ha medido. Lo que el lector debe interpretar como *datos* son los resultados de las simulaciones numéricas. Dado que estamos tratando con cálculos puramente teóricos/fenomenológicos, podemos trabajar con los resultados de la simulación como se necesitaría al comparar con datos reales ¹.

¹En ese caso, necesitaríamos simular la lluvia de protones en el cálculo teórico o pedir que se desdoblén los datos experimentales.

5.3.1. Construcción del conjunto de datos

Los conjuntos de entrenamiento y de prueba se generaron con el código MC utilizado y descrito en las secciones anteriores. El conjunto de entrenamiento se tomó como un 80 % del conjunto completo, con puntos seleccionados al azar, mientras que los datos restantes componían el conjunto de prueba. Como ya se ha mencionado, se trata de forma independiente cada término del cálculo (LO, radiación real NLO, términos virtuales NLO, contra-términos NLO). Esto plantea dos dificultades al momento de generar el conjunto de entrenamiento para alimentar las funciones del ML. Por un lado, sólo los cálculos LO son finitos por sí mismos; para la sección eficaz NLO, tenemos que combinar todos los términos (reales, virtuales y contra-términos) para tener una cantidad finita significativa. Por otro lado, cada término se calcula mediante una integración MC independiente. Dado que no se generan dos puntos idénticos en los diferentes muestreos, se estropea la cancelación totalmente local de las divergencias. En su lugar, hay que dividir las distintas variables en intervalos y sumar todas las contribuciones que entran en cada uno de ellos. Si se muestrea un número suficiente de puntos, las divergencias se cancelan y obtenemos la sección eficaz finita por bins. En nuestro caso estamos interesados en un observable más diferencial, por lo que se generan un gran número de puntos para cumplir esta condición. Además, no todos los puntos muestreados pasan los cortes de selección, por ejemplo, de los 10^9 puntos muestreados $\approx 30\%$ a LO.

Para el LO podemos utilizar directamente los puntos generados, pero para el caso NLO necesitamos discretizar la sección eficaz diferencial con respecto a las variables cinemáticas externas definidas en la Ec. (5.5). Para ello, creamos una rejilla de cinco dimensiones mediante el bineado de las variables en \mathcal{V}_{Exp} . Explícitamente, definimos 10 intervalos para p_T^γ y p_T^π , 5 intervalos para η^γ y η^π , y 6 intervalos para $\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma)$. El conjunto de variables discretizadas y medibles experimentalmente es denotado como:

$$\bar{\mathcal{V}}_{\text{Exp}} = \{\bar{p}_T^\gamma, \bar{p}_T^\pi, \bar{\eta}^\gamma, \bar{\eta}^\pi, \overline{\cos}(\phi^\pi - \phi^\gamma)\}, \quad (5.8)$$

donde \bar{a} denota el valor medio de la variable a en una casilla determinada. En total, $\bar{\mathcal{V}}_{\text{Exp}}$ contiene 15,000 casillas. A continuación, definimos la sección eficaz por bin de acuerdo con,

$$\begin{aligned} \sigma_j(\bar{p}_T^\gamma, \bar{p}_T^\pi, \bar{\eta}^\gamma, \bar{\eta}^\pi, \overline{\cos}(\phi^\pi - \phi^\gamma)) &= \int_{(p_T^\gamma)_{j,\text{MIN}}}^{(p_T^\gamma)_{j,\text{MAX}}} dp_T^\gamma \int_{(p_T^\pi)_{j,\text{MIN}}}^{(p_T^\pi)_{j,\text{MAX}}} dp_T^\pi \dots \\ &\times \int dx_1 dx_2 dz d\bar{\sigma}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

con $x_{j,\text{MIN}}$ ($x_{j,\text{MAX}}$) el valor mínimo (máximo) de la variable x en la j -ésima casilla, \bar{x} la correspondiente media de x sobre la j -ésima casilla y

$$d\bar{\sigma} = \frac{d\sigma}{d\mathcal{V}_{\text{Exp}} dx_1 dx_2 dz} \quad (5.10)$$

es la sección eficaz *hadronica* diferencial en función de las fracciones de momento partónico y de las variables experimentalmente medibles \mathcal{V}_{Exp} . A LO, σ_j puede calcularse directamente, ya que sólo necesitamos integrar la amplitud de dispersión a nivel Born en un espacio fase de $2 \rightarrow 2$. Sin embargo, como explicamos en la Sec. 3.2, las correcciones NLO incluyen varias contribuciones calculadas con diferentes cinemáticas (virtual, real y contratérminos): todas ellas se tienen en cuenta en $d\bar{\sigma}$ y se integran sobre su correspondiente espacio fase para obtener $d\sigma_j$.

Una vez definida la malla de nuestro espacio fase y la sección eficaz discretizada, utilizamos el código MC para generar tres histogramas por cada casilla de la malla. Estos histogramas corresponden a las distribuciones $d\sigma_j/dx_1$, $d\sigma_j/dx_2$ y $d\sigma_j/dz$, respectivamente. Así, dado un punto de la cuadrícula,

$$p_j = \{\bar{p}_T^\gamma, \bar{p}_T^\pi, \bar{\eta}^\gamma, \bar{\eta}^\pi, \overline{\cos}(\phi^\pi - \phi^\gamma)\} \in \bar{\mathcal{V}}_{\text{Exp}}, \quad (5.11)$$

podemos definir

$$(x_1)_j = \sum_i (x_1)_i \frac{d\sigma_j}{dx_1}(p_j; (x_1)_i), \quad (5.12)$$

$$(x_2)_j = \sum_i (x_2)_i \frac{d\sigma_j}{dx_2}(p_j; (x_2)_i), \quad (5.13)$$

$$(z)_j = \sum_i z_i \frac{d\sigma_j}{dz}(p_j; z_i), \quad (5.14)$$

que corresponden a la media ponderada de las fracciones de momento partónico extraídas de los histogramas generados con el código MC. Esto se hace porque, dado un determinado estado final, las fracciones de momento partónico no están definidas de forma inequívoca. Más allá de la corrección LO, las contribuciones de radiación real incluyen procesos que contienen partículas adicionales en el estado final. Como consecuencia, las ecuaciones de conservación del momento para cada evento conducen a un valor no único para las fracciones de momento. Así, en las Ecs. (5.12)-(5.14), definimos un evento *equivalente* utilizando la sección eficaz diferencial para ponderar las contribuciones de las diferentes configuraciones partónicas.

En esta etapa, podemos identificar $\bar{\mathcal{V}}_{\text{Exp}}$ como el conjunto de entrenamiento mientras que nuestro conjunto objetivo es $\{(x_1)_j, (x_2)_j, (z)_j\}$. A continuación, entrenamos los algoritmos de ML para encontrar las funciones objetivo

$$X_{1,\text{REC}} := \bar{\mathcal{V}}_{\text{Exp}} \longrightarrow \bar{X}_{1,\text{REAL}} = \{(x_1)_j\}, \quad (5.15)$$

$$X_{2,\text{REC}} := \bar{\mathcal{V}}_{\text{Exp}} \longrightarrow \bar{X}_{2,\text{REAL}} = \{(x_2)_j\}, \quad (5.16)$$

$$Z_{\text{REC}} := \bar{\mathcal{V}}_{\text{Exp}} \longrightarrow \bar{Z}_{\text{REAL}} = \{(z)_j\}, \quad (5.17)$$

que nos permitan reconstruir las fracciones de momento partónico $\bar{X}_{1,\text{REAL}}$, $\bar{X}_{2,\text{REAL}}$ y \bar{Z}_{REAL} . Para concluir esta discusión, nótese que las definiciones dadas en las Ecs. (5.12)-(5.14) son cruciales más allá de la corrección LO. De hecho, para un proceso de $2 \rightarrow 2$, la fijación del bin $p_j \in \bar{\mathcal{V}}_{\text{Exp}}$ conduce a un valor único de las fracciones de momento partónico. Explícitamente

tenemos,

$$X_{1,\text{REC}} = \frac{p_T^\gamma \exp(\eta^\pi) + p_T^\gamma \exp(\eta^\gamma)}{\sqrt{S_{CM}}}, \quad (5.18)$$

$$X_{2,\text{REC}} = \frac{p_T^\gamma \exp(-\eta^\pi) + p_T^\gamma \exp(-\eta^\gamma)}{\sqrt{S_{CM}}}, \quad (5.19)$$

$$Z_{\text{REC}} = \frac{p_T^\pi}{p_T^\gamma}, \quad (5.20)$$

como se explica en la Ref. [21]. Debido a la presencia de subprocesos de $2 \rightarrow 3$ que contribuyen a la radiación real, el valor de $\{x_1, x_2, z\}$ para un determinado p_j no está definido de forma inequívoca a NLO (y más allá). Si elegimos un evento con un p_j fijo de nuestro generador de MC a NLO, las fracciones de momento partónico real podrían tomar todos los valores cinemáticamente permitidos. Sin embargo, la probabilidad de los diferentes resultados está dada por la sección eficaz diferencial del evento, lo que motiva las definiciones introducidas en las Ecs. (5.12)-(5.14). A continuación, explicamos cómo se utilizan estos conjuntos de datos con los diferentes marcos de ML.

5.3.2. Regresión Lineal

Los métodos lineales (LM, de sus siglas en inglés), como su nombre indica proporcionan la estimación de la función objetivo como una combinación lineal del conjunto de entrada. Sin embargo, la linealidad se produce a nivel de los parámetros y se puede aplicar el conocimiento previo para construir nuevas características sobre las que la dependencia del objetivo es más simple. La elección de un *buen* conjunto de características (base) desempeña un papel importante para lograr una reconstrucción precisa.

Por ejemplo, para la contribución LO nos inspiramos en las expresiones analíticas exactas dadas por las Ecs. (5.18)-(5.20) y proponemos la base,

$$\mathcal{B}_{\text{LO}} = \left\{ \frac{p_T^\gamma}{\sqrt{S_{CM}}} \exp(\eta^\pi), \frac{p_T^\gamma}{\sqrt{S_{CM}}} \exp(\eta^\gamma), \frac{p_T^\gamma}{\sqrt{S_{CM}}} \exp(-\eta^\pi), \frac{p_T^\gamma}{\sqrt{S_{CM}}} \exp(-\eta^\gamma), p_T^\pi/p_T^\gamma \right\}. \quad (5.21)$$

Entonces esperamos que x_1 se reconstruya bien mediante una combinación lineal de los dos primeros elementos de la base (con coeficiente 1), mientras que z debería ser principalmente proporcional al último elemento. En la Fig. 12, mostramos la correlación entre las fracciones de momento partónico generadas en el MC (eje vertical) y el resultado de la regresión lineal (eje horizontal). Cada celda contiene la sección eficaz integrada con la precisión de LO QCD. La reconstrucción es perfecta, y la aproximación del LM conduce exactamente a las Ecs. (5.18)-(5.20).

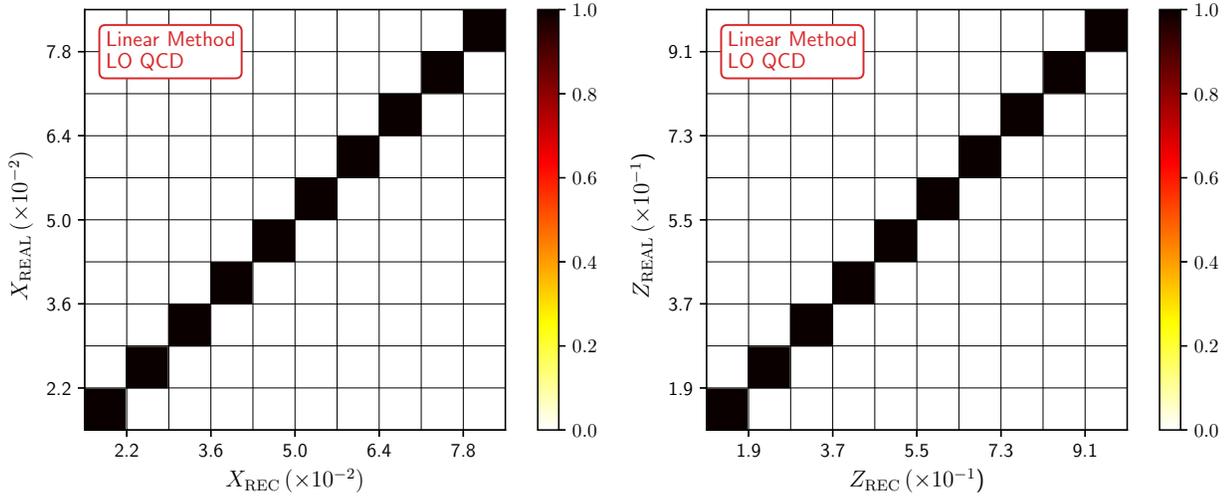


Figura 12. Correlación entre las fracciones de momento generadas en el MC (es decir, X_{REAL} y Z_{REAL}) y las obtenidas con precisión LO QCD utilizando el enfoque del LM. Cada casilla del gráfico de correlación se rellena con la sección eficaz integrada.

Cuando se trata del escenario a NLO, en principio, deberíamos esperar una ampliación de la base. Los elementos de \mathcal{B}_{LO} no son suficientes para capturar completamente las dependencias adicionales introducidas por la cinemática real NLO. De hecho, en la Ref. [21] los autores propusieron la solución,

$$X_{1,\text{REC}} = \frac{p_T^\gamma \exp(\eta^\pi) - \cos(\phi^\pi - \phi^\gamma) p_T^\gamma \exp(\eta^\gamma)}{\sqrt{S_{CM}}}, \quad (5.22)$$

$$X_{2,\text{REC}} = \frac{p_T^\gamma \exp(-\eta^\pi) - \cos(\phi^\pi - \phi^\gamma) p_T^\gamma \exp(-\eta^\gamma)}{\sqrt{S_{CM}}}, \quad (5.23)$$

$$Z_{\text{REC}} = -\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma) \frac{p_T^\pi}{p_T^\gamma}, \quad (5.24)$$

que concuerdan con las Ecs. (5.18)-(5.20) a LO, pero introducen una dependencia adicional de las variables azimutales en órdenes superiores. El estudio de las correlaciones realizado con precisión NLO QCD utilizando estas expresiones mostró una buena reconstrucción de las fracciones de momento partónico del MC.

Con este precedente en mente, proponemos aquí incluir dependencias funcionales adicionales para tener una reconstrucción más flexible. Empezamos por definir un conjunto primitivo de funciones,

$$\mathcal{K} = \left\{ \frac{p_T^\gamma}{\sqrt{S_{CM}}}, \frac{p_T^\pi}{\sqrt{S_{CM}}}, \exp(\eta^\gamma), \exp(\eta^\pi), \cos(\phi^\pi - \phi^\gamma) \right\}, \quad (5.25)$$

de tal manera que las variables reconstruidas adopten la siguiente forma,

$$Y_{\text{REC}} = \sum_{i=1, i \neq 5}^9 (a_i^Y + b_i^Y \mathcal{K}_5) \mathcal{K}_i + \sum_{i \leq j, \{i, j\} \neq 5, j-i \neq 5} (c_{ij}^Y + d_{ij}^Y \mathcal{K}_5) \mathcal{K}_i \mathcal{K}_j, \quad (5.26)$$

con $Y_{\text{REC}} = \{X_{1,\text{REC}}, X_{2,\text{REC}}, Z_{\text{REC}}\}$ y $\mathcal{K}_i = \mathcal{K}_{i-5}^{-1}$ para $i = \{6, 7, 8, 9\}$. El conjunto propuesto en la Ec. (5.26) generaliza la base \mathcal{B}_{LO} e incluye productos de hasta tres variables cinemáticas, lo que proporciona más flexibilidad para ajustar los datos. En total, hay ochenta y una funciones en la base, que denominamos *base general*. Sin embargo, como veremos ahora explícitamente, una base mayor no implica una mejor reconstrucción.

Si tomamos la Ec. (5.26), con $Y = \{x_1, z\}$ obtenemos los resultados mostrados en la fila superior de la Fig. 13. En esta figura, indicamos la compatibilidad de la correlación con la sección eficaz integrada por bin a la precisión de NLO QCD + LO QED. Los coeficientes a_i^Y , b_{ij}^Y , c_{ij}^Y y d_{ij}^Y se indican en el Apéndice B. La reconstrucción es buena en la región baja de x y baja de z . Esto se espera porque la sección eficaz es mayor en esa región, por lo que hay más puntos de datos para realizar el ajuste. Sin embargo, la reconstrucción se vuelve ruidosa e imprecisa para valores más altos de las fracciones de momento. La reconstrucción utilizando el LM es incapaz de mantener las dependencias funcionales que mejor se aproximan a las fracciones de momento reales en las regiones con bajo número de eventos.

Por esta razón, exploramos un segundo enfoque. Aprovechamos los hallazgos de la Sec.

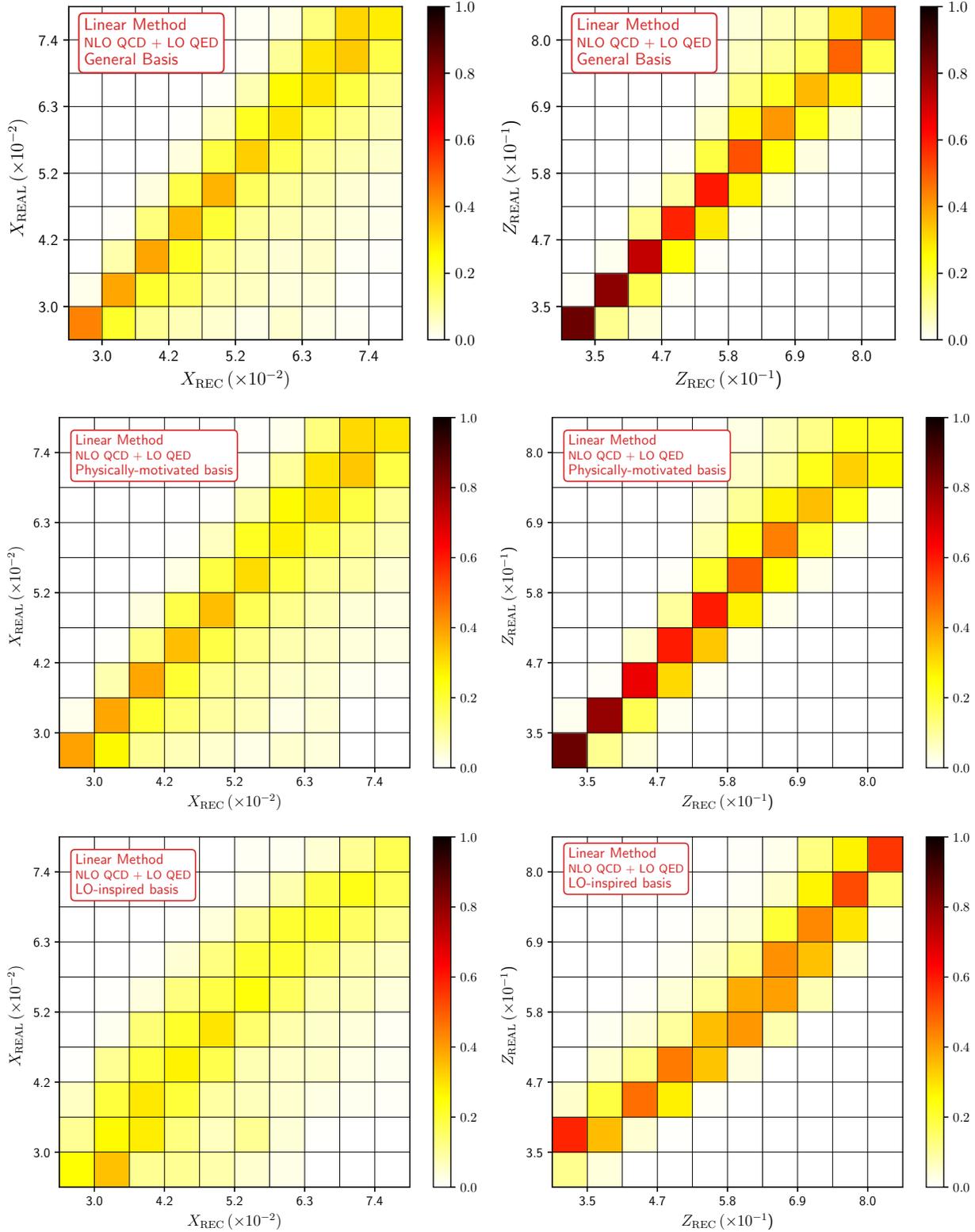


Figura 13. Correlación entre las fracciones de momento del MC (es decir, X_{REAL} y Z_{REAL}) y las obtenidas con precisión NLO QCD + LO QED utilizando el enfoque LM (X_{REC} y Z_{REC}). Fila superior: utilizando la *base general* dada en la Ec. (5.26). Fila del medio: *base motivada físicamente*. Fila inferior: *base inspirada-LO*.

5.2.2, y distinguimos diferentes bases para $Y = x_1$ y $Y = z$. Se demostró que x_1 exhibe una correlación positiva con p_T^γ , por lo que eliminamos las contribuciones que implican $\mathcal{K}_6 = (p_T^\gamma)^{-1}$ de la Ec. (5.26). En cuanto a z , la conclusión de la Sec. 5.2.2 fue que está correlacionado con $\mathcal{K}_6 = (p_T^\gamma)^{-1}$, $\mathcal{K}_2 = p_T^\pi$ y que también presenta una leve correlación con \mathcal{K}_5 . Así, eliminamos las contribuciones que implican las funciones primitivas \mathcal{K}_1 y \mathcal{K}_7 . Como resultado, proponemos una reconstrucción *motivada físicamente* tomando la Ec. (5.26) y estableciendo

$$\begin{aligned} b_6^{X_1} &= 0, \\ c_{6,j}^{X_1} &= d_{6,j}^{X_1} = c_{i,6}^{X_1} = d_{i,6}^{X_1} = 0 \quad \{i, j\} \in \{1, \dots, 9\}, \end{aligned} \quad (5.27)$$

para x_1 , y

$$\begin{aligned} b_1^Z &= b_7^Z = 0, \\ c_{1,j}^Z &= d_{1,j}^Z = 0 \quad j \in \{1, \dots, 9\}, j \neq \{5, 7\}, \\ c_{i,7}^Z &= d_{i,7}^Z = 0 \quad i \in \{1, \dots, 9\}, i \neq \{1, 5\}, \end{aligned} \quad (5.28)$$

para z . Los coeficientes obtenidos con estas suposiciones se presentan en el Apéndice B, mientras que las correlaciones correspondientes con las fracciones de momento de MC reales se muestran en la fila central de la Fig. 13. La correlación es ligeramente mejor para z , pero es peor para x . Incluso si la *base física* incluye elementos que se seleccionan de acuerdo con las correlaciones con las variables físicas, resulta que la abundancia de puntos en una región particular del espacio de parámetros impone una restricción muy estricta en todo el ajuste. Para z , esto no es un gran problema, ya que parece estar dominado por la relación p_T^π/p_T^γ . Sin embargo, la dependencia de x con respecto a las variables cinemáticas es más complicada, y un ajuste lineal no es suficiente para captarla. Así, la reducción de la base no conduce a una reconstrucción mejorada de las fracciones de momento.

Para concluir esta discusión, mencionemos que probamos el LM con otra base inspirada

en las fórmulas a LO. En concreto, esta base inspirada en la LO viene dada por,

$$\mathcal{B}_{\text{NLO}}^{X_1} = \left\{ \frac{p_T^\gamma}{\sqrt{S_{CM}}} \exp(\eta^\gamma), \frac{p_T^\gamma}{\sqrt{S_{CM}}} \exp(\eta^\pi), \frac{p_T^\pi}{\sqrt{S_{CM}}} \exp(\eta^\gamma), \frac{p_T^\pi}{\sqrt{S_{CM}}} \exp(\eta^\pi), \right. \\ \left. \frac{p_T^\gamma \mathcal{K}_5}{\sqrt{S_{CM}}} \exp(\eta^\gamma), \frac{p_T^\gamma \mathcal{K}_5}{\sqrt{S_{CM}}} \exp(\eta^\pi), \frac{p_T^\pi \mathcal{K}_5}{\sqrt{S_{CM}}} \exp(\eta^\gamma), \frac{p_T^\pi \mathcal{K}_5}{\sqrt{S_{CM}}} \exp(\eta^\pi) \right\}, \quad (5.29)$$

para $x \equiv x_1$ y

$$\mathcal{B}_{\text{NLO}}^Z = \left\{ p_T^\pi/p_T^\gamma, \mathcal{K}_5 p_T^\pi/p_T^\gamma, \mathcal{K}_5 p_T^\pi/\sqrt{S_{CM}}, \mathcal{K}_5 \sqrt{S_{CM}}/p_T^\gamma \right\}, \quad (5.30)$$

para z . En este caso, la reconstrucción fue aún peor, como puede verse en la fila inferior de la Fig. 13. En particular, $X_{1,\text{REC}}$ parece no estar correlacionado con $X_{1,\text{REAL}}$. Así, podemos apreciar que el enfoque seguido en la Ref. [21] es más eficiente que el LM. En otras palabras, forzar una combinación lineal que describa la cinemática del LO y luego utilizar las mismas fórmulas para los órdenes superiores, permite lograr una reconstrucción más precisa. En las siguientes subsecciones, exploramos otros métodos que conducen a una mejor aproximación de las fracciones de momento del MC de forma más automatizada.

5.3.3. Regresión Gaussiana

Mientras que el LM proporciona una buena descripción para el caso LO, cuando trabajamos con el resultado a NLO, encontramos que x y z dependen en gran medida de las variables de entrada en el MC. Como la base más grande parece proporcionar una reconstrucción ligeramente mejor, podríamos utilizar esto como motivación para ampliar nuestra base, por ejemplo, incluyendo potencias más altas de sus elementos. Sin embargo, esto depende de decidir *i*) qué combinaciones adecuadas de \mathcal{K}_i se necesitan, *ii*) a qué potencia sería conveniente llegar. El primer punto se abordó en la subsección 5.3.2 construyendo varias bases, con distinto grado de éxito. En cuanto al segundo punto, podríamos probar con diferentes potencias de una base dada, pero esto sería una tarea complicada. Un enfoque más general y eficiente

desde el punto de vista computacional puede alcanzarse mediante el uso de una distribución Gaussiana especificando un kernel dado (véase, por ejemplo, [101, 102]). En el método de Regresión Gaussiana (RG por sus siglas en inglés), el vector de variables características en el cálculo, se sustituye al escribir todo en términos de una función (kernel) del producto punto de los elementos del conjunto de entrenamiento. En particular, utilizamos la función de base radial (RBF, por sus siglas en inglés), definida como,

$$k(x_i, x_j) = \exp\left(-\frac{d(x_i, x_j)}{2l^2}\right), \quad (5.31)$$

donde x_i, x_j son dos elementos del conjunto de entrenamiento, $d(x_i, x_j)$ es la distancia euclidiana entre ellos, y l es un parámetro de distancia (no necesariamente igual para todos los $\{i, j\}$). El RBF tiene la ventaja de incluir todas las potencias posibles del exponente, y por tanto esperamos una mejor reconstrucción de las variables cinemáticas. Al igual que el LM, la RG requiere un conjunto de variables de entrada. Para poder comparar adecuadamente los métodos, tomamos las mismas bases para ambos. La RG también necesita que el usuario seleccione la anchura de cada función gaussiana, l , que por defecto es $l = 1$. En principio, podría ser diferente para cada característica del conjunto de entrada, pero por simplicidad lo mantenemos independiente de la característica. Sin embargo, encontramos mejores reconstrucciones cuando utilizamos l diferentes para x y z . Los valores óptimos de l para cada base se pueden encontrar en la Tabla 5.1.

| Variable reconstruida | Base general | Base motivada físicamente | Base inspirada-LO |
|-----------------------|--------------|---------------------------|-------------------|
| x | 26 | 30 | 1 |
| z | 21 | 25 | 1.5 |

Tabla 5.1. Valores del parámetro l para reconstruir las fracciones de momento partónica x y z para tres bases diferentes usando el método de RG.

Encontramos que, cuando se utiliza la base más general, existe una mejor concordancia entre los conjuntos de datos reconstruidos y los reales. Por otro lado, encontramos que en la

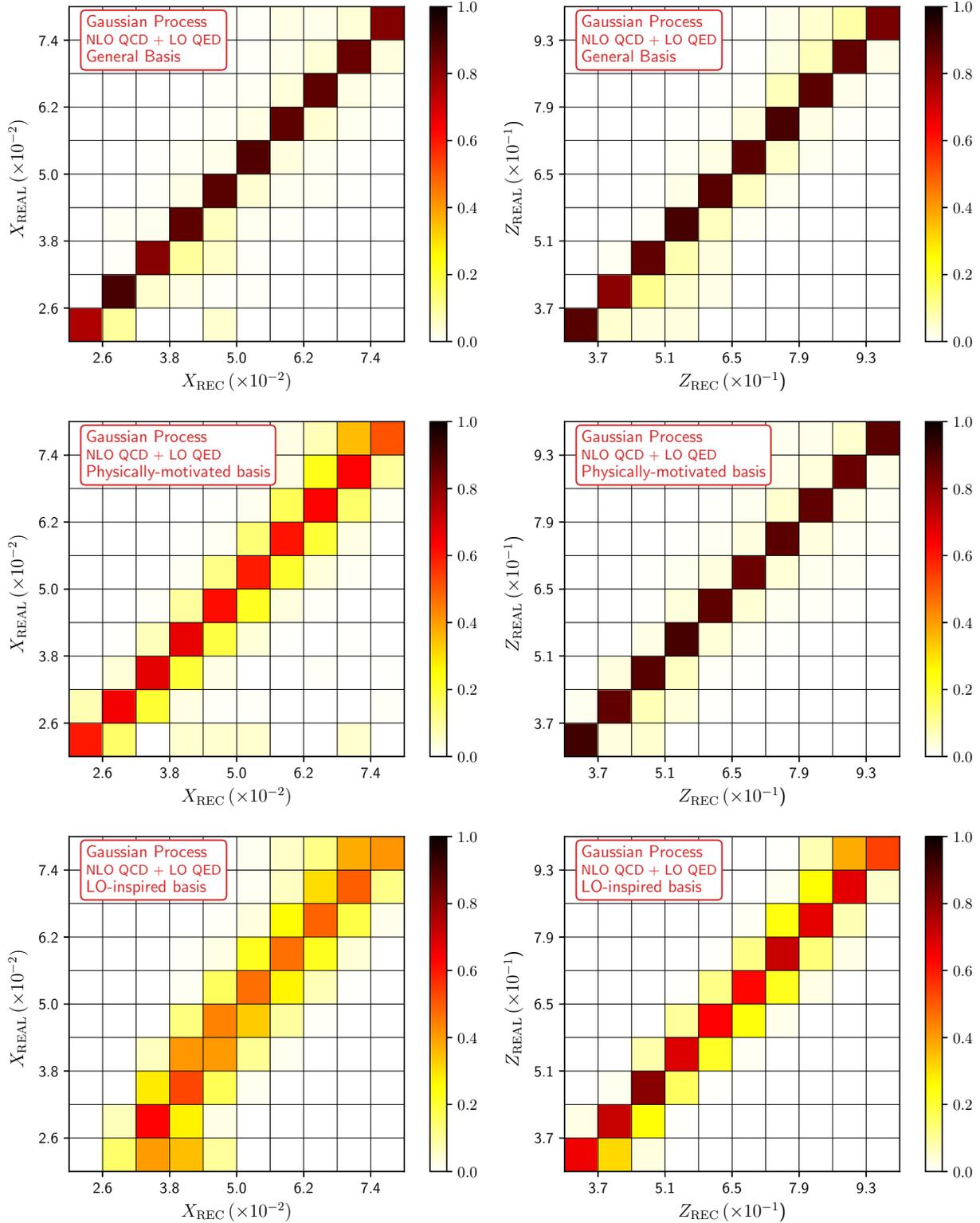


Figura 14. Correlación entre las fracciones de momento del MC (es decir, X_{REAL} y Z_{REAL}) frente a las obtenidas con precisión NLO QCD + LO QED (X_{REC} y Z_{REC}). Mostramos los resultados correspondientes a la aproximación GR, utilizando la *base general* (fila superior), la *base motivada físicamente* (fila central) y la *base inspirada-LO* (fila inferior).

base motivada físicamente, la RG encuentra el mejor ajuste eligiendo $l = 26$ para la predicción de x y $l = 21$ para z , es decir, se necesitan funciones gaussianas más *agudas*, lo que significa que una combinación de estas variables es suficiente para reproducir los conjuntos de datos completos.

Estos hechos se pueden apreciar en la Fig. 14 donde presentamos los resultados obtenidos con precisión NLO QCD + LO QED. Como era de esperarse, la inclusión de términos de orden superior en el conjunto de entrenamiento aporta una mejora significativa con respecto al LM, en particular para la reconstrucción de x . Además, señalamos que entre las tres bases, en general, la reconstrucción de x es más difícil que la fracción de momento de z . La *base general* puede extraer la información para determinar casi completamente una función para la predicción de las fracciones de momento pero con funciones gaussianas amplias. Por el contrario, la *base motivada físicamente* hace un buen trabajo en la determinación de z pero no es tan precisa en la extracción de x , aunque requiere funciones gaussianas *fijas* (el mismo l para todo el conjunto de la base), lo que significa que están bien localizadas y determinadas.

Para concluir esta sección, apreciamos que el método que utiliza una GR conduce a una reconstrucción más fiable de las fracciones de momento, en comparación con el LM. Los mejores resultados se obtienen con una base mayor. Además, la no linealidad inherente de la RG permite superar la limitación del sobreajuste en la región baja tanto para x y z . Por tanto esto conduce a una reconstrucción más precisa en un rango más amplio.

5.3.4. Redes Neuronales

Antes de entrar en los resultados de esta sección, recordamos al lector que los tecnicismos de la red neuronal (NN) fueron explicados en la Sec. 2.3. La elección de la(s) función(es) de activación y de los parámetros relevantes es muy poco trivial, y fue necesario hacer prueba y error para encontrar una configuración que pudiera reproducir las fracciones de momento. Una comparación no exhaustiva de diferentes combinaciones se presenta en el Apéndice C, pero aquí nos limitamos a presentar los resultados correspondientes a los parámetros resumidos en

la Tabla 5.2, que se utilizan en la librería `scikit-learn`.

| | X_{REC} (LO) | Z_{REC} (LO) | X_{REC} (NLO) | Z_{REC} (NLO) |
|-----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| # de capas ocultas | 2 | 1 | 5 | 5 |
| # de neuronas | 200 | 100 | 300 | 300 |
| función de activación | ReLU | ReLU | ReLU | ReLU |
| # de iteraciones | 1×10^5 | 1×10^5 | 1×10^{12} | 1×10^{12} |
| tasa de aprendizaje | 1×10^{-3} | 1×10^{-3} | 1×10^{-4} | 1×10^{-4} |

Tabla 5.2. Arquitecturas para el mejor ajuste de los parámetros del MLP para la reconstrucción de las fracciones de momento a orden LO en QCD: X_{REC} (LO) y Z_{REC} (LO) (segunda y tercera columnas), y para las fracciones de momento a orden NLO QCD + LO QED: X_{REC} (NLO) y Z_{REC} (NLO) (cuarta y quinta columnas).

En cuanto a la función de pérdida/costo, nos basamos en la estrategia de minimización por defecto implementada en `scikit-learn`. Explícitamente, se define una *función de puntuación* que debe ser maximizada para identificar el ajuste óptimo (por lo tanto, está relacionada inversamente con la *función de pérdida/costo*). Por defecto, el método MLP utiliza el coeficiente de correlación de Pearson como función de puntuación. Entonces, el máximo se estima mediante el método de gradiente estocástico descendente [40].

Los resultados del algoritmo MLP se presentan en la Fig.15 para la contribución LO QCD (fila superior) y la corrección a NLO QCD + LO QED (fila inferior). En el caso LO la reconstrucción es bastante buena, sin alcanzar el nivel de precisión del LM o la GR. Esto es una prueba contundente de que la complejidad de la maquinaria de la NN supera con creces la tarea a resolver. En el caso NLO, por el contrario, la reconstrucción es mucho mejor que la obtenida con el LM usando cualquier base, y similar a la GR con la *base general* (fila superior de la Fig. 14). Los gráficos muestran una concordancia casi perfecta en todos los bins tanto para x como para z . La mayor discrepancia aparece para x , lo que puede deberse en parte a la mayor complejidad de la función objetivo para x que para z , ya sugerida por las expresiones analíticas a LO. De hecho, casi todos los ensayos realizados con diferentes métodos y configuraciones llegan a relaciones razonables entre Z_{REAL} y Z_{REC} . Sin embargo, para x , tenemos que aumentar el número de elementos de nuestra base (GR) o el número de capas y nodos (NN).

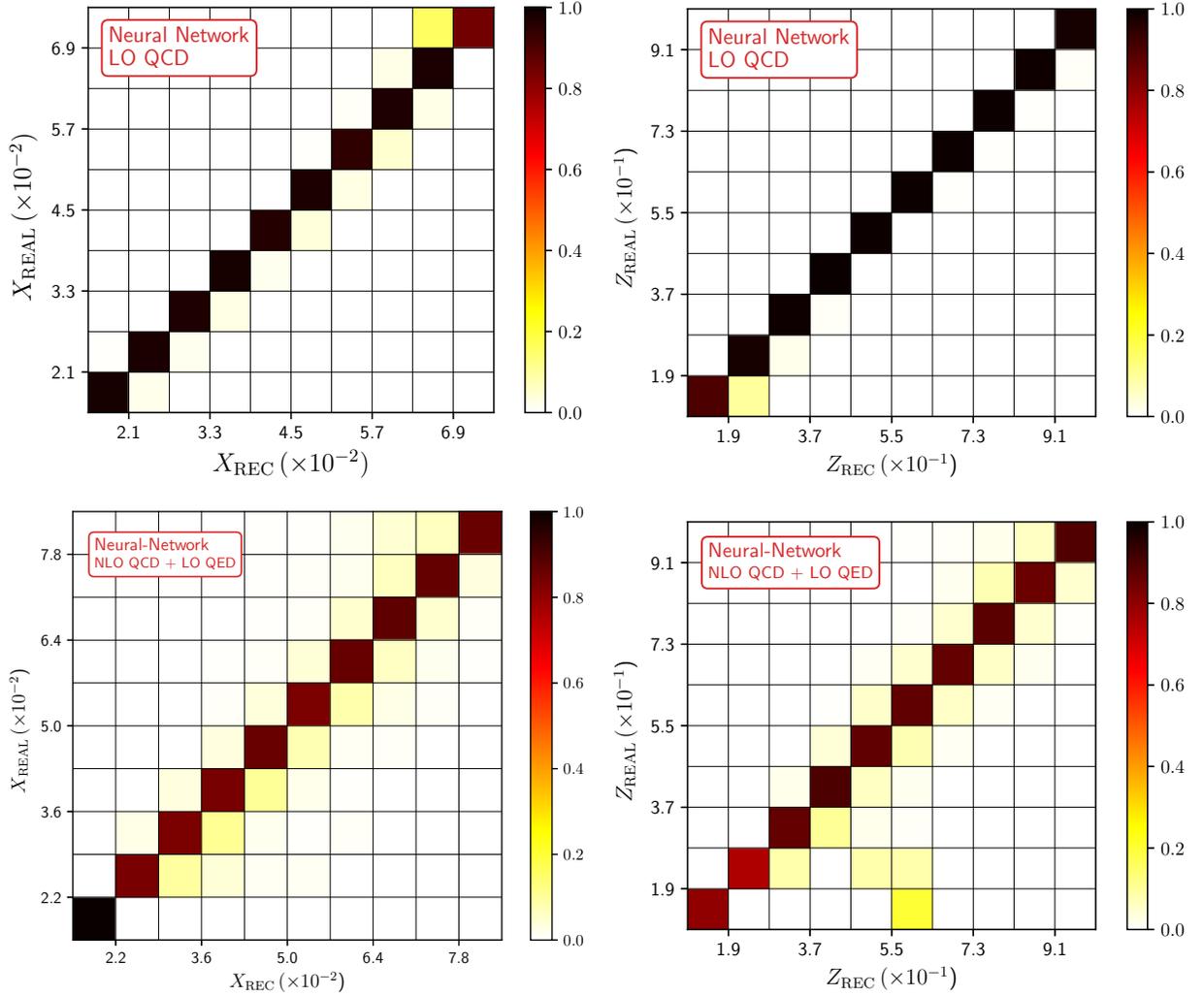


Figura 15. Izquierda: comparación entre las fracciones de momento X_{REAL} y X_{REC} obtenidas con una red neuronal MLP con los parámetros dados por la Tabla 5.2. La fila superior (inferior) corresponde a la corrección LO QCD (NLO QCD + LO QED) del conjunto de datos. Derecha: los mismo pero para Z_{REAL} y Z_{REC} .

En cualquier caso, podemos destacar que el algoritmo MLP no requiere elegir ninguna base en particular: la complejidad se traduce en definir la arquitectura adecuada. Esta tarea es más adecuada para la automatización, por lo que es más apropiada para abordar procesos físicos genéricos, independientemente del número o tipo de partículas implicadas. Mientras que el LM o la GR podrían aprovechar la elección de parámetros motivados físicamente para acelerar una reconstrucción precisa, en el marco de la NN se basa principalmente en el poder computacional para reducir el problema a una *función de caja negra*.

5.3.5. Error de propagación

Dado que todos los ingredientes (variables y parámetros) que intervienen en el cálculo de las secciones eficaces tienen errores asociados, se espera que éstos se propaguen y afecten a la precisión de la reconstrucción de la fracción de momento partónico. Por supuesto, también los algoritmos de regresión y MLP introducen errores en la definición de X_{REC} . En esta sección describimos brevemente las estrategias adoptadas para proporcionar una estimación cuantitativa de los errores, y presentamos nuestros resultados. Las metodologías se explican en detalle en el Apéndice A.

Comenzamos considerando el conjunto de datos por defectos estableciendo $\mu_R = \mu_F = \mu_I = \xi\mu$ con $\xi = 1$ y μ dado por la Ec. (5.3). A partir de este conjunto, obtuvimos los momentos partónicos reconstruidos $X_{\text{REC}}^{\xi=1}$, for $X = \{x_1, z\}$ y utilizando las diferentes técnicas de reconstrucción (LM, GR y MLP) descritas a lo largo de esta Sección. A continuación, tomamos los diferentes conjuntos de datos $\mathcal{D}^{(\xi=1/2,1,2)}$, calculamos las fracciones de momento reconstruidas y creamos histogramas ponderandos por cada evento, con la sección eficaz integrada por bin. Los resultados se muestran en la Fig. 16, donde trazamos la distribución en X_{REC} y Z_{REC} en las columnas izquierda y derecha, respectivamente. La primera fila corresponde a la reconstrucción mediante el método lineal (LM), la fila central utiliza la regresión gaussiana (GR) y la última fila se basa en el MLP. Observamos que, en promedio, la anchura de la banda alrededor del valor central de las distribuciones es $\mathcal{O}(50\%)$. Esto es

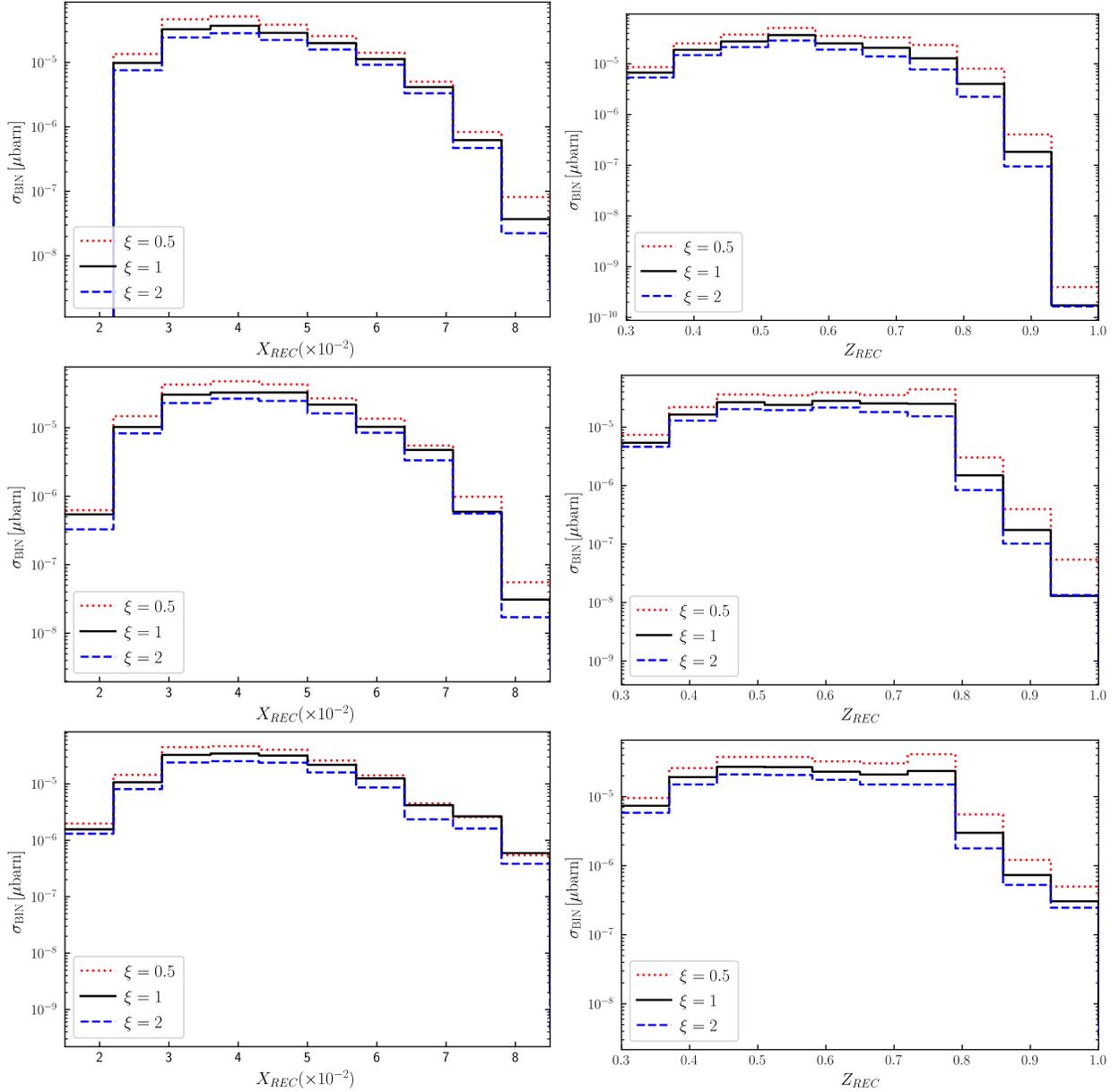


Figura 16. Histogramas basados en el conjunto de datos $\mathcal{D}^{(\xi=1/2,1,2)}$, mostrando la distribución en X_{REC} (columna izquierda) y Z_{REC} (columna derecha). Cada punto del conjunto de datos es pesado usando la sección eficaz integrada por bin. Exploramos la reconstrucción de los métodos mencionados en la Sec. 5.3: método lineal (primera fila), regresión Gaussiana (segunda fila) y redes neuronales (tercera fila).

completamente esperado ya que el factor K NLO QCD para este proceso es también $\mathcal{O}(50\%)$, como se informa en la Ref. [21].

Por último, aplicamos la segunda estrategia explicada en el Apéndice A. En este caso,

entrenamos diferentes funciones de reconstrucción utilizando los diferentes conjuntos de datos $\mathcal{D}^{(\xi=1/2,1,2)}$. A continuación, seleccionamos el caso por defecto (es decir, $\xi = 1$) y evaluamos las funciones reconstruidas: definimos el valor esperado y el error según la Ec. (A.8). El último paso consistió en calcular el error relativo medio, es decir, $\Delta X(p_j)/X(p_j)$, para $X = \{x_1, z\}$. Para el caso del método MLP, encontramos un error medio de 7.5 % y 5.4 % para la reconstrucción de x_1 y z , respectivamente. Por supuesto, el error depende de la región cinemática que estamos estudiando, lo que implica una dependencia del valor de X_{REAL} que estamos reconstruyendo. Así, reportamos en la Fig. 17 las bandas de error de correlación para la reconstrucción de x_1 (izquierda) y z (derecha). En el eje y mostramos la fracción de momento reconstruida, mientras que en el eje x trazamos la fracción de momento real. Consideramos las tres metodologías de aprendizaje automático. Encontramos que la banda de error es más estrecha para la estimación de la NN en el caso de la reconstrucción de x_1 , pero el método lineal da un resultado más estable para la reconstrucción de z . Como se explicó anteriormente, esto se debe a una dependencia funcional más simple para z , que está dominada principalmente por la relación p_T^π/p_T^γ . Este efecto también está presente en los gráficos de correlación adicionales discutidos en el Apéndice A (véase la Fig. 1).

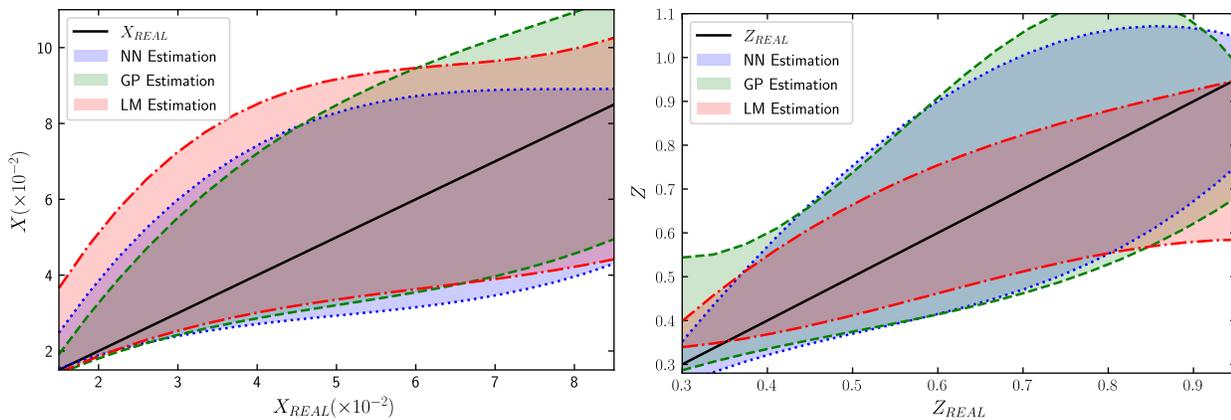


Figura 17. Gráficas de correlación para $X = x_1$ (izquierda) y $X = z$ (derecha). Definimos las bandas de error siguiendo la estrategia mencionada en el Apéndice A, y presentamos los resultados para las estimaciones de la red neuronal (NN, azul), el proceso gaussiano (GP, verde) y el método lineal (LM, rojo).

Para concluir esta discusión, la segunda estrategia proporciona una estimación del error global con predicciones más realistas, ya que la primera estrategia sobreestima drásticamente los errores de reconstrucción al propagar completamente las incertidumbres de escala del observable original.

Conclusiones

En esta tesis, discutimos la fenomenología de la producción fotón-hadrón en los colisionadores de hadrones, centrándonos en el proceso $pp \rightarrow \gamma + \pi^+$. En el Cap. 4 incluimos correcciones NLO QCD y LO QED para mantener bajo control los efectos de orden $\alpha^2 \approx \alpha_s^2 \alpha$. Los resultados fueron publicados en la Ref. [53] y comparados con estudios previos realizados en la Ref. [21]. En ambos casos, nos basamos en el algoritmo de aislamiento suave para eliminar la componente resuelta en la corrección NLO. El propósito de esta estricta restricción era tener acceso a la cinemática de las partículas en colisión, que puede lograrse de forma más transparente centrándose en el mecanismo de producción directa.

Como primer paso, actualizamos la implementación de Monte Carlo para incluir el marco unificado LHAPDF y el nuevo conjunto de FF de piones de DSS2014. Estudiamos cuidadosamente la dependencia de los conjuntos de PDF y FF, observando las distribuciones p_T^π y p_T^γ . Encontramos desviaciones razonables (es decir, $\mathcal{O}(10\%)$ en promedio), aunque nuestros estudios preliminares sugieren una mayor sensibilidad en la distribución p_T^γ .

Luego, incluimos las correcciones LO QED abriendo el canal partónico $q\gamma$. Usamos el conjunto de PDFs NNPDF3.1luxQEDNLO, y probamos el impacto de estas contribuciones al espectro p_T^π . Restringimos nuestra atención a la producción de piones positivos, ya que afirmamos que dicha elección suprimiría en gran medida cualquier contribución asociada al proceso de hadronización $\gamma\pi$. Comparando las correcciones en los colisionadores de pp , encontramos correcciones pequeñas pero no despreciables: $\mathcal{O}(2\%)$ para PHENIX y $\mathcal{O}(8\%)$ para las energías del centro de masa del LHC.

Los resultados en el Cap. 4 sugieren que la producción de hadrones+fotones podría ser un proceso útil para imponer restricciones más estrictas tanto a las PDFs como a las FFs. Un estudio extenso para diferentes observables podría conducir a una mayor sensibilidad en las PDFs a través de una cuidadosa reconstrucción de las fracciones de momento partónicas.

A diferencia de las colisiones $e + p$, en las que la medición del leptón final permite acceder directamente a la cinemática de los protones, en las colisiones $p + p$ no existe una relación tan clara entre los momentos partónicos y hadrónicos más allá del LO. En el Cap. 5 hemos explorado la reconstrucción de la cinemática a nivel de protón para el proceso $p + p \rightarrow \gamma + \pi^+$ utilizando herramientas de Machine-Learning (ML), con el objetivo de mejorar las estimaciones actuales de la conexión subyacente entre el proceso de protón y el estado final medible. Los resultados de este capítulo fueron publicados en la Ref. [103].

En primer lugar, implementamos el cálculo en un código de Monte-Carlo (MC) con precisión NLO QCD y LO QED. Nos basamos en el algoritmo FKS para cancelar las singularidades en el infrarrojo y en el criterio de aislamiento del cono suave para seleccionar aquellos eventos con fotones directos. Esta prescripción es crucial para tener acceso a información más limpia del proceso duro.

A continuación, estudiamos diferentes distribuciones cinemáticas con el fin de identificar las regiones con mayor número de eventos. Tras imponer cortes de selección similares a los utilizados por las colaboraciones experimentales, se indujeron cortes dinámicos en las distribuciones x y z . Estas restricciones se tuvieron en cuenta al momento de seleccionar los eventos para analizar las correlaciones entre las cantidades accesibles experimentalmente (p_T , η y ϕ para el fotón y el pión) y la fracción de momento partónico. Se estableció que x depende fuertemente de p_T^γ (correlación positiva) pero no de las otras variables, mientras que z exhibe una correlación negativa con p_T^γ , una positiva con p_T^π y una dependencia leve con $\cos(\phi^\pi - \phi^\gamma)$.

Posteriormente se aplicaron algoritmos basados en el ML para reconstruir las variables partónicas x_1 , x_2 y z . Comenzamos introduciendo una discretización adecuada de la sección eficaz multidiferencial con respecto al conjunto de variables $\{p_T^\pi, p_T^\gamma, \eta^\pi, \eta^\gamma, \cos(\phi^\pi - \phi^\gamma)\}$,

para tener una estimación fiable de las correcciones de orden superior en cada bin. Para estas distribuciones, generamos los conjuntos de datos y exploramos tres estrategias de reconstrucción diferentes: métodos lineales (LM), regresión gaussiana (GR) y perceptrón multicapa (MLP). Para los dos primeros enfoques, introdujimos tres bases de funciones inspiradas en los resultados obtenidos del análisis de correlaciones bidimensionales en la Sec. 5.2.2. En todos los casos, la reconstrucción en la precisión LO QCD fue muy exitosa y en concordancia con las expresiones analíticas conocidas. Cuando se trata de las correcciones NLO QCD + LO QED, la flexibilidad del enfoque MLP conduce a una reconstrucción muy fiable, logrando un mejor rendimiento que el LM y comparable a la GR cuando se utiliza una base suficientemente grande. En particular, los resultados del LM estaban muy influenciados por la abundancia de datos en la región baja de x y baja de z , lo que conducía a un ajuste poco fiable cuando se extrapolaba fuera de estas regiones.

El número de supuestos relacionados con la configuración del marco MLP es bastante limitado, en comparación con los realizados para la regresión lineal y gaussiana. En particular, queremos destacar que no ha sido necesario introducir una base específica de funciones, lo que hace que este enfoque sea totalmente independiente del proceso y adecuado para otros análisis. Por lo tanto, este trabajo puede considerarse como una prueba de concepto, que apunta a un marco altamente automatizado para incluir correcciones de orden superior en la reconstrucción de la cinemática a nivel de protones. Por esta razón, preferimos centrarnos en los detalles conceptuales y presentar un análisis basado en algunas aproximaciones de ML, en lugar de un estudio profundo para encontrar la estrategia óptima del ML para alcanzar una reconstrucción rápida y precisa.

La reconstrucción de las fracciones de momento partónico que se muestra en la Fig. 15 puede utilizarse para facilitar la interpretación de las interacciones a nivel del partón. Como ya hemos mencionado, más allá de LO, varios procesos contribuyen a un observable dado. Estos procesos contienen un número diferente de partículas en el estado final, que se integran en un espacio fase extendido. Como consecuencia, la interpretación ingenua de x y z en la

contribución LO ya no es válida cuando las correcciones de orden superior entran en el juego. Aun así, las ecuaciones (5.12)-(5.14) proporcionan una definición probabilística de una *fracción de momento equivalente*. La fracción de momento equivalente contiene información sobre la sección transversal diferencial: de hecho, los diferentes procesos partónicos, con diferentes fracciones de momento, son ponderados por la sección transversal. Esto puede utilizarse para simplificar el tratamiento de la Ec. (3.11), y considerar una *aproximación tipo LO* en la que las PDFs/FFs corregidas se conviertan directamente en la sección eficaz a fracciones de momento equivalente *fijas*. Como resultado, esto podría conducir a una implementación computacional más eficiente de la extracción de PDFs/FFs, evitando las complicaciones de tener varias integraciones/convoluciones cuando se trata de órdenes superiores. Aplazamos la evaluación explícita de esta implementación para futuras investigaciones.

En conclusión, la aplicación de métodos inspirados en ML (y las redes neuronales en particular) es adecuada para develar la cinemática partónica en los colisionadores de hadrones, incluyendo también las correcciones de orden superior. De este modo, la reconstrucción de eventos asistida por ML podría permitir alcanzar una descripción altamente precisa de los componentes más profundos de la materia y sus interacciones, complementando los desarrollos actuales en otras áreas de la física teórica de partículas como los encontrados en la Ref. [104].

Para finalizar, actualizar el conjunto de PDFs a las construidas por la colaboración NNPDF nos ayudó a encontrar las regiones más sensibles a las variaciones de las distribuciones partónicas en función de las variables cinemáticas medidas por los detectores. Así, debido a que las FFs de los kaones se encuentran limitadas a regiones muy específicas, esto nos conduce a continuar con un análisis fenomenológico con kaones en el estado final y compararlos con los resultados obtenidos en el Cap. 4, para así obtener nuevas restricciones en las FFs de kaones. Asimismo, los resultados mostrados en el Cap. 5 nos mostró el éxito de aplicar una NN para reconstruir las fracciones de impulso partónicas. Esto nos ha motivado a continuar con las técnicas de ML para aplicar las restricciones encontradas en las PDFs y poder reconstruir una expresión numérica para las PDFs en función tanto de las fracciones de impulso como

de la escala de energía del proceso. Esto último se estudiará con el objetivo de reducir los tiempos de cómputo al realizar simulaciones con el interpolador de LHAPDF.

Apéndice A

Error de propagación

Las predicciones teóricas obtenidas en el contexto de la teoría de perturbaciones tienen una dependencia explícita de las escalas de renormalización y factorización. Esta dependencia se utiliza a menudo para cuantificar las incertidumbres de la predicción, debido a las correcciones de orden superior que faltantes. Además, las incertidumbres asociadas al ajuste de las PDFs/FFs también deben ser consideradas en el cálculo de la sección eficaz teórica. La propagación completa de estos errores requeriría ejecutar la integración de Monte-Carlo para varios cientos de réplicas y luego realizar el análisis estadístico asociado, con un costo computacional significativo.

En nuestro caso, la incertidumbre de escala a nivel de las distribuciones unidimensionales (como las descritas en la Sec. 5.2.1) es dominante con respecto al error inducido por las variaciones en las PDFs/FFs. De hecho, la dependencia de la escala representa correcciones de $\mathcal{O}(30 - 50 \%)$ mientras que el cambio de las PDFs/FFs podría inducir un error de $\mathcal{O}(10 \%)$. Además, el análisis presentado en el Cap. 4 se refiere al uso de diferentes conjuntos de PDF/FF, lo que puede considerarse como un escenario extremo o el peor de los casos para estimar las incertidumbres de ajuste de las PDF/FF. Si mantenemos la misma PDF/FF, este error se reducirá drásticamente debido a la alta precisión de los ajustes actuales. Por todo ello, en este trabajo sólo propagamos los errores asociados a la variación de escala.

La propagación del error debido a la incertidumbre de escala se consigue ejecutando la simulación Monte Carlo para tres escenarios diferentes. No existe una única forma de estimar el error de la reconstrucción, por lo que proponemos dos estrategias. El punto de partida en ambos métodos consiste en fijar la condición $\mu_R = \mu_I = \mu_F \equiv \xi \mu$ y generar los conjuntos de datos,

$$\mathcal{D}^{(\xi)} = \{\bar{p}_T^\gamma, \bar{p}_T^\pi, \bar{\eta}^\gamma, \bar{\eta}^\pi, \overline{\cos}(\phi^\pi - \phi^\gamma), x_1, x_2, z, \sigma(\xi \mu)\}, \quad (\text{A.1})$$

siguiendo el procedimiento de discretización en la Sec. 5.3.1. Como se hace convencionalmente, consideramos $\xi \in \{1/2, 1, 2\}$. En la Ec. (A.1), la sección eficaz por bin (σ) depende de las escalas de renormalización y factorización y esto induce una dependencia implícita de $\{x_1, x_2, z\}$ de acuerdo con las Ecs. (5.12)-(5.14).

Nuestro primer método pone más énfasis en la calidad de la correlación entre las variables reales y las reconstruidas. Consideramos las funciones objetivo entrenadas con el conjunto de datos $\mathcal{D}^{(\xi=1)}$, i.e. $X_{\text{REC}} \equiv X_{\text{REC}}^{(\xi=1)}$, pero creamos tres gráficos de correlación diferentes. Por ejemplo, dado por,

$$(p_j, x_1, x_2, z, \sigma) \in \mathcal{D}^{(\xi)}, \quad (\text{A.2})$$

comparamos x_1 (eje y) con $X_{1,\text{REC}}(p_j)$ (eje x). Cuando utilizamos el conjunto de datos con $\xi = 1$, se recuperan las gráficas mostradas en las Figs. 12-15. En estos gráficos, los datos en cada punto tienden a agruparse en la diagonal porque el entrenamiento optimiza la reconstrucción. Sin embargo, los gráficos de correlación obtenidos con los conjuntos de datos $\mathcal{D}^{(\xi=1/2)}$ y $\mathcal{D}^{(\xi=2)}$ utilizan una función de reconstrucción que no está optimizada para esos puntos de datos. Como consecuencia, se espera una desviación de la diagonal. Por lo tanto, podemos estimar el efecto de la incertidumbre de la escala comparando los tres gráficos de correlación. Cabe mencionar que este enfoque proporciona principalmente una estimación cualitativa del error de reconstrucción, ya que una diagonal claramente definida indicaría una reconstrucción casi perfecta.

Por simplicidad, aplicamos este procedimiento para describir la propagación del error

cuando se utiliza el algoritmo de red neuronal MLP. Mostramos en la Fig. 1 (de esta sección) una comparación de los gráficos de correlación X_{REC} vs X_{REAL} (Z_{REC} vs Z_{REAL}) en la primera (segunda) fila, utilizando $\xi = 1/2$ (izquierda) y $\xi = 2$ (derecha) respectivamente. Por un lado, para X_{REC} vs X_{REAL} , la correlación se diluye y se poblan más bins fuera de las diagonales. Esto sugiere que la reconstrucción de $X = x_1$ es muy sensible y aumenta las incertidumbres de escala. Por otro lado, Z parece ser más estable y bastante independiente de las variaciones de escala porque ambos gráficos presentan una diagonal clara.

Una variación de esta estrategia consiste en comparar las distribuciones unidimensionales en X_{REC} para los diferentes conjuntos de datos. Como resulta que esta metodología proporciona una estimación de errores más clara, presentamos los resultados en el texto principal (Sec. 5.3.5). Explícitamente, entrenamos las fracciones de momento reconstruidas utilizando el conjunto de datos $\mathcal{D}^{(\xi=1)}$. A continuación, tomamos los valores de los conjuntos de datos $\mathcal{D}^{(\xi)}$ y sustituimos las fracciones de momento reales por las reconstruidas, es decir,

$$(p_j, x_1, x_2, z, \sigma) \rightarrow (p_j, X_{1,\text{REC}}(p_j), X_{2,\text{REC}}(p_j), Z_{\text{REC}}(p_j), \sigma). \quad (\text{A.3})$$

Utilizando estos puntos de datos, dibujamos los histogramas para $\xi = \{1/2, 1, 2\}$ y comparamos los resultados. De este modo, podemos proporcionar una banda de error que cuantifica el impacto de la variación de escala en los espectros X y Z .

La segunda estrategia de estimación de errores consiste en utilizar los conjuntos de datos $\mathcal{D}^{(\xi)}$ para entrenar diferentes funciones objetivo,

$$X_{1,\text{REC}}^{(\xi)} := \bar{\mathcal{V}}_{\text{Exp}}^{(\xi)} \longrightarrow \bar{X}_{1,\text{REAL}}^{(\xi)} = \{(x_1)_j\} \subset \mathcal{D}^{(\xi)}, \quad (\text{A.4})$$

$$X_{2,\text{REC}}^{(\xi)} := \bar{\mathcal{V}}_{\text{Exp}}^{(\xi)} \longrightarrow \bar{X}_{2,\text{REAL}}^{(\xi)} = \{(x_2)_j\} \subset \mathcal{D}^{(\xi)}, \quad (\text{A.5})$$

$$Z_{\text{REC}}^{(\xi)} := \bar{\mathcal{V}}_{\text{Exp}}^{(\xi)} \longrightarrow \bar{Z}_{\text{REAL}}^{(\xi)} = \{(z)_j\} \subset \mathcal{D}^{(\xi)}. \quad (\text{A.6})$$

Este procedimiento conduce a tres funciones para reconstruir cada fracción de momento, dado

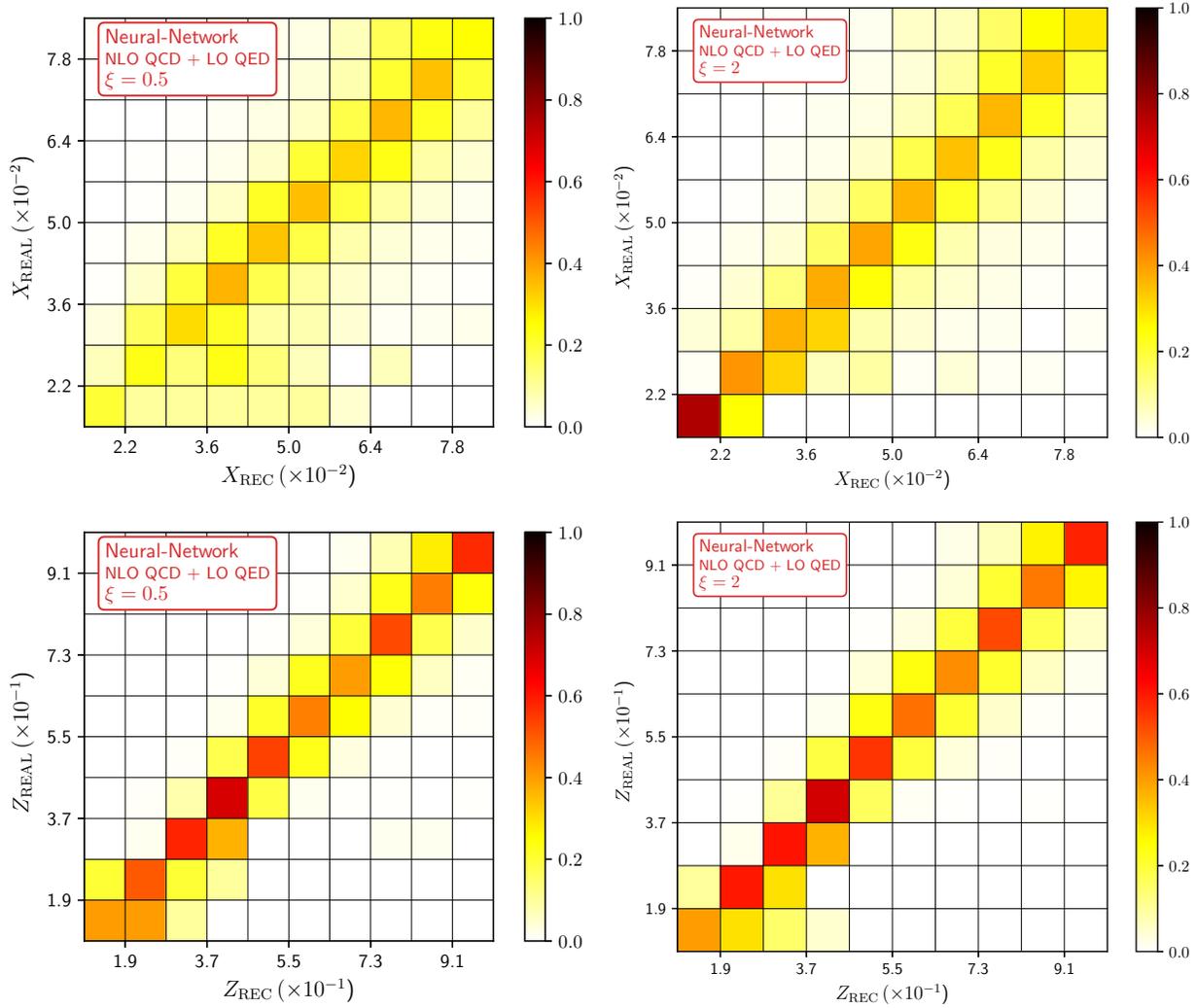


Figura 1. Primera fila: Comparación de las fracciones de momento X_{REAL} vs. X_{REC} obtenidas con redes neuronales MLP (utilizando los parámetros dados en la Tabla 5.2) para diferentes escalas de renormalización/factorización, $\mu_R = \mu_F \equiv \xi\mu$. Fijamos $\xi = 1/2$ ($\xi = 2$) en el gráfico de la izquierda (derecha). Segunda fila: lo mismo que en la primera fila, pero para Z_{REAL} vs. Z_{REC} .

un punto cinemático en la malla, $p_j \in \bar{\mathcal{V}}_{\text{Exp}}$, tenemos,

$$X(p_j) \equiv \{X_{\text{REC}}^{(\xi=2)}(p_j), X_{\text{REC}}^{(\xi=1)}(p_j), X_{\text{REC}}^{(\xi=1/2)}(p_j)\}, \quad (\text{A.7})$$

y se define,

$$X_{\text{REC}}(p_j) = \overline{X(p_j)} \pm \frac{\text{máx}(X(p_j)) - \text{mín}(X(p_j))}{2} \equiv \overline{X(p_j)} \pm \Delta X(p_j), \quad (\text{A.8})$$

con $X \in \{X_1, X_2, Z\}$ y $\overline{X(p_j)}$ el valor medio de la lista $X(p_j)$. Este enfoque estima principalmente el error del procedimiento de ajuste debido a las incertidumbres de escala en la sección eficaz y la posterior definición de las fracciones de momento ponderadas en las Ecs. (5.12)-(5.14). De nuevo, presentamos los resultados de los diferentes métodos de reconstrucción en la Sec. 5.3.5.

Apéndice B

Coeficientes para el Método Lineal

Para completar, presentamos los coeficientes asociados a la regresión lineal para cada una de las tres bases estudiadas en la subsección 5.3.2. Restringimos nuestra atención al ajuste de los conjuntos de datos a la precisión NLO QCD + LO QED, ya que las contribuciones LO estaban perfectamente de acuerdo con las fórmulas analíticas a LO. En la Tab. B.1 presentamos los coeficientes de la *base general*, Ec. (5.26), que reproducen las gráficas de la fila superior de la Fig. 13. Los parámetros de la *base motivada físicamente*, dados por la Ec. (5.26) con las restricciones de las Ecs. (5.27)-(5.28), están en las Tabs. B.2 y B.3 para x y z , respectivamente. La correlación correspondiente con las variables reales de MC puede verse en la fila central de la Fig. 13. Por último, los coeficientes para la *base inspirada-LO*, asociados a las restricciones de las Ecs. (5.29)-(5.30), se pueden encontrar en la Tab. B.4. Estos se quedan cortos en la calidad del ajuste, como podemos apreciar en la fila inferior de la Fig. 13.

| Coeficiente | X_{REC} (NLO) | Z_{REC} (NLO) | Coeficiente | X_{REC} (NLO) | Z_{REC} (NLO) |
|-------------|-----------------------|-----------------------|-------------|-----------------------|-----------------------|
| a_1^Y | -5.7×10^1 | -1.1×10^3 | c_{68}^Y | -6.7×10^{-4} | 7.3×10^{-2} |
| a_2^Y | 7.2×10^1 | 3.3×10^2 | c_{69}^Y | 3.6×10^{-3} | 6.6×10^{-2} |
| a_3^Y | 5.4×10^0 | -5.6×10^1 | c_{77}^Y | -1.2×10^{-4} | -1.9×10^{-4} |
| a_4^Y | -2.4×10^0 | 2.7×10^0 | c_{78}^Y | -7.9×10^{-3} | 3.6×10^{-2} |
| a_5^Y | -4.9×10^0 | 8.0×10^1 | c_{79}^Y | -5.6×10^{-3} | 5.5×10^{-3} |
| a_6^Y | -2.8×10^{-2} | -1.2×10^{-1} | c_{88}^Y | -1.3×10^0 | 1.1×10^1 |
| a_7^Y | 3.8×10^{-2} | 1.6×10^{-2} | c_{89}^Y | 5.6×10^{-1} | 3.8×10^{-2} |
| a_8^Y | 5.2×10^0 | -5.6×10^1 | c_{99}^Y | 1.9×10^{-1} | -2.5×10^0 |
| a_9^Y | -2.1×10^0 | 9.4×10^{-1} | d_{11}^Y | -6.9×10^2 | 4.4×10^3 |
| b_1^Y | -6.8×10^1 | -1.2×10^3 | d_{12}^Y | 2.5×10^3 | -1.3×10^4 |
| b_2^Y | 5.8×10^1 | 5.2×10^2 | d_{13}^Y | 1.9×10^0 | 2.3×10^2 |
| b_3^Y | 4.9×10^0 | -5.6×10^1 | d_{14}^Y | 6.3×10^0 | 3.8×10^2 |
| b_4^Y | -2.2×10^0 | -1.6×10^{-1} | d_{17}^Y | 3.2×10^{-1} | 1.7×10^0 |
| b_6^Y | -3.1×10^{-2} | -9.1×10^{-2} | d_{18}^Y | 4.0×10^{-1} | 2.6×10^2 |
| b_7^Y | 3.5×10^{-2} | 3.2×10^{-2} | d_{19}^Y | 9.7×10^0 | 3.4×10^2 |
| b_8^Y | 4.7×10^0 | -5.7×10^1 | d_{22}^Y | -7.6×10^2 | -3.2×10^3 |
| b_9^Y | -1.9×10^0 | -2.2×10^0 | d_{23}^Y | -3.2×10^1 | 1.4×10^2 |
| c_{11}^Y | -4.9×10^2 | 2.4×10^3 | d_{24}^Y | -1.4×10^1 | 1.3×10^1 |
| c_{12}^Y | 1.9×10^3 | -9.8×10^3 | d_{26}^Y | 6.5×10^{-1} | -5.5×10^0 |
| c_{13}^Y | 1.7×10^0 | 2.4×10^2 | d_{28}^Y | -2.5×10^1 | 1.5×10^2 |
| c_{14}^Y | 6.2×10^0 | 3.6×10^2 | d_{29}^Y | -1.1×10^1 | 7.9×10^0 |
| c_{17}^Y | 1.8×10^{-1} | 1.6×10^0 | d_{33}^Y | -1.1×10^0 | 1.1×10^1 |
| c_{18}^Y | 1.4×10^{-1} | 2.6×10^2 | d_{34}^Y | 4.1×10^{-1} | -1.3×10^0 |
| c_{19}^Y | 9.9×10^0 | 3.1×10^2 | d_{36}^Y | -6.0×10^{-4} | 6.7×10^{-2} |
| c_{22}^Y | -7.2×10^2 | -3.0×10^3 | d_{37}^Y | -9.6×10^{-3} | 3.4×10^{-2} |
| c_{23}^Y | -3.1×10^1 | 1.5×10^2 | d_{39}^Y | 5.4×10^{-1} | -3.6×10^{-1} |
| c_{24}^Y | -1.4×10^1 | 2.5×10^1 | d_{44}^Y | 4.7×10^{-1} | -2.4×10^0 |
| c_{26}^Y | 5.3×10^{-1} | -4.3×10^0 | d_{46}^Y | 2.8×10^{-3} | 8.1×10^{-2} |
| c_{28}^Y | -2.5×10^1 | 1.5×10^2 | d_{47}^Y | -6.1×10^{-3} | 3.0×10^{-3} |
| c_{29}^Y | -1.1×10^1 | 1.9×10^1 | d_{48}^Y | 4.9×10^{-1} | -1.3×10^0 |
| c_{33}^Y | -1.2×10^0 | 1.0×10^1 | d_{66}^Y | 1.5×10^{-5} | -2.1×10^{-4} |
| c_{34}^Y | 3.6×10^{-1} | -7.7×10^{-1} | d_{67}^Y | 1.9×10^{-4} | -1.0×10^{-3} |
| c_{36}^Y | -6.6×10^{-4} | 6.9×10^{-2} | d_{68}^Y | -6.1×10^{-4} | 7.2×10^{-2} |
| c_{37}^Y | -9.4×10^{-3} | 3.5×10^{-2} | d_{69}^Y | 3.6×10^{-3} | 7.0×10^{-2} |
| c_{39}^Y | 4.8×10^{-1} | 5.3×10^{-2} | d_{77}^Y | -1.3×10^{-4} | -1.3×10^{-4} |
| c_{44}^Y | 5.6×10^{-1} | -3.3×10^0 | d_{78}^Y | -8.1×10^{-3} | 3.6×10^{-2} |
| c_{46}^Y | 2.8×10^{-3} | 7.6×10^{-2} | d_{79}^Y | -5.5×10^{-3} | 1.2×10^{-3} |
| c_{47}^Y | -6.3×10^{-3} | 7.8×10^{-3} | d_{88}^Y | -1.2×10^0 | 1.1×10^1 |
| c_{48}^Y | 4.4×10^{-1} | -8.0×10^{-1} | d_{89}^Y | 6.1×10^{-1} | -3.8×10^{-1} |
| c_{66}^Y | 2.2×10^{-5} | -2.2×10^{-4} | d_{99}^Y | 1.0×10^{-1} | -1.6×10^0 |
| c_{67}^Y | 1.4×10^{-4} | -7.9×10^{-4} | | | |

Tabla B.1. Coeficientes para el LM con la *base general* expresada en la Ec. (5.26) para ambas fracciones de momento x y z .

| Coeficiente | X_{REC} (NLO) | Coeficiente | X_{REC} (NLO) |
|-------------|-----------------------|-------------|-----------------------|
| a_1^Y | 5.5×10^1 | c_{48}^Y | 4.2×10^{-1} |
| a_2^Y | 1.4×10^2 | c_{77}^Y | -1.0×10^{-4} |
| a_3^Y | 5.4×10^0 | c_{78}^Y | -8.0×10^{-3} |
| a_4^Y | -2.3×10^0 | c_{79}^Y | -5.4×10^{-3} |
| a_5^Y | -8.4×10^0 | c_{88}^Y | -1.3×10^0 |
| a_7^Y | 5.6×10^{-2} | c_{89}^Y | 5.3×10^{-1} |
| a_8^Y | 5.2×10^0 | c_{99}^Y | 2.5×10^{-1} |
| a_9^Y | -1.8×10^0 | d_{11}^Y | -4.1×10^2 |
| b_1^Y | 6.3×10^1 | d_{12}^Y | -6.4×10^2 |
| b_2^Y | 1.4×10^2 | d_{13}^Y | 3.9×10^0 |
| b_3^Y | 4.9×10^0 | d_{14}^Y | -7.4×10^0 |
| b_4^Y | -2.1×10^0 | d_{17}^Y | -5.6×10^{-1} |
| b_7^Y | 5.8×10^{-2} | d_{18}^Y | 2.5×10^0 |
| b_8^Y | 4.7×10^0 | d_{19}^Y | -8.0×10^0 |
| b_9^Y | -1.6×10^0 | d_{22}^Y | -6.5×10^2 |
| c_{11}^Y | -3.2×10^2 | d_{23}^Y | -3.2×10^1 |
| c_{12}^Y | -6.0×10^2 | d_{24}^Y | -1.4×10^1 |
| c_{13}^Y | 4.1×10^0 | d_{28}^Y | -2.5×10^1 |
| c_{14}^Y | -7.3×10^0 | d_{29}^Y | -1.0×10^1 |
| c_{17}^Y | -4.8×10^{-1} | d_{33}^Y | -1.1×10^0 |
| c_{18}^Y | 2.6×10^0 | d_{34}^Y | 3.8×10^{-1} |
| c_{19}^Y | -7.8×10^0 | d_{37}^Y | -9.6×10^{-3} |
| c_{47}^Y | -6.1×10^{-3} | | |

Tabla B.2. Coeficientes para el LM con la *base motivada físicamente* expresada en la Ec. (5.26) con las restricciones dadas en la Ec. (5.27) y la Ec. (5.28) para la fracción de momento x .

| Coeficiente | Z_{REC} (NLO) | Coeficiente | Z_{REC} (NLO) |
|-------------|-----------------------|-------------|-----------------------|
| a_2^Y | -2.0×10^2 | c_{67}^Y | -1.7×10^2 |
| a_3^Y | -4.1×10^1 | c_{68}^Y | -4.2×10^1 |
| a_4^Y | 1.5×10^1 | c_{69}^Y | 1.3×10^1 |
| a_5^Y | 5.0×10^1 | c_{88}^Y | -1.7×10^{-2} |
| a_6^Y | -3.5×10^{-2} | c_{89}^Y | -4.2×10^1 |
| a_8^Y | -4.1×10^1 | c_{99}^Y | 9.1×10^0 |
| a_9^Y | 1.2×10^1 | d_{11}^Y | 6.7×10^2 |
| b_2^Y | 6.6×10^2 | d_{22}^Y | 1.2×10^3 |
| b_3^Y | 1.4×10^3 | d_{23}^Y | 4.0×10^1 |
| b_4^Y | 4.4×10^1 | d_{24}^Y | 1.0×10^1 |
| b_6^Y | 7.2×10^0 | d_{26}^Y | 3.2×10^{-2} |
| b_8^Y | 7.0×10^{-2} | d_{28}^Y | 4.0×10^1 |
| b_9^Y | 4.5×10^1 | d_{29}^Y | 9.6×10^0 |
| c_{11}^Y | 6.8×10^0 | d_{33}^Y | 1.0×10^1 |
| c_{22}^Y | 9.6×10^0 | d_{34}^Y | -1.5×10^0 |
| c_{23}^Y | -1.0×10^0 | d_{36}^Y | 2.0×10^{-2} |
| c_{24}^Y | 2.1×10^{-2} | d_{39}^Y | -6.0×10^{-1} |
| c_{26}^Y | -1.9×10^{-1} | d_{44}^Y | -2.8×10^0 |
| c_{28}^Y | -3.6×10^0 | d_{46}^Y | 6.7×10^{-3} |
| c_{29}^Y | 6.8×10^{-3} | d_{48}^Y | -1.8×10^0 |
| c_{33}^Y | -1.2×10^0 | d_{66}^Y | -1.4×10^{-4} |
| c_{34}^Y | -9.7×10^{-5} | d_{67}^Y | -1.2×10^{-4} |
| c_{36}^Y | -8.5×10^{-5} | d_{68}^Y | 2.0×10^{-2} |
| c_{39}^Y | 2.1×10^{-2} | d_{69}^Y | 4.9×10^{-3} |
| c_{44}^Y | 5.1×10^{-3} | d_{88}^Y | 1.0×10^1 |
| c_{46}^Y | 9.7×10^0 | d_{89}^Y | -8.4×10^{-1} |
| c_{48}^Y | -3.9×10^{-1} | d_{99}^Y | -1.7×10^0 |
| c_{66}^Y | -2.6×10^0 | | |

Tabla B.3. Lo mismo que en Tab. B.2, pero ahora para la fracción de momento z .

| Coeficiente | X_{REC} (NLO) | Coeficiente | Z_{REC} (NLO) |
|-------------|-----------------------|-------------|-----------------------|
| c_{13}^Y | 3.8×10^0 | c_{26}^Y | -2.5×10^{-1} |
| c_{14}^Y | 4.7×10^{-1} | d_{26}^Y | -5.2×10^{-2} |
| c_{23}^Y | 2.0×10^{-1} | b_6^Y | 2.0×10^{-3} |
| c_{24}^Y | 1.6×10^0 | b_2^Y | 5.4×10^0 |
| d_{13}^Y | 3.6×10^0 | | |
| d_{14}^Y | 1.7×10^{-1} | | |
| d_{23}^Y | -5.4×10^{-1} | | |
| d_{24}^Y | 9.1×10^{-1} | | |

Tabla B.4. Coeficientes para el LM con la *base inspirada-LO* expresada en las Ecs. (5.29) y (5.30) para ambas fracciones de momento x y z .

Apéndice C

Comparación de diferentes arquitecturas de la NN

Resumimos aquí algunos resultados que se obtuvieron antes de que se encontrara la arquitectura *óptima* descrita en la subsección 5.3.4. En la Tab. C.1 presentamos los parámetros correspondientes a tres pruebas diferentes implementadas.

| Parámetros | TEST 1 | TEST 2 | TEST 3 |
|-------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| # de capas ocultas | 2 | 4 | 3 |
| # de neuronas | 50 | 100 | 100 |
| tolerancia | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-3} |
| máximo num. de iteraciones | 10^8 | 10^8 | 10^9 |
| # de iteraciones de no cambio | 14,000 | 21,000 | 100,000 |

Tabla C.1. Arquitecturas para la MLP de tres pruebas diferentes para la reconstrucción de las fracciones de momento con precisión NLO QCD + LO QED. Todos los parámetros se toman iguales para X_{REC} y Z_{REC} .

En TEST1 (fila superior de la Fig. 1), utilizamos un número menor de neuronas y capas ocultas usadas para obtener los resultados de la Fig. 15. Encontramos una pobre concordancia entre las cantidades reales y las reconstruidas, en particular para los bins de bajo z . Se consigue una mejora aumentando el número de capas y neuronas (TEST2), mientras que simultáneamente se requiere que la NN no vea ninguna variación de la función de costo (dentro

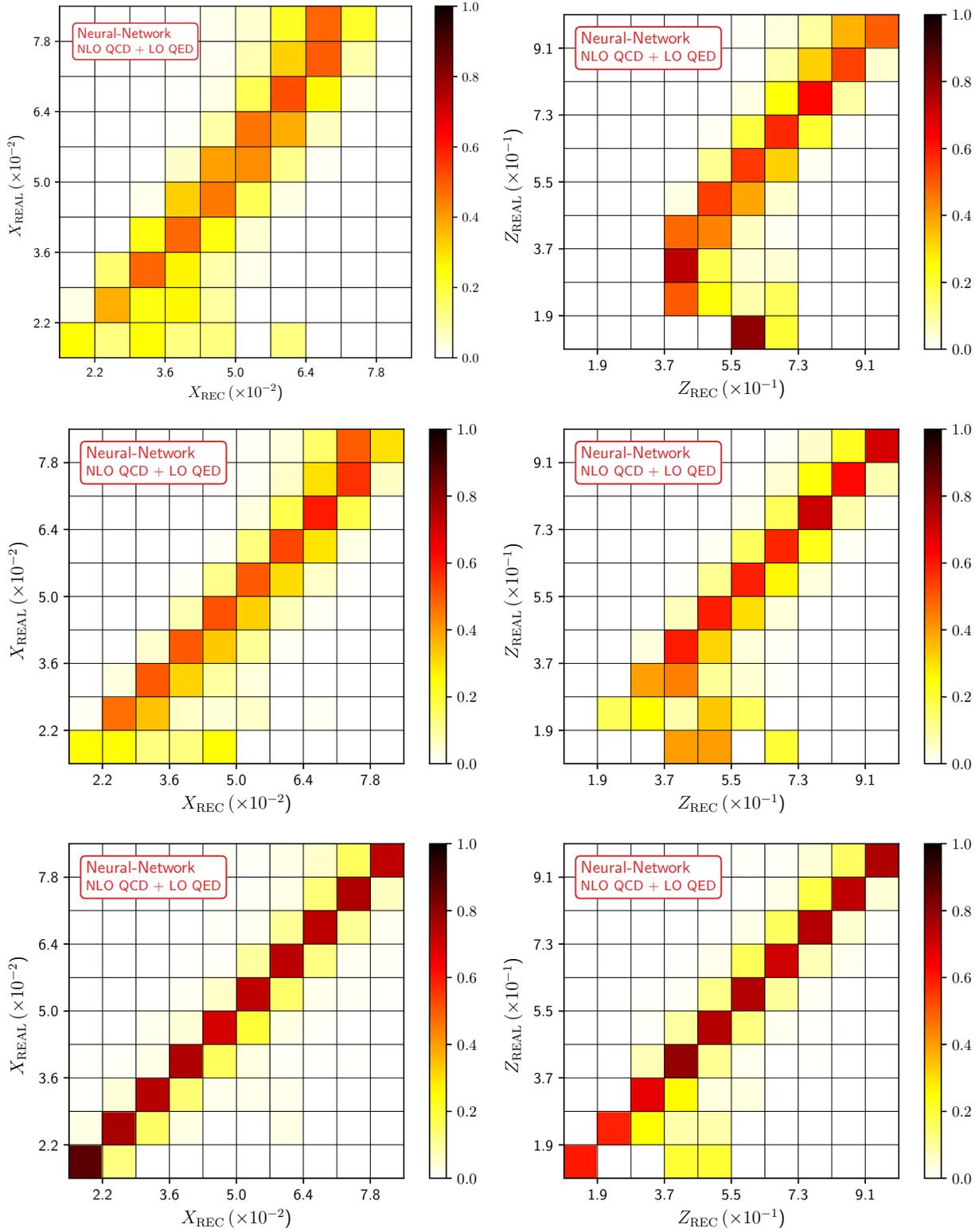


Figura 1. Comparación de las fracciones de momento X_{REAL} en función de X_{REC} (izquierda) y Z_{REAL} en función de Z_{REC} (derecha) obtenidas con MLP con precisión a NLO QCD + LO QED. Los parámetros para TEST1 (fila superior), TEST2 (fila central) y TEST3 (fila inferior) se indican en la Tabla C.1.

de una tolerancia dada) a través de un mayor número de iteraciones. Como se observa en la Fig. 1 (fila central), esto proporciona una mejor reconstrucción, aunque todavía está lejos de ser ideal. Un tercer ejemplo, TEST3, refuerza las condiciones de convergencia y devuelve un resultado significativamente mejorado (fila inferior de la Fig. 1). Cada paso hacia una arquitectura más compleja y unos requisitos más estrictos para la convergencia se traduce en un aumento del tiempo computacional necesario para el entrenamiento. Estas, y otras pruebas, nos han guiado hasta la selección de la *mejor* arquitectura para nuestra tarea, resumida en la Tab. 5.2.

Bibliografía

- [1] M. Tanabashi, *ea hagiwara (particle data group)*, *Phys. Rev. D* **98** (2018) 030001.
- [2] C. Amsler, *The quark structure of Hadrons*. Springer, 2018.
- [3] A. P. Zardoya, *Quarks y leptones: Física de sabor*, *Revista Española de Física* **25** (2011)
- .
[4] S. Weinberg, *A model of leptons*, *Physical review letters* **19** (1967) 1264.
- [5] P. W. Higgs, *Broken symmetries and the masses of gauge bosons*, *Physical Review Letters* **13** (1964) 508.
- [6] W. Heisenberg, *On the structure of atomic nuclei*, *Z.Phys.* **77** (1932) 1–11.
- [7] W. Pauli, *Mathematical contributions to the theory of dirac's matrices*, *Ann.Inst.H.Poincare Phys.Theor.* **6** (1936) 109–136.
- [8] T. Nakano and K. Nishijima, *Charge independence for v -particles*, *Prog.Theor.Phys.* **10** (1953) 581–582.
- [9] M. Gell-Mann, *Isotopic spin and new unstable particles*, *Physical Review* **92** (1953) 833.
- [10] M. Gell-Mann, *The interpretation of the new particles as displaced charge multiplets*, *Il Nuovo Cimento (1955-1965)* **4** (1956) 848–866.
- [11] M. Gell-Mann, *Symmetries of baryons and mesons*, in *Murray Gell-Mann: Selected Papers*, pp. 128–145. World Scientific, 2010.

- [12] E. Braaten, S. Narison and A. Pich, *Qcd analysis of the tau hadronic width*, *Nuclear Physics B* **373** (1992) 581–612.
- [13] R. Barate, D. Buskulic, D. Decamp, P. Ghez, C. Goy, J.-P. Lees et al., *Studies of quantum chromodynamics with the aleph detector*, *Physics Reports* **294** (1998) 1–165.
- [14] C. M. DeWitt, *Feynman's path integral*, *Communications in Mathematical Physics* **28** (1972) 47–67.
- [15] M. E. Peskin, *An introduction to quantum field theory*. CRC press, 2018.
- [16] R. K. Ellis, W. J. Stirling and B. R. Webber, *QCD and collider physics*. Cambridge university press, 2003.
- [17] A. Grozin, *Lectures on qed and qcd*, *arXiv preprint hep-ph/0508242* (2005) .
- [18] A. Buckley, J. Ferrando, S. Lloyd, K. Nordström, B. Page, M. Rüfenacht et al., *LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era*, *Eur. Phys. J. C* **75** (2015) 132, [1412.7420].
- [19] M. H. Kalos and P. A. Whitlock, *Monte carlo methods*. John Wiley & Sons, 2009.
- [20] D. Peña Sánchez de Rivera, *Deducción de distribuciones: el método de monte carlo*, *Fundamentos de Estadística. Alianza Editorial, Madrid. pp* (2001) 220–300.
- [21] D. de Florian and G. F. R. Sborlini, *Hadron plus photon production in polarized hadronic collisions at next-to-leading order accuracy*, *Phys. Rev. D* **83** (2011) 074022, [1011.0486].
- [22] J. F. Ashmore, *Method of gauge-invariant regularization.*, tech. rep., International Centre for Theoretical Physics, Trieste, Italy, 1972.
- [23] G. M. Cicuta and E. Montaldi, *Analytic renormalization via continuous space dimension*, *Lettere al Nuovo Cimento (1971-1985)* **4** (1972) 329–332.

- [24] M. Veltman et al., *Regularization and renormalization of gauge fields*, *Nuclear Physics B* **44** (1972) 189–213.
- [25] C. G. Bollini and J. J. Giambiagi, *Dimensional renormalization: The number of dimensions as a regularizing parameter*, *Il Nuovo Cimento B (1971-1996)* **12** (1972) 20–26.
- [26] S. D. Ellis, Z. Kunszt and D. E. Soper, *One-jet inclusive cross section at order α_s^3 . gluons only*, *Phys. Rev. D* **40** (Oct, 1989) 2188–2222.
- [27] Z. Kunszt and D. E. Soper, *Calculation of jet cross sections in hadron collisions at order α_s^3* , *Phys. Rev. D* **46** (Jul, 1992) 192–221.
- [28] S. Frixione, Z. Kunszt and A. Signer, *Three jet cross-sections to next-to-leading order*, *Nucl. Phys. B* **467** (1996) 399–442, [[hep-ph/9512328](#)].
- [29] S. Catani and M. H. Seymour, *The Dipole formalism for the calculation of QCD jet cross-sections at next-to-leading order*, *Phys. Lett. B* **378** (1996) 287–301, [[hep-ph/9602277](#)].
- [30] S. Catani and M. H. Seymour, *A General algorithm for calculating jet cross-sections in NLO QCD*, *Nucl. Phys. B* **485** (1997) 291–419, [[hep-ph/9605323](#)].
- [31] T. Kinoshita, *Mass singularities of Feynman amplitudes*, *J. Math. Phys.* **3** (1962) 650–677.
- [32] T. D. Lee and M. Nauenberg, *Degenerate Systems and Mass Singularities*, *Phys. Rev.* **133** (1964) B1549–B1562.
- [33] G. P. Lepage, *A new algorithm for adaptive multidimensional integration*, *Journal of Computational Physics* **27** (1978) 192–203.
- [34] G. P. Lepage, *Adaptive multidimensional integration: VEGAS enhanced*, *J. Comput. Phys.* **439** (2021) 110386, [[2009.05112](#)].

- [35] A. H. STROUD, *Approximate Calculation of Multiple Integrals*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs **6** (1971) .
- [36] A. DUFNER, in “*Proceedings of the Colloquium on Computational Physics, Marseille, 1970*,” p. I-46 (unpublished), 1970.
- [37] J. Hammersley and D. Handscomb, *Monte carlo methods (methuen, london, 1964)*, F. James. *Resp. Prog. Phys* **43** (1980) 1145.
- [38] K. P. Murphy, *Machine Learning: A Probabilistic Perspective*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2012.
- [39] W. McCulloch and W. Pitts, *A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity*, *Bulletin of Mathematical Biophysics* **5** (1943) 115–133.
- [40] F. Pedregosa, G. Varoquaux, A. Gramfort, V. Michel, B. Thirion, O. Grisel et al., *Scikit-learn: Machine learning in python*, *CoRR* **abs/1201.0490** (2012) , [<http://arxiv.org/abs/1201.0490>].
- [41] J. C. Collins, D. E. Soper and G. F. Sterman, *Factorization of Hard Processes in QCD*, *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **5** (1989) 1–91, [[hep-ph/0409313](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0409313)].
- [42] S. Catani, D. de Florian and G. Rodrigo, *Space-like (versus time-like) collinear limits in QCD: Is factorization violated?*, *JHEP* **07** (2012) 026, [[1112.4405](https://arxiv.org/abs/1112.4405)].
- [43] J. R. Forshaw, M. H. Seymour and A. Siodmok, *On the Breaking of Collinear Factorization in QCD*, *JHEP* **11** (2012) 066, [[1206.6363](https://arxiv.org/abs/1206.6363)].
- [44] M. Roth and S. Weinzierl, *QED corrections to the evolution of parton distributions*, *Phys. Lett. B* **590** (2004) 190–198, [[hep-ph/0403200](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0403200)].
- [45] S. Carrazza, *Parton distribution functions with QED corrections*. PhD thesis, Milan U., 2015. 1509.00209. [10.13130/carrazzastefano_phd20150706](https://arxiv.org/abs/10.13130/carrazzastefano_phd20150706).

- [46] D. de Florian, G. F. R. Sborlini and G. Rodrigo, *QED corrections to the Altarelli–Parisi splitting functions*, *Eur. Phys. J. C* **76** (2016) 282, [1512.00612].
- [47] D. de Florian, G. F. R. Sborlini and G. Rodrigo, *Two-loop QED corrections to the Altarelli–Parisi splitting functions*, *JHEP* **10** (2016) 056, [1606.02887].
- [48] G. F. R. Sborlini, D. de Florian and G. Rodrigo, *Mixed QCD–QED corrections to DGLAP equations*, *PoS ICHEP2016* (2016) 793, [1611.04785].
- [49] F. Arleo, *Hard pion and prompt photon at RHIC, from single to double inclusive production*, *JHEP* **09** (2006) 015, [hep-ph/0601075].
- [50] L. Cieri, G. Ferrera and G. F. R. Sborlini, *Combining QED and QCD transverse-momentum resummation for Z boson production at hadron colliders*, *JHEP* **08** (2018) 165, [1805.11948].
- [51] L. Cieri, D. de Florian, M. Der and J. Mazzitelli, *Mixed QCD \otimes QED corrections to exclusive Drell Yan production using the q_T -subtraction method*, *JHEP* **09** (2020) 155, [2005.01315].
- [52] L. Cieri and G. Sborlini, *Exploring QED Effects to Diphoton Production at Hadron Colliders*, *Symmetry* **13** (2021) 994.
- [53] D. F. Rentería-Estrada, R. J. Hernández-Pinto and G. F. R. Sborlini, *Analysis of the Internal Structure of Hadrons Using Direct Photon Production*, *Symmetry* **13** (2021) 942, [2104.14663].
- [54] G. F. R. Sborlini, *Producción de pión+fotón en colisiones hadrónicas a NLO*, bachelor thesis, Buenos Aires, U., 12, 2009. 10.13140/RG.2.2.14132.78721.
- [55] S. Frixione, *Isolated photons in perturbative QCD*, *Phys. Lett. B* **429** (1998) 369–374, [hep-ph/9801442].

- [56] L. Cieri, *Diphoton isolation studies*, *Nucl. Part. Phys. Proc.* **273-275** (2016) 2033–2039, [1510.06873].
- [57] S. Catani, L. Cieri, D. de Florian, G. Ferrera and M. Grazzini, *Diphoton production at the LHC: a QCD study up to NNLO*, *JHEP* **04** (2018) 142, [1802.02095].
- [58] NNPDF collaboration, R. Abdul Khalek et al., *A first determination of parton distributions with theoretical uncertainties*, *Eur. Phys. J. C* (2019) 79:838, [1905.04311].
- [59] D. de Florian, R. Sassot, M. Stratmann and W. Vogelsang, *Global Analysis of Helicity Parton Densities and Their Uncertainties*, *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 072001, [0804.0422].
- [60] D. de Florian, R. Sassot, M. Stratmann and W. Vogelsang, *Extraction of Spin-Dependent Parton Densities and Their Uncertainties*, *Phys. Rev. D* **80** (2009) 034030, [0904.3821].
- [61] J. M. Maldacena, *The Large N limit of superconformal field theories and supergravity*, *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** (1998) 231–252, [hep-th/9711200].
- [62] G. Bertoldi, F. Bigazzi, A. L. Cotrone and J. D. Edelstein, *Holography and unquenched quark-gluon plasmas*, *Phys. Rev. D* **76** (2007) 065007, [hep-th/0702225].
- [63] D. de Florian, R. Sassot, M. Epele, R. J. Hernández-Pinto and M. Stratmann, *Parton-to-Pion Fragmentation Reloaded*, *Phys. Rev. D* **91** (2015) 014035, [1410.6027].
- [64] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne and G. Watt, *Parton distributions for the LHC*, *Eur. Phys. J. C* **63** (2009) 189–285, [0901.0002].
- [65] D. de Florian, R. Sassot and M. Stratmann, *Global analysis of fragmentation functions for protons and charged hadrons*, *Phys. Rev. D* **76** (2007) 074033, [0707.1506].

- [66] A. V. Manohar, P. Nason, G. P. Salam and G. Zanderighi, *The Photon Content of the Proton*, *JHEP* **12** (2017) 046, [1708.01256].
- [67] NNPDF collaboration, V. Bertone, S. Carrazza, N. P. Hartland and J. Rojo, *Illuminating the photon content of the proton within a global PDF analysis*, *SciPost Phys.* **5** (2018) 008, [1712.07053].
- [68] L. Buonocore, P. Nason, F. Tramontano and G. Zanderighi, *Leptons in the proton*, *JHEP* **08** (2020) 019, [2005.06477].
- [69] B. Nachman and J. Thaler, *Learning from many collider events at once*, *Phys. Rev. D* **103** (2021) 116013, [2101.07263].
- [70] K. Cranmer, M. Drnevich, S. Macaluso and D. Pappadopulo, *Reframing Jet Physics with New Computational Methods*, *EPJ Web Conf.* **251** (2021) 03059, [2105.10512].
- [71] M. Arratia, D. Britzger, O. Long and B. Nachman, *Reconstructing the kinematics of deep inelastic scattering with deep learning*, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **1025** (feb, 2022) 166164.
- [72] M. Diefenthaler, A. Farhat, A. Verbytskyi and Y. Xu, *Deeply Learning Deep Inelastic Scattering Kinematics*, <https://arxiv.org/abs/2108.11638>.
- [73] J. Aylett-Bullock, S. Badger and R. Moodie, *Optimising simulations for diphoton production at hadron colliders using amplitude neural networks*, 2106.09474.
- [74] S. Forte, L. Garrido, J. I. Latorre and A. Piccione, *Neural network parametrization of deep inelastic structure functions*, *JHEP* **05** (2002) 062, [hep-ph/0204232].
- [75] J. Rojo and J. I. Latorre, *Neural network parametrization of spectral functions from hadronic tau decays and determination of QCD vacuum condensates*, *JHEP* **01** (2004) 055, [hep-ph/0401047].

- [76] NNPDF collaboration, L. Del Debbio, S. Forte, J. I. Latorre, A. Piccione and J. Rojo, *Neural network determination of parton distributions: The Nonsinglet case*, *JHEP* **03** (2007) 039, [[hep-ph/0701127](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0701127)].
- [77] NNPDF collaboration, R. D. Ball, L. Del Debbio, S. Forte, A. Guffanti, J. I. Latorre, A. Piccione et al., *A Determination of parton distributions with faithful uncertainty estimation*, *Nucl. Phys. B* **809** (2009) 1–63, [[0808.1231](https://arxiv.org/abs/0808.1231)].
- [78] R. D. Ball et al., *Parton distributions with LHC data*, *Nucl. Phys. B* **867** (2013) 244–289, [[1207.1303](https://arxiv.org/abs/1207.1303)].
- [79] NNPDF collaboration, R. D. Ball et al., *Parton distributions for the LHC Run II*, *JHEP* **04** (2015) 040, [[1410.8849](https://arxiv.org/abs/1410.8849)].
- [80] R. D. Ball et al., *The Path to Proton Structure at One-Percent Accuracy*, <https://arxiv.org/abs/2109.02653>.
- [81] S. Badger et al., *Machine Learning and LHC Event Generation*, [2203.07460](https://arxiv.org/abs/2203.07460).
- [82] S. Bailey, T. Cridge, L. A. Harland-Lang, A. D. Martin and R. S. Thorne, *Parton distributions from LHC, HERA, Tevatron and fixed target data: MSHT20 PDFs*, *Eur. Phys. J. C* **81** (2021) 341, [[2012.04684](https://arxiv.org/abs/2012.04684)].
- [83] H1, ZEUS collaboration, H. Abramowicz et al., *Combination of measurements of inclusive deep inelastic $e^\pm p$ scattering cross sections and QCD analysis of HERA data*, *Eur. Phys. J. C* **75** (2015) 580, [[1506.06042](https://arxiv.org/abs/1506.06042)].
- [84] S. Alekhin, J. Blümlein, S. Moch and R. Placakyte, *Parton distribution functions, α_s , and heavy-quark masses for LHC Run II*, *Phys. Rev. D* **96** (2017) 014011, [<https://arxiv.org/abs/1701.05838>].

- [85] S. Albino, B. A. Kniehl and G. Kramer, *AKK Update: Improvements from New Theoretical Input and Experimental Data*, *Nucl. Phys. B* **803** (2008) 42–104, [0803.2768].
- [86] I. Borsa, D. de Florian, R. Sassot and M. Stratmann, *Pion Fragmentation Functions at High Energy Colliders*, <https://arxiv.org/abs/2110.14015>.
- [87] JEFFERSON LAB ANGULAR MOMENTUM (JAM) collaboration, E. Moffat, W. Melnitchouk, T. C. Rogers and N. Sato, *Simultaneous Monte Carlo analysis of parton densities and fragmentation functions*, *Phys. Rev. D* **104** (2021) 016015, [2101.04664].
- [88] R. Abdul Khalek et al., *Science Requirements and Detector Concepts for the Electron-Ion Collider: EIC Yellow Report*, <https://arxiv.org/abs/2103.05419>.
- [89] T. Binoth, J. P. Guillet, E. Pilon and M. Werlen, *A Full next-to-leading order study of direct photon pair production in hadronic collisions*, *Eur. Phys. J. C* **16** (2000) 311–330, [hep-ph/9911340].
- [90] T. Binoth, J. P. Guillet, E. Pilon and M. Werlen, *A next-to-leading order study of pion pair production and comparison with E706 data*, *Eur. Phys. J. C* **24** (2002) 245–260, [hep-ph/0111043].
- [91] T. Binoth, J. P. Guillet, E. Pilon and M. Werlen, *A Next-to-leading order study of photon pion and pion pair hadro production in the light of the Higgs boson search at the LHC*, *Eur. Phys. J. direct* **4** (2002) 7, [hep-ph/0203064].
- [92] CMS collaboration, P. Kontaxakis, *The Level-1 CMS electron and photon trigger for the LHC Run II*, *PoS LHCP2018* (2018) 073.
- [93] ATLAS collaboration, G. Aad et al., *Performance of electron and photon triggers in ATLAS during LHC Run 2*, *Eur. Phys. J. C* **80** (2020) 47, [1909.00761].

- [94] ATLAS collaboration, G. Aad et al., *Electron and photon performance measurements with the ATLAS detector using the 2015–2017 LHC proton-proton collision data*, *JINST* **14** (2019) P12006, [1908.00005].
- [95] J. R. Andersen et al., *Les Houches 2013: Physics at TeV Colliders: Standard Model Working Group Report*, 1405.1067.
- [96] J. M. Campbell, J. Rojo, E. Slade and C. Williams, *Direct photon production and PDF fits reloaded*, *Eur. Phys. J. C* **78** (2018) 470, [1802.03021].
- [97] A. Manohar, P. Nason, G. P. Salam and G. Zanderighi, *How bright is the proton? A precise determination of the photon parton distribution function*, *Phys. Rev. Lett.* **117** (2016) 242002, [1607.04266].
- [98] PHENIX collaboration, A. Adare et al., *Dihadron azimuthal correlations in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV*, *Phys. Rev. C* **78** (2008) 014901, [0801.4545].
- [99] XFITTER DEVELOPERS' TEAM collaboration, H. Abdolmaleki, M. Soleymaninia, H. Khanpour, S. Amoroso, F. Giuli, A. Glazov et al., *QCD analysis of pion fragmentation functions in the xFitter framework*, *Phys. Rev. D* **104** (2021) 056019, [2105.11306].
- [100] K. J. Eskola, P. Paakkinen, H. Paukkunen and C. A. Salgado, *EPPS21: A global QCD analysis of nuclear PDFs*, 2112.12462.
- [101] T. Hofmann, B. Schölkopf and A. J. Smola, *Kernel methods in machine learning*, *The Annals of Statistics* **36** (Jun, 2008) .
- [102] C. E. Rasmussen and C. K. Williams, *Gaussian Processes for Machine Learning*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2006.
- [103] D. F. Rentería-Estrada, R. J. Hernández-Pinto, G. F. R. Sborlini and P. Zurita, *Reconstructing partonic kinematics at colliders with Machine Learning*, *arXiv* (2021) .

- [104] J. Nieto, *Scale-free growing networks and gravity*, *Revista mexicana de física* **59** (2013) 201–204.